

CONSTRUCTIE DIN BETON
ARMAT

ELEMENTE DE
CONSTRUCTII MONOLITE

PLACI, PLACI PLANE, PLACI
DIN CUPINI SI PLACI, METODE
CARACTERISTICE ALE STRUC-
TUROR MONOLITE-

PROF. DR. ING. M. M. M. M.

CONSTRUCȚII DIN BETON ARMAT

Curs predat la Institutul de Construcții București,
facultatea de construcții civile, industriale și
agricole, secția ingineri, anii III - V

PARTEA II

Elemente de construcții monolite : grinzi,
plăci plane, planșee din grinzi și plăci,
noduri caracteristice ale structurilor mo-
nolite.

INSTITUTUL DE CONSTRUCȚII	
BIBLIOTECĂ	
Nr.	436.42 ✓
inv.	

Partea a doua a cursului de construcții din beton armat, care face obiectul volumului de față, a fost redactată pe baza prelegerilor ținute studenților în anii universitari 1977/78 și 1978/79 și se referă la elemente din beton armat monolit : grinzii (inclusiv grinzii-pereți), plăci plane, planșee, precum și la unele tipuri caracteristice de noduri ale structurilor monolite. Nu au fost incluse în această parte și elementele portante verticale (stâlpi, diafragme), a căror tratare este mai greu de separat de cea a structurilor considerate în ansamblul lor și de aceea sînt cuprinse în capitolele referitoare la structuri (părțile IV și V ale cursului).

În general s-a urmărit ca prezentarea detaliilor constructive să fie redusă la aspectele esențiale, evitîndu-se încălcarea expunerii cu amănunte care se găsesc în prescripții și îndrumătoare și fac obiectul indicațiilor ce se dau studenților la seminarii și la proiecte.

Ca și la primul volum, apărut anterior, bibliografia dată este selectivă, conținînd tratatele de bază, unele lucrări recente și din lucrările mai vechi numai cele care au rămas ca puncte de reper în evoluția problemelor respective sau care cuprind exemple de realizări de interes deosebit.

La redactarea volumului de față, autorul a fost ajutat de colaboratorii din cadrul catedrei : șef lucr.ing. TUDOR POSTELNICU, asist.ing. DANIELA STANESCU și asist.ing. NICOLAE VANGHELE. Figurile au fost în cea mai mare parte executate de studentul L. ȘERBAN din anul IV.

Prof. R.AGENT

mai 1979

În ședința de catedră din 7 mai 1979 s-a discutat lucrarea "Construcții din beton armat P.II și s-a aprobat multiplicarea pe plan local. Nu conține date secrete sau brevetabile.

PARTEA II

ELEMENTE DE CONSTRUCȚII DIN BETON ARMAT MONOLIT

La execuția structurilor sau a părților de structură monolite, neputîndu-se beneficia de posibilitățile oferite de utilizarea prefabricatelor sub aspectul reducerii consumului de manoperă pe șantier, scurtării duratei de execuție și economiei de material lemnos în cofraje și susțineri, - trebuie să se urmărească îmbunătățirea aceluiași indicatori pe alte căi, specifice betonului armat monolit. Dintre acestea sînt de menționat următoarele :

a. La construcțiile de tipuri curente, formele constructive să fie cît mai simple, pentru a permite utilizarea maximă a cofrajelor de inventar :

- elemente de secțiune constantă, de regulă dreptunghiulare ;

- nodularea secțiunilor grinzilor și stîlpilor în concordanță cu cea a cofrajelor ;

- adoptarea pentru planșee a unor alcătuirii care să conducă la suprafețe de cofrat plane, cît mai puțin întrerupte prin grinzii.

b. Cofrajele și susținerile să fie realizate din materiale nelemnase sau cu consum redus de lemn (cofraje de inventar din panouri de placaj cu tegofil, cofraje metalice sau din mase plastice, schele de susținere din pepi de țevă și grinzii metalice extensibile etc.), urmîrindu-se tot o dată prin alcătuirile lor :

- să prezinte un grad cît mai ridicat de asamblare, care să permită o montare și demontare rapidă (de ex. la cîndirile etajate : cofraje din panouri de sărimea unei camere la diafragmele verticale și la planșee) ;

- să se pretese la un număr mare de re folosiri, cu minimum de reparații ;

- utilizarea de sisteme de cofrare eficiente specifice unor anumite tipuri de construcții, ca de ex. cofrajele glisante la construcțiile înalte de tip tubular : turnuri, coșuri de

fum, șileșuri, castele de apă etc.).

c. Durata și consumul de manoperă pentru fasonarea și montajul armăturilor să fie diminuate prin folosirea de armături preasamblate sub forma de carcase și plase. Pentru plăci, în țara noastră se livrează de industrie plase sudate din STNB. Pentru elementele liniare (grinzi, stâlpi), când nu se dispune de carcase sudate, timpul de montaj poate fi redus prin preasamblarea carcaselor respective în ateliere de șantier.

La armarea grinzelor, tendința modernă este de a se renunța la barele înclinate, care necesită un consum mai ridicat de manoperă de fasonare și montaj și realizarea carcaselor de armătură numai din bare longitudinale și etrieri.

d. Procedee de punere în operă a betonului prin care cerințele de calitate să fie realizate în condițiile economiei de manoperă calificată și a unei execuții rapide (confecționarea betonului în unități centralizate și transportul lui la șantier cu vehicule adecuate, utilizarea cimenturilor cu întărire rapidă, a betoanelor fluide turnate cu pompa etc.).

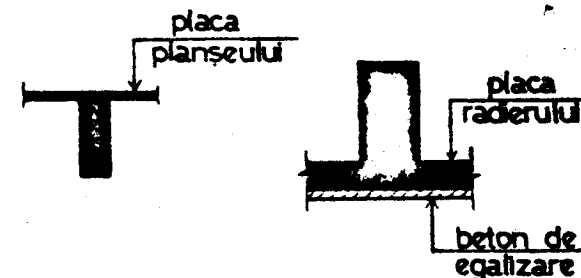
Toate măsurile și procedeele enumerate pe scurt mai sus se tratează mai detaliat la cursul de tehnologie. Ceea ce trebuie reținut în special este faptul că aplicarea lor nu este numai o problemă a șantierului, ci este în mare măsură condiționată și de soluțiile și detaliile constructive prevăzute în proiect.

Dacă la construcțiile de masă primează urmărirea acestor cerințe legate în special de industrializarea execuției, structurile din beton armat monolit permit pe de altă parte în egală măsură, în cazul clădirilor cu caracter unicat, reprezentativ, realizarea de forme constructive și arhitecturale ericite de variate.

Cap. 6. Grinzi²²⁾

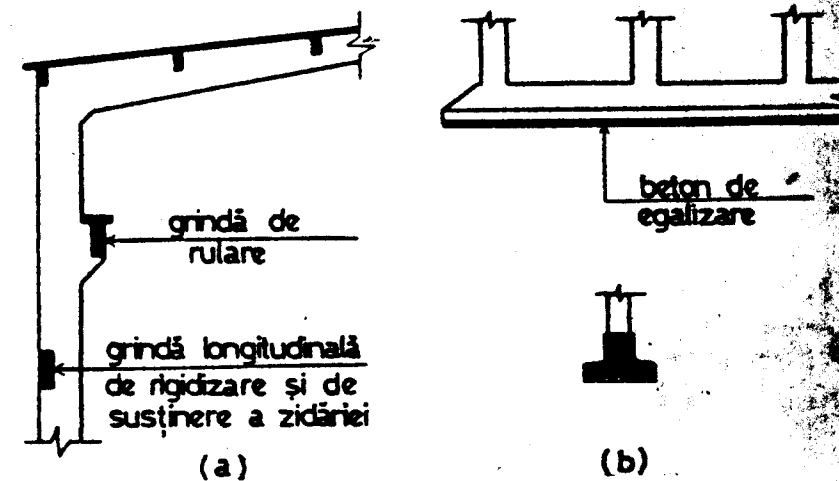
Grinzile din beton armat monolit se realizează în general cu inimă plină²⁵⁾. În construcții se întâlnesc sub formă de:

- elemente constitutive ale planșeelor (fig. 6.1.a) și a zidărilor de fundație (fig. 6.1.b), fiind corp comun cu plăcile



- fig. 6.1 -

respectiv, și a zidărilor de fundație, devenind elemente cu secțiune în formă de T, respectiv, în formă de U. Elementele în dependență de planșee: grinzi de rulare la hale industriale cu poduri rulante sau grinzi de rigidizare între stâlpi (fig. 6.2.a), stâlpi continue de fundație sub giruri de stâlpi (fig. 6.2.b) etc.



- fig. 6.2 -

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
22)	grindă	beam (girder)	poutre	Balken (Träger)	балка
25)	grindă cu inimă plină	plain girder	poutre à âme pleine	Vollwandträger	сплошная балка

În structurile monolite, marea majoritate a grinzilor, din ambele categorii de mai sus, sînt legate rigid de stîlpi, astfel cîă de fapt reprezintă rigle de cadru, trebuînd să fie considerate în calcul și alcătuite ca atare.

6.1. Alcătuirea secțiunii de beten a grinzilor

Forma secțiunii se prevede de regulă dreptunghiulară. Înălțimea secțiunii rezultă de obicei din dimensionarea la starea limită de rezistență, la moment încovoietor, pornind de la un procent de armare economic (0,8 ... 1,2 %). În cazuri mai rare, la stabilirea înălțimii poate fi determinantă verificarea la forță tăietoare (în special la grinzii cu deschideri mici și încărcări mari) sau cea la starea limită de deformație.

Raportele usuale între înălțimea secțiunii (h) și deschiderea (l), la grinzii monolite obișnuite continue :

Tipul de grindă	h/l
grinzii secundare de planșeu	1/10 ... 1/15
grinzii principale	1/9 ... 1/11
grinzii de rulare	1/7 ... 1/10
stîlpi de fundație sub giruri de stîlpi	1/4 ... 1/6

Raportul optim între dimensiunile h și b ale secțiunii transversale, pentru a realiza pe de o parte o alcătuire economică, iar pe de altă parte pentru a asigura lățimea minimă cerută de dispunerea armăturilor și de condiția unei bune pătrunderi a betenului la turnare, se situează între limitele :

$$2 \leq \frac{h}{b} \leq 3 \quad 5 \leq h \leq 8$$

(limita maximă corespunde grinzilor cu dimensiuni mari).

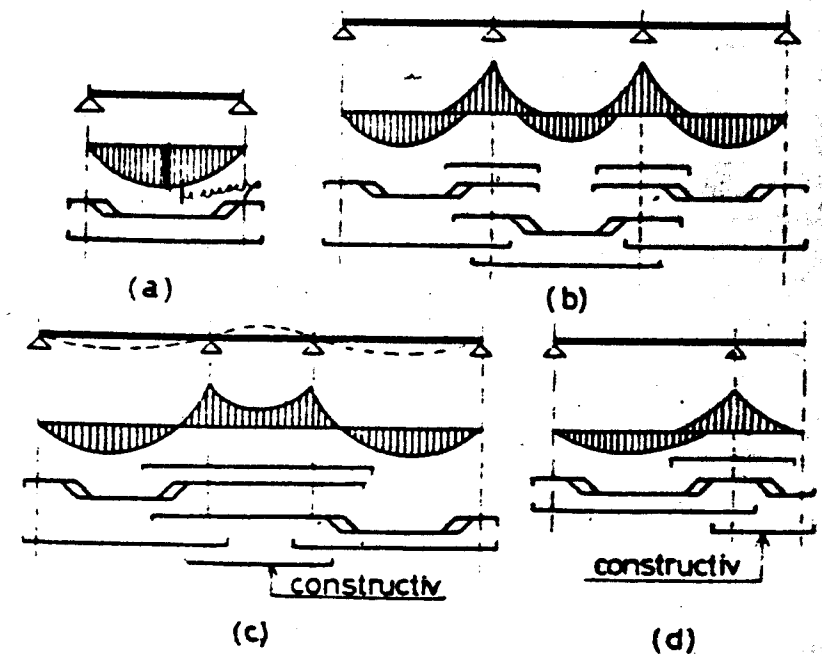
Pentru a facilita utilizarea cofrajelor de inventar, lățimea b se modulează la multipli de 5 cm, iar înălțimea h la multipli de 5 cm pentru $h \leq 80$ cm și la multipli de 10 cm pentru $h > 80$ cm.

6.2. Armarea cu bare independente

Dispoziția barele longitudinale, drepte și înclinate, se stabilește pe baza diagramei înfășurătoare a momentelor încovoietoare maxime și se verifică apoi la forță tăietoare. În fig. 6.3 sînt date cîteva exemple caracteristice de corelație între schema de armare și alura diagramei înfășurătoare a momentelor maxime :

a. În fig. 6.3.a : o grindă simplu rezemată (moment pozitiv pe toată deschiderea, armăturile de rezistență dispuse la partea inferioară).

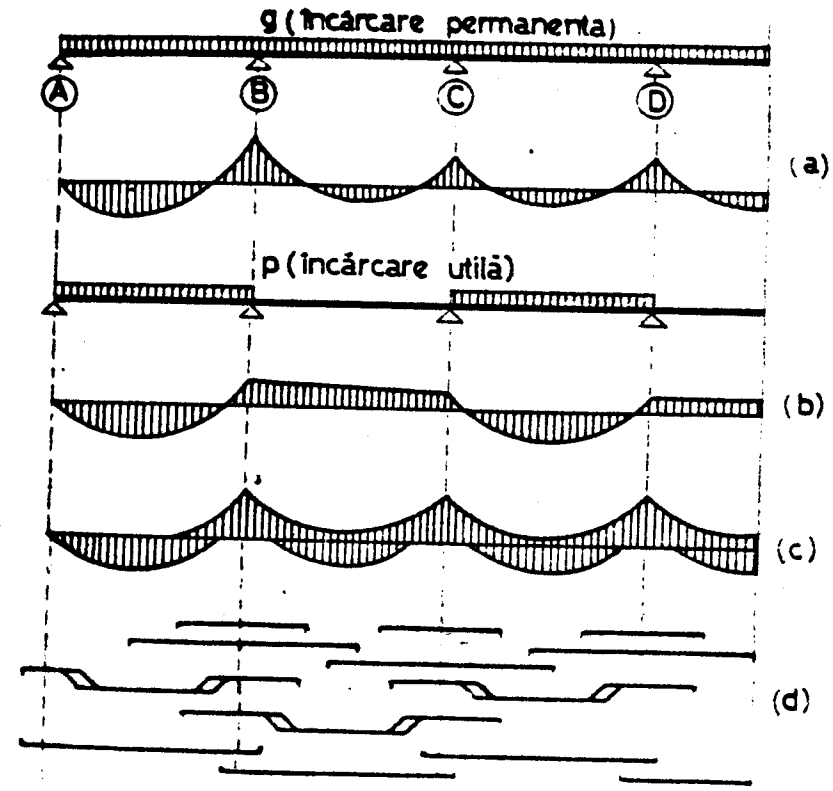
b. În fig. 6.3.b : o grindă continuă (momente pozitive în cîmp și negative pe reazeme, armăturile de rezistență la partea inferioară în cîmp și la partea superioară pe reazeme). Zădărnici sunt momentele pozitive și negative ale diagramei de momente sînt decalate deoarece momentele maxime respective rezultă din ipoteze diferite de încărcare cu sarcină utilă. Armarea pe reazeme se pune din barele înclinate din cîmpuri și, după necesitate, din suplimentare "călare" pe reazeme ("călăreți").



- fig. 6.3 -

c. In fig. 6.3.c : e grindă cu o deschidere centrală mică între două deschideri laterale mari (de ex. grinda transversală a unei clădiri cu coridor central și camere de ambele părți ale coridorului). Linia punctată reprezintă deformată din încărcarea permanentă. Se observă că în acest caz, datorită vecinătății cu cele două deschideri mari, deschiderea mică are numai momente negative, astfel că armarea se prevede ca în figură.

d. In fig. 6.3.d : e grindă cu conselă. Barele inclinate din deschidere pot fi coborâte ca bare inclinate și în conselă.



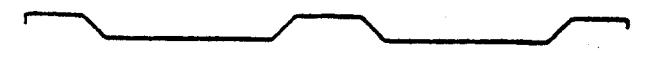
- fig. 6.4 -

In fig. 6.4 se prezintă cazul unei grini continue la care încărcările utile sînt predominante în raport cu cele permanente. În asemenea situații, de ex. într-un cîmp interior BC, momentul negativ produs de încărcarea utilă dispusă în

prolus

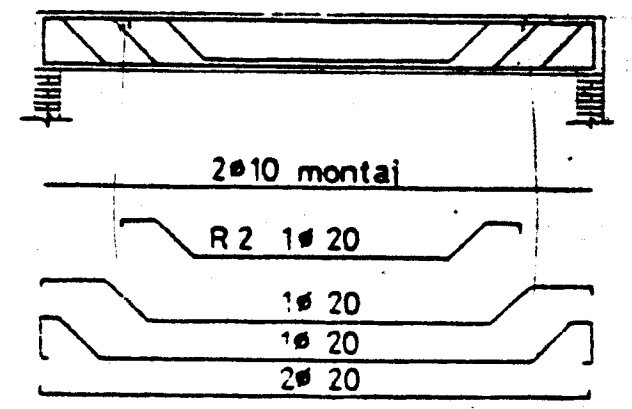
șab (fig. 6.4.b) poate fi mai mare decît cel pozitiv produs de încărcarea permanentă (fig. 6.4.a), astfel că diagrama înfigurătoare a momentelor maxime capătă aspectul din figură, cu momente negative pe tot cîmpul respectiv. În astfel de cazuri, o parte din călăreți se prelungesc în cîmp (fig. 6.4.c) înmîndindu-se în zona de momente negative minime, deci la începutul deschiderii.

Dispozițiile din fig. 6.3 și 6.4, cu armăturile longitudinale realizate din bare separate pe fiecare deschidere, sînt dictate nu numai de lungimile limitate ale barelor de diametre $\geq \phi 12$ mm (le - 12 m), dar și de ușurința montajului și de necesitatea de a se evita cumulara pe lungini pentru a eventualelor erori de fasonare. Din aceste motive, sînt utilizate în general bare fasonate continue pe mai multe deschideri ca în fig. 6.5.

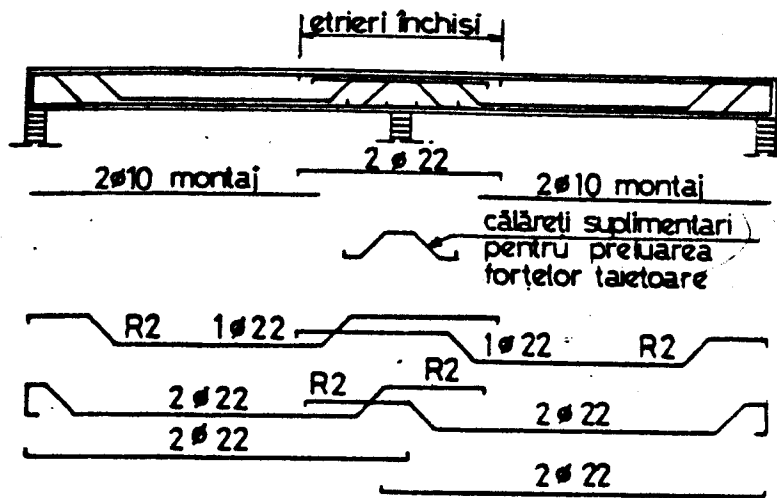


- fig. 6.5 -

In fig. 6.6 și 6.7 sînt detaliate armările pentru o grindă simplu rezemată și o grindă continuă cu două deschideri. Căsurile sînt desenate considerînd că armăturile sînt din oțel PC 52 sau PC 60.



- fig. 6.6 -



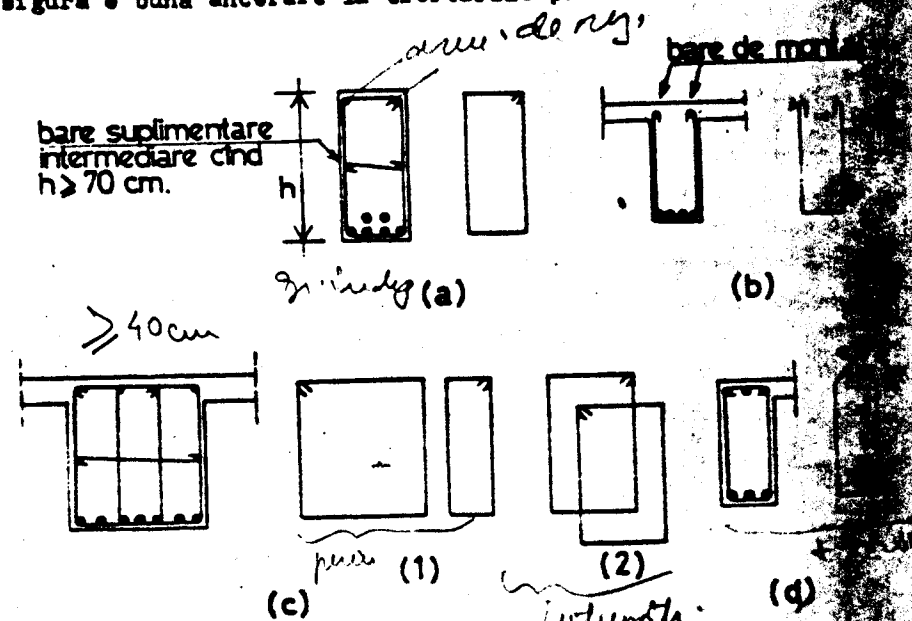
- fig. 6.7 -

La grinzile continue, dispoziția armăturilor longitudinale se definitivează de regulă în următoarea ordine (v. și [1] [4]) :

- Se stabilesc armările din cimpuri, la momentele pozitive.
- Din barele prevăzute în cimp, se mențin drepte cel puțin 30 % (și cel puțin cîte una la fiecare colț de etrier), iar restul se ridică la 45° la reazeme.
- Se completează armarea pe reazeme la moment negativ cu călăreți, ținînd seama de barele ridicate și de faptul că dintre acestea, de fiecare parte a reazemului, cele înclinate în prima secțiune (imediat lângă reazem) nu sînt active la moment negativ în partea respectivă, ci numai în partea opusă.
- Se efectuează verificarea la forță tăietoare și se definitivează pe această bază schema de armare. În situațiile speciale cînd barele înclinate disponibile din cîmp nu sînt suficiente pentru preluarea forței tăietoare împreună cu etrierii, se pot prevedea călăreți suplimentari înclinați ca în figură.

Etrierii se dispun ca în fig. 6.8 : la grinzile independente, etrieri închiși (fig. 6.8.a) ; la cele care fac corp comun cu placa unui planșeu, etrierii închiși sînt obligatorii numai în zonele cu armături de rezistență la partea superioară (v. și fig. 6.7), iar în rest se prevăd deschiși (fig. 6.8.b).

La grinzile cu lățimi ≥ 40 cm (fig. 6.8.c), devin necesari de regulă etrieri dubli (cu 4 ramuri verticale), pentru alcătuirea cărora se dau în figură două variante. Cea cu etrier perimetrali este preferabilă deoarece asigură o lățime controlată a carcasei de armătură, avantaj care nu se realizează în cealaltă variantă, cu etrieri egali întrepătrunși. La grinzile solicitate la torsiune, etrierii se alcătuesc ca în fig. 6.8.d; pentru a asigura o bună ancorare la eforturile produse de torsiune.



- fig. 6.8 -

6.5. Armarea cu carcassă sudate

Pe lângă armarea cu bare independente (carcase "încleșcate" sau cu carcassă sudate prezintă avantajul unui montaj mai ușor și tot e dată al reducerii la minimum a manoperei de față pe șantier. Principii de alcătuire :

- realizarea armării din una sau mai multe carcassă sudate (fig. 6.9), formate din bare longitudinale și transversale sudate între ele prin puncte la fiecare intersecție ;
- renunțarea la bare înclinate și preluarea forței tăietoare numai prin beton și prin barele transversale, cu rol de etrieri ;

placă în acest caz la talpa inferioară a grinzii, astfel că eforturile transversale σ_y sînt întinderi și în consecință eștrierii trebuie dimensiонаți suplimentar la întindere pentru a asigura suspendarea plăcii, considerînd schema din fig. 6.11.b.

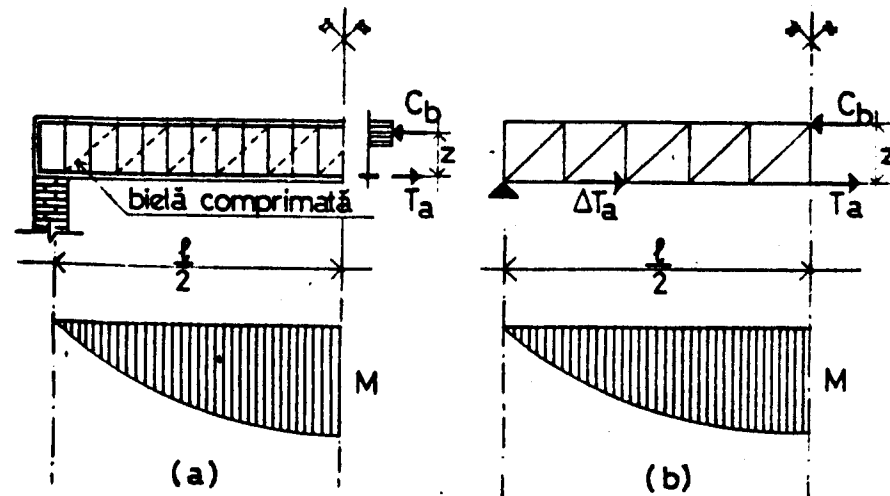
La grinzile întoarse svelte (care au lățime mică în raport cu deschiderea și cu înălțimea secțiunii), avînd în vedere că talpa superioară comprimată rămîne nerigidizată transversal pe toată lungimea ei, pot apărea deformații de voalare, necesitănd o rigidizare prin îngroșarea tîlpii superioare ca în fig. 6.11.c.

6.5. Brațul de pîrghie al eforturilor interioare

În secțiunea transversală a unei grinzii cu inimă plină, solicitată la încovoiere (fig. 6.12.a), momentul încovoietor este echilibrat de cuplul format din rezultantele eforturilor din zona comprimată (C_b) și din armătura întinsă (T_a), cu brațul de pîrghie s :

$$|T_a| = |C_b| = \frac{M}{s} \quad (6.1)$$

Considerînd pentru simplificare o grindă armată numai cu bare longitudinale și eștrieri ca în fig. 6.12.a și comparînd-o cu o grindă cu săbrele de aceeași înălțime (fig. 6.12.b), elementele corespondente sînt:



- fig. 6.12 -

Grindă	cu inimă plină	cu săbrele
C_b	Resultanta eforturilor din zona comprimată	Efortul din talpa comprimată
T_a	Efortul din armătura întinsă	Efortul din talpa întinsă
Brațul de pîrghie al eforturilor interioare:	$s \approx 0,85 h_0$ (practic constant pe lungimea grinzii)	$s =$ distanța între rețele tîlpilor (înălțimea teoretică a grinzii cu săbrele), constantă pe lungimea grinzii
Montanții (intinși)	Eștrierii	Montanții
Diagonalele (comprimate)	Fibrele (bițele) diagonale de beton din inimă grinzii	Diagonalele

Se observă că în ambele cazuri, brațul de pîrghie fiind practic constant pe lungimea grinzii, efortul din talpa (armătura) întinsă este:

$$T_a = \frac{M}{s} = \frac{M}{ct.}$$

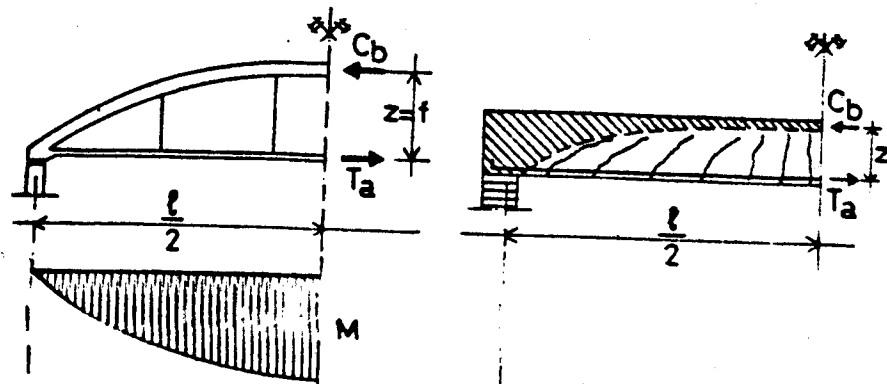
deci se poate considera că variază proporțional cu ordonata diagramei de momente. Cantitatea de armătură necesară va fi, în consecință invers proporțională cu s , respectiv cu înălțimea secțiunii grinzii.

Scăderea treptată de efort din armătura întinsă, de la secțiunea de moment maxim pînă la cea de moment zero (în cazul din figură: reazemul), se realizează:

- la grinda cu săbrele, pe seama eforturilor din diagonale, ale căror proiecții pe orizontală echilibrează scăderea de efort ΔT_a din talpă de la un panou la altul;
- la grinda cu inimă plină: pe seama transmiterii de eforturi prin aderență de la armătură la fibrele (bițele) diagonale de beton, care lucrează similar cu diagonalele grinzii cu săbrele.

După acest mecanism se transmite cea mai mare parte din T_a , rămînînd numai o parte redusă care se transmite prin aderența armăturii la capete dincolo de punctul teoretic de moment nul.

O altă analogie cunoscută este cea între grinda cu inimă plină și arcul cu tirant (fig. 6.13).



- fig. 6.13 -

În ansamblul arc + tirant (fig. 6.13.a), arcul reprezintă talpa comprimată, tirantul talpa întinsă, iar brațul de pîrghie al eforturilor interioare este distanța pe verticală între axele arcului și tirantului (săgeata teoretică f a arcului). Deosebirea față de grinzile din fig. 6.12 constă în aceea că aici brațul de pîrghie nu mai este constant în lungul elementului ci, dacă forma arcului este cea de coincidență pentru încărcarea dată, z variază proporțional cu M , astfel că:

$$T_a = \frac{M}{z} = \text{const.}$$

Efortul din talpa întinsă nu mai scade deci spre reazeme ca în primele două cazuri, ci rămîne constant pe toată deschiderea și se transmite integral la capete, necesitînd măsuri speciale de asigurare a unei bune ancorări a tirantului în aceste zone.

Dacă am schematiza o grindă cu inimă plină de beton armat ca în fig. 6.13.b, considerînd inactive zonele de beton fisurate, ajungem la o formă apropiată de cea de arc cu tirant, care însă în cazul grinzilor lungi obişnuite, așa cum se vede chiar din figură, nu modelează destul de corect comportarea reală, mai apropiată de modelul de grindă cu săbrele din fig. 6.12. Într-o lucrare apărută recent, Leonhardt [8] propune pentru verificarea la forță tăietoare a grinzilor un model intermediar

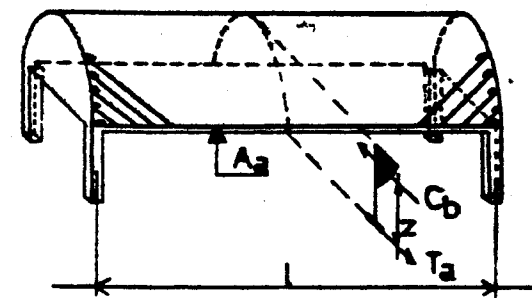
ca în fig. 6.14 (grindă cu săbrele cu talpa superioară tegită la capete), care reflectă comportarea mai apropiată de grindă cu săbrele în zona din spate mijlocul deschiderii, respectiv mai apropiată de arcul cu tirant în zonele de capăt, unde bieții comprimate oblice sînt predominante.



- fig. 6.14 -

Din toate exemplele de mai sus rezultă că o concluzie generală e, oricât ar fi forma reală a schematisării pentru calcul a grinzii, că

titatea necesară de armătură întinsă rezultă dintr-o relație de tipul (6.1), fiind invers proporțională cu brațul de pîrghie al eforturilor interioare. La același mecanism se reduce în esență și comportarea de ansamblu a unor elemente de beton armat în veiate de forme mai complexe, cum ar fi de exemplu placa sub o re cilindrică din fig. 6.15 sau altele similare.



- fig. 6.15 -

Bibliografie selectivă la cap. 6

- [1] Agent, R. și Popescu, Hr. : Plăngea din beton armat monolit cu grinzi principale și secundare. Exemplu de proiect (litografiat). Institutul de Construcții București, 1970.
- [2] Beikov, V.N. și Sigalev, E.E. : Jelesbetonmie konstruktivii - Obščii kurs. Stroitel'stat, Moscova, 1977. Paragr.

- [3] Comité Européen du Béton : Manuel "Technologie et industrialisation du ferrailage", Tome I. Dispositions constructives en béton armé. In : Bulletin d'Information C.E.B., nr. 87/1973. Paragr. 2.2, pag. 2.41 - 2.62.
- [4] Dumitrescu, D., Agent, R., Nicula, I. ș.a. : Indrumător pentru proiectarea și calculul construcțiilor din beton, beton armat și beton precomprimat. Ed. Tehnică, București, 1978. Paragr. 9.1.6. Prevederi constructive pentru grinsi, pag. 490 - 494 și paragr. 11.1, pag. 569 - 576.
- [5] Ferguson, Ph.M. : Reinforced Concrete Fundamentals, ed.3. J.Wiley & Sons, New York, 1973. Cap.8. Continuous beams and one-way slabs, pag. 267 - 310.
- [6] Frans, G. : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I, ed. 2. Springer-Verlag, Berlin, 1966. Paragr. 2.24. Konstruktive Ausbildung von Ortbetonbalken, pag. 216 - 229.
- [7] Hangan, M.D. : Construcții de beton armat. Ed. Tehnică, București, 1963. Cap.II. Grinsi de beton armat, pag. 69 - 123.
- [8] Leonhardt, Fr. : Schub bei Stahlbeton und Spannbeton - Grundlagen der neueren Schubmessung. In: Beton- und Stahlbetonbau, nr. 11 - 12/1977.
- [9] Leonhardt, Fr. și Mönig, E. : Vorlesungen über Massivbau, Teil III. Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer-Verlag, Berlin, 1977. Cap. 9. Balken und Plattenbalken, pag. 121 - 152.
- [10] Park, R. și Paulay, T. : Reinforced Concrete Structures. J.Wiley & Sons, New York, 1975. Paragr. 13.4. Detailing of beams, pag. 669 - 686.
- [11] Ulitki, I.I. ș.a. : Jelezobetonnie konstrukcii, ed.3. Izd. "Budivelnik", Kiev, 1972. Glava 11. Perekrítia, pag. 463 - 520.

Cap. 7. Grinsi-pereți și censele scurte

7.1. Grinsi-pereți. Definiție și domeniu de utilizare

Prin grinsi-pereți²⁴⁾ se înțeleg grinzile la care raportul înălțimii mari în raport cu deschiderea ($h/L > 0,5$). Nu mai poate fi admisă ca satisfacătoare ipoteza simplificată a secțiunilor plane (Bernoulli) și în consecință calculul grinzilor trebuie condus după alte reguli decât la grinzile scurte (lungi).

În general, la valori atât de ridicate ale raportului h/L nu se ajunge dintr-o dimensionare a grinzilor respectând, ci acestea apar de la sine în anumite situații prin însăși necesitatea construcției și trebuie considerate în calcul și proiectate ca atare. Exemple :

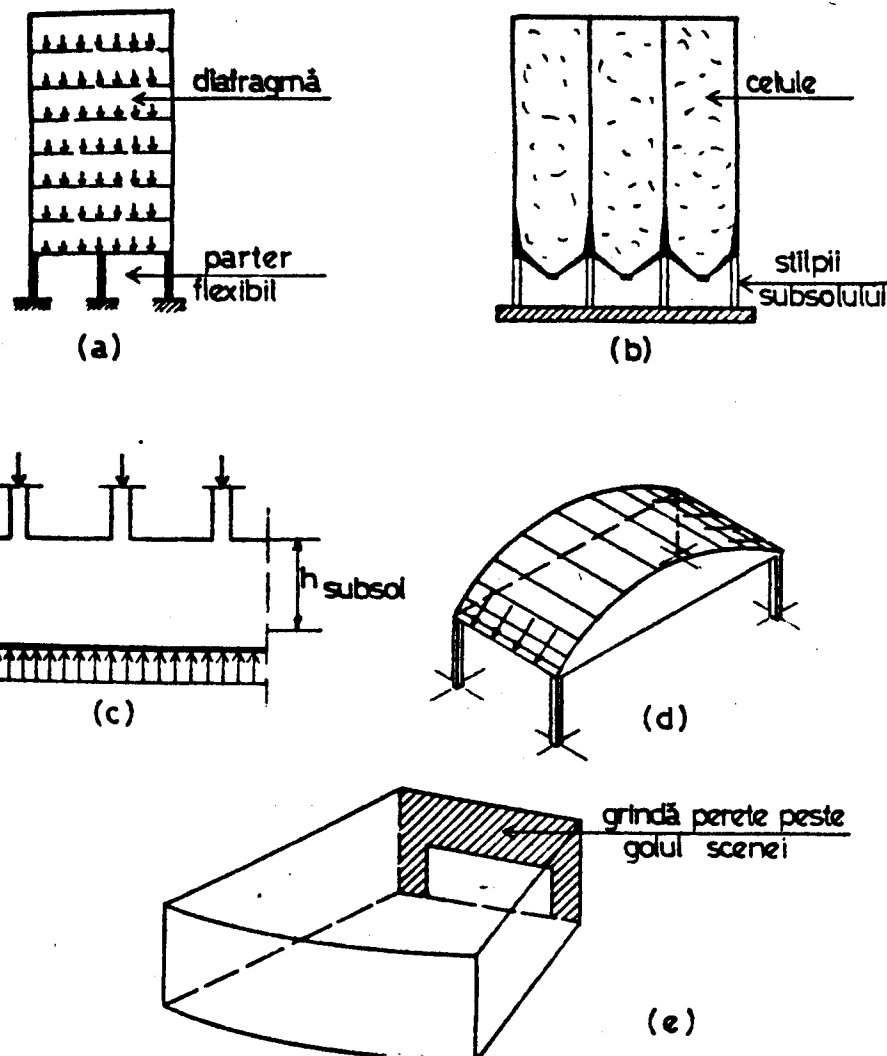
- La blecurile de locuințe etajate cu structură pe diafragme, la al căror parter se cere să se amenajeze magazine mici sau alte spații necompartimentate, diafragma se pot opri la nivelul primului etaj (fig. 7.1.a), continuându-se la parter cu stâlpi. Se ajunge astfel la o structură rigidă cu parter flexibil. Diafragma devin autoportante între stâlpi, lucrând ca grinsi, care, așa cum se vede din figură, pot ajunge la înălțimi foarte mari în raport cu deschiderile, deci grinsi-pereți.

- La celulele de gilez rezemate pe stâlpi (fig. 7.1.b) apare o situație similară, pereții celulelor lucrând între stâlpi ca grinsi-pereți, de care sînt suspendate și pîlăile de la baza celulelor. Ele transmit deci, în afară de greutatea proprie a pereților respectivi, și întreaga încărcare dată de materialul insulezat. Este de menționat că de la problemele puse de proiectarea acestui tip de construcții s-a dezvoltat la început teoria grinzilor-pereți [3].

- La clădirile etajate cu subsol, girurile perimetrice de stâlpi pot rezema pe pereții exteriori de beton armat ai subsolului ca în fig.7.1.c, aceștia devenind astfel grinsi de funda-

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
24	grindă-perețe	deep beam	pentre-cleison	wandartiger Träger	балка-стенка

ție (solicitare la încovoiere de jos în sus de reacțiunile terenului și având ca reazeme stâlpii), cu proporțiile unor grinzi-perete.



- fig. 7.1 -

- În cazul unui acoperiș boltit ca în fig. 7.1.d, rezemat pe stâlpi prin intermediul unor arce cu tiranți, împingerile bolții între două reazeme succesive sînt preluate de belta înălți, lucrînd ca grindă-perete (belta autoportantă).

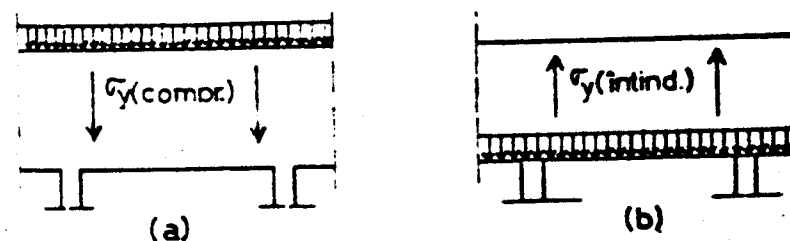
- La sălile de spectacol (fig. 7.1.e), rigla cadrului scenei, avînd ca înălțime diferența de nivel între tavan și golul scenei, are deseori proporții de grindă-perete.

Există însă și cazuri cînd grinzile-perete sînt proiectate ca stare, urmărindu-se în special crearea unor elemente rigide prin folosirea unor gabarite existente, de exemplu înălțimea unui etaj sau înălțimea subsolului unei clădiri. Astfel, la clădirile etajate înalte și în special la cele situate pe terenuri cu compresibilitate mare, devine avantajoasă realizarea la bază a unei cutii rigide de fundație, pe înălțimea subsolului, formată din radier, planșeu peste subsol și pereții subsolului, lucrînd ca grinzi înalte.

7.2. Comportarea grinzilor-perete în domeniul elastic

Procedeele de determinare a eforturilor în grinzi-perete din material omogen și elastic sînt cunoscute din cadrul de Teoria Elasticității. Parametrii care în calculul obișnuit al grinzilor lungi se neglijează, dar care la grinzile-perete trebuie să fie luați în considerare se pot sintetiza după cum urmează:

- Starea de eforturi este influențată și de eforturile normale transversale σ_y (fig. 7.2), care sînt compresiuni dacă încărcarea este aplicată la talpa superioară a grinzii, respectiv întinderi dacă încărcarea se aplică la talpa inferioară.

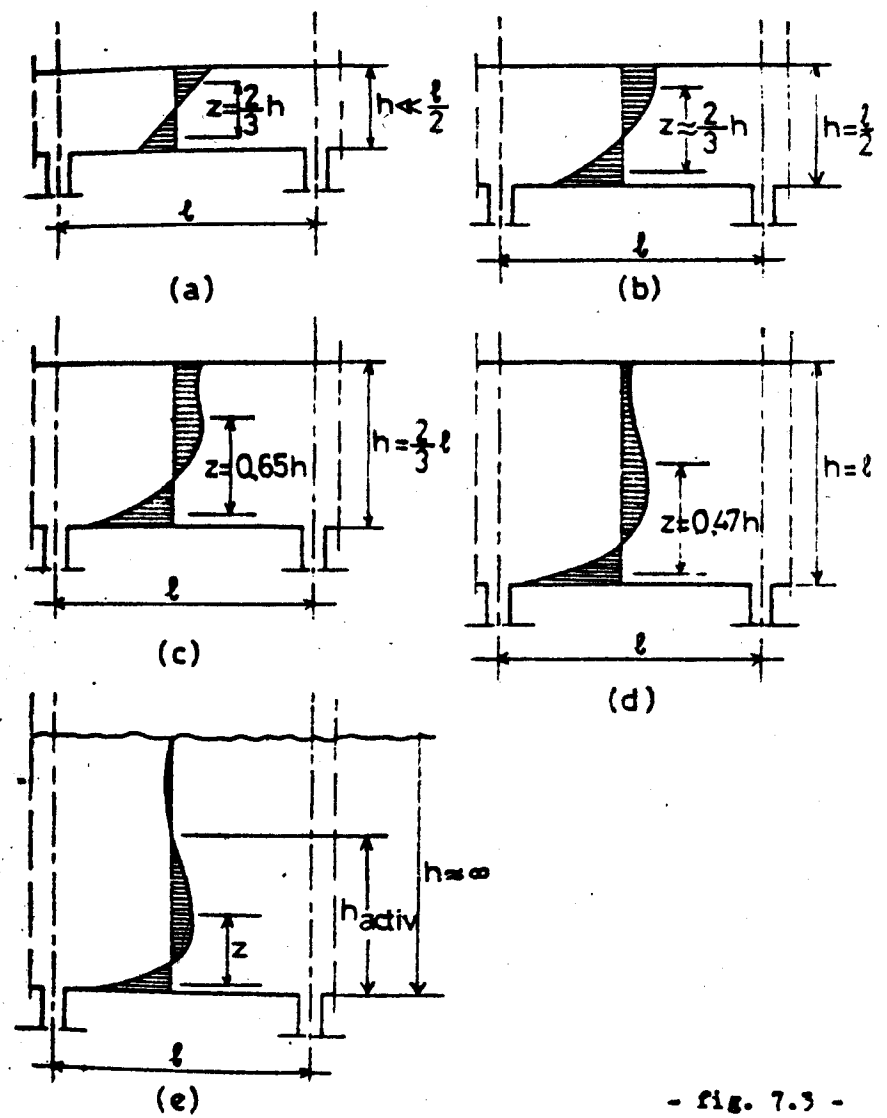


- fig. 7.2 -

- În consecință, eforturile diferă în funcție de modul cum se aplică încărcările: la talpa superioară, la cea inferioară sau distribuite pe toată înălțimea grinzii ca în fig. 7.1.a.

- Calculul se efectuează fără luarea în considerare a ipotezei lui Bernoulli.

In fig. 7.3 sînt arătate diagramele de eforturi σ_x care se obțin în secțiunea din cîmp a unei grinzi-perete continue cu deschideri egale, cu încărcare uniform distribuită aplicată la talpa inferioară, în funcție de raportul h/l [3][6][7]:



- fig. 7.3 -

- Pentru $h/l \ll 0,5$ (fig. 7.3.a) grinda se află în domeniul grinzilor lungi. Diagrama de eforturi σ_x este practic

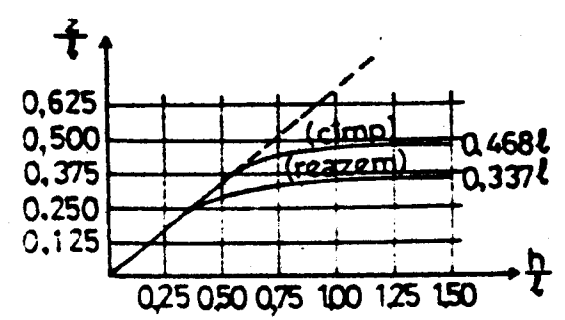
liniară, iar brațul de pirghie al eforturilor interioare este în consecință $s = \frac{2}{3} h$. La limita $h/l = 0,5$ (fig. 7.3.b), deși diagrama eforturilor σ_x începe să se depărteze de cea liniară (axa neutră coboară sub axa grinzii, zona comprimată se aplatisează, iar zona întinsă se concentrează), brațul de pirghie s rămîne încă apropiat de valoarea $\frac{2}{3} h$.

- Mîrind în continuare raportul (h/l) se observă din fig. 7.3.c că la $h/l = 2/3$ coborîrea axei neutre și aplatizarea zonei comprimate au devenit mai pronunțate, în sensul că eforturile σ_x de compresie nu mai sînt maxime la fibra extremă, ci mai jos. Concentrarea diagramei de eforturi spre baza grinzii se accentuează cu creșterea raportului h/l , astfel încît la $h/l = 1$ (fig. 7.3.d) σ_x la fibra extremă ajunge aproape egal cu zero, iar la înălțimi mai mari se anulează și își schimbă semnul.

- În cazul limită al grinzii de înălțime infinită în raport cu deschiderea (fig. 7.3.e), întreaga diagramă σ_x se concentrează la baza grinzii pe o anumită înălțime, care poate fi considerată ca înălțime activă a grinzii-perete, iar în restul grinzii tinde la zero (zonă inertă). Deci cînd h/l tinde spre ∞ , înălțimea activă se plafonează la o valoare constantă, egală cu brațul de pirghie s .

Pentru secțiunea de pe reazem a aceleiași grinzi, devierea de la diagrama de eforturi liniară și trecerea treptată spre $s = ct.$ este și mai accentuată decît la secțiunea din cîmp, începînd să se manifeste și la $h/l < 0,5$.

In fig. 7.4 este arătată variația lui s , respectiv a



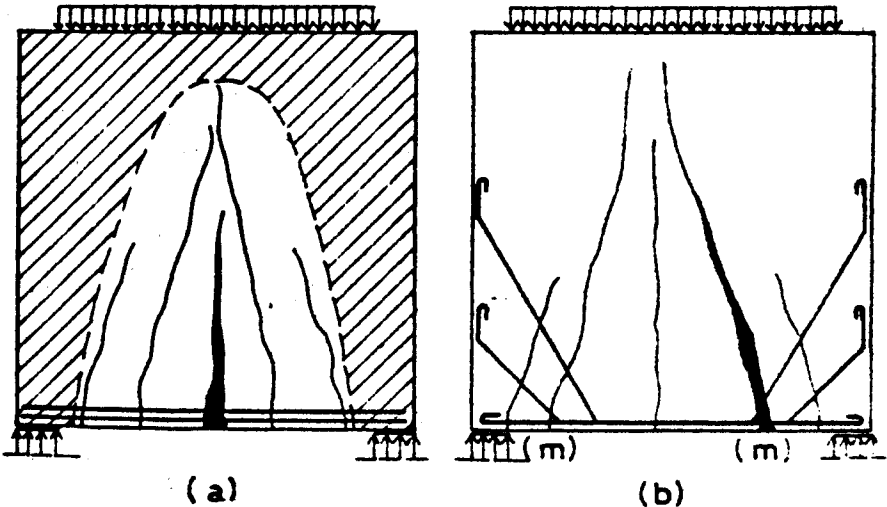
raportului s/l în funcție de h/l pentru ambele secțiuni ale grinzii considerate (în cîmp și pe reazem).

- fig. 7.4 -

7.5. Comportarea grinzilor-pereți din beton armat după figurare (în stadiul II) și modul de cedare

Precizări importante cu privire la comportarea grinzilor-pereți din beton armat, cu diferite tipuri de armări, după figurare și până la starea limită de rezistență, a adus amplul program de cercetări experimentale efectuat în anii 1962 - 1964 la Stuttgart de Leonhardt și Walther [7] [8]. Principalele constatări și concluzii rezultate din aceste cercetări pot fi sintetizate după cum urmează :

a. În cazul unei grinzi armate la bază cu bare drepte duse până la reazeme (fără bare ridicate) și cu încărcare la talpa superioară, fisurile în zona de moment maxim se dezvoltă ca în fig. 7.5.a, înaintând mult în sus, astfel că înainte de cedare brațul de pîrghie al eforturilor interioare în mijlecul deschiderii crește sensibil față de cel din stadiul elastic, zona comprimată concentrîndu-se spre talpa superioară a grinzii pe măsură ce fisurile din zona întinsă se lărgesc și înaintează [7] [10].



- fig. 7.5 -

Înpre reazeme însă, datorită penderii mai mari cu care intervin eforturile de compresie σ_y , fisurile înaintază mai puțin pe înălțimea grinzii, astfel că zona fisurată se

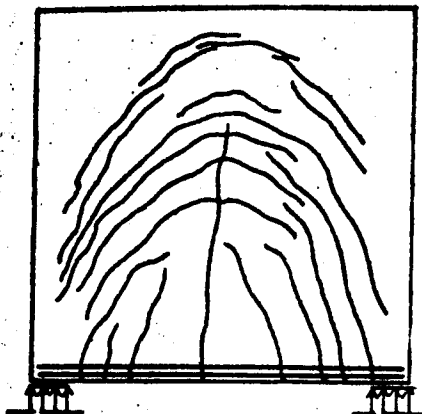
inscrie în limitele unei bolți ca în figură. În consecință, brațul de pîrghie s nu mai este practic constant ca la o grindă lungă, ci variază aproximativ proporțional cu momentul încovoitor, deci asemănător cu cazul arcului cu tirant din fig. 6.13, astfel că efortul din armătura întinsă $\sigma_s = M/s$ const. Cu alte cuvinte, efectul de boltire la capete datorită prezenței eforturilor de compresie σ_y , care la grinzi lungi are un caracter local (fig. 6.13 și 6.14), devine cu atât mai pronunțat cu cât raportul h/E este mai mare.

Rezultă că armătura întinsă trebuie aleasă în mod similar unui tirant, adică duă integral până în reazeme, fără bare ridicate și ancorată bine la capete. Această necesitate s-a evidențiat și din încercarea unor grinzi armate fără măsuri speciale de ancorare la capete și care au cedat prin smulgerea armăturilor în zonele respective.

b. Prezența unor eforturi importante σ_y de compresie în spre reazeme, deci în zonele cu forțe tăietoare mari, favorizează comportarea grinzilor la forțe tăietoare, micșorînd substanțial eforturile principale de întindere maxime. Din încercările efectuate a rezultat că în general la grinzi încărcate la talpa superioară (deci unde σ_y sînt compresii) nu este necesară o verificare la forțe tăietoare și deci nu este nevoie de bare înclinate.

c. Concluziile de mai sus au fost confirmate și de încercări pe grinzi-pereți armate ca în fig. 7.5.b, cu bare înclinate. A rezultat că, la aceeași armare în cîmp, acestea prezintă o capacitate portantă mai mică decît cele armate ca în fig. 7.5.a, deoarece prin ridicarea unei părți din armătura întinsă se creează secțiuni periculoase în punctele respective (notate în figură cu m), unde efortul total de întindere nu este mai mic decît în mijlecul deschiderii, iar secțiunea activă de armătură s-a diminuat prin ridicarea unora din bare.

d. La grinzile cu încărcare aplicată la talpa inferioară, fisurarea se produce ca în fig. 7.6. Aici σ_y sînt eforturi de întindere, astfel că acționează în sens defavorabil. Dacă întrierii verticali sînt dimensionați la întindere pentru a asigura suspendarea încărcării, altă verificare la forțe tăietoare nu apare totuși necesară nici în acest caz.



- fig. 7.6 -

Cercetări similare s-au efectuat și asupra unor grînsi-pereți continue cu două deschideri, pentru evidențierea comportării în secțiunile de pe reazeme.

Pentru o sinteză mai detaliată a celor arătate mai sus, în l. română, se poate consulta și lucrarea [10].

Ținînd seama de rezultatele obținute din aceste încercări, auterii au propus o serie

de reguli de calcul practic și de alcătuire a grînsilor-pereți, care au fost preluate în majoritatea manualelor și prescripțiilor mai noi [1][2][9][11] și sînt prezentate în paragraful următor.

Este de menționat că încercările de la Stuttgart au fost limitate la grînsi cu rapoarte $h/l \leq 1$, astfel că pentru grînsi mai înalte și în special pentru cele încrôcate ca în fig. 7.1.a, caz curent întîlnit în practică, fundamentarea unor reguli adecuate de calcul și de dispunere a armăturilor rămîne încă o problemă deschisă, iar utilizarea prin extrapolare a datelor obținute pentru $h/l > 1$ are un caracter sceptic. Sînt de amintit încercările mai vechi ale lui Schütt [12][7], mergînd pînă la $h/l = 2$.

Pentru particularitățile solicitărilor în grînsi-pereți cu goluri, a se vedea [5].

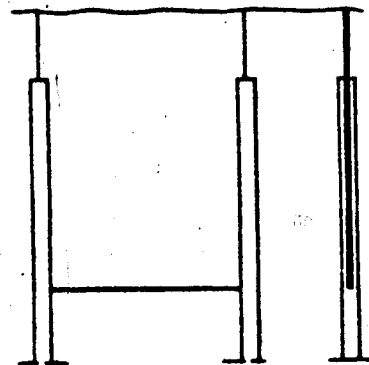
7.4. Alcătuire constructivă și armare

7.4.1. Secțiunea de beton

La grînsile-pereți care se formează la baza unor pereți înalți și sînt rigidizate transversal prin planșee intermediare ca în fig. 7.1.a, nu este de regulă necesară o îngroșare față de peretele curent. În situațiile speciale cînd zona comprimată a grînsii-perete este nerigidizată lateral prin planșee sau alte elemente (îngroșări, legături), înțimea b trebuie dimensi-

nată ținînd seama și de necesitatea asigurării contra vealării.

O atenție specială compertă verificarea la compresiune a resemărilor grînsilor pe stâlpi. De obicei, stâlpii se continuă și pe înălțimea activă a grînsii-perete ca îngroșări ale acestuia, ca în fig. 7.7. În cazul clădirilor etajate cu structură rigidă pe parter flexibil (fig. 7.1.a), stâlpii de la parter se continuă ca îngroșări ale diafragmelor cîl puțin pe înălțimea primului nivel rigid.



- fig. 7.7 -

După [7], secțiunea pe reazem a grînsii-perete trebuie să satisfacă relația:

$$A_b \geq 0,5 \frac{N}{R_b} \quad (7.1)$$

unde: N = reacțiunea pe reazem;

R_b = marea betonului.

7.4.2. Dimensionarea armăturilor longitudinale

Se admite ca, pe baza momentelor încovoietoare calculate ca pentru o grîndă lungă (după caz: simplu resemată sau continuă), secțiunea necesară de armatură în cîmp și pe reazem să fie determinată în mod simplificat cu relația:

$$A_s = \frac{M}{z R_s} \quad (7.2)$$

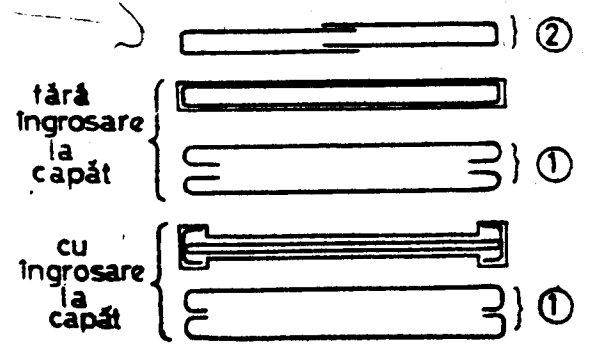
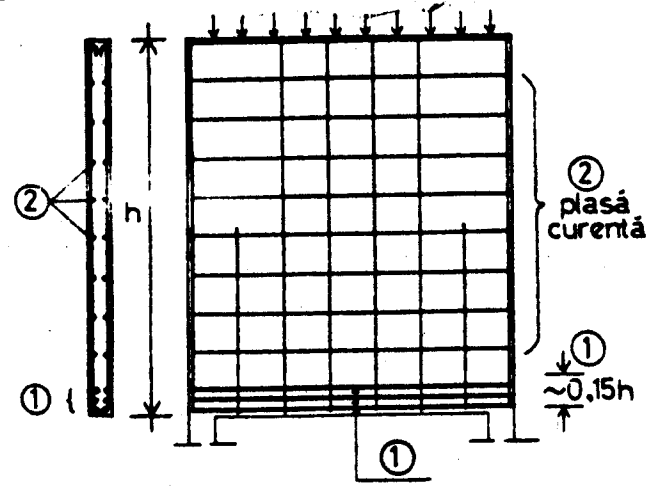
unde pentru brațul de pirghie z se recomandă să se ia valorile din tabel:

tipul de grîndă	h/l	
	≤ 1	≥ 1
simplu resemată	$z = 0,6 h$	$z = 0,6$
continuu (pentru secțiunile din cîmp și de pe reazem)	$z = 0,5 h$	$z = 0,5$

7.4.5 Dispunerea armăturilor

La grinzii cu o singură deschidere (fig. 7.8), armarea longitudinală de la bază se distribuie pe 2 sau 3 rânduri, pe o înălțime până la cca $0,15 h \leq 0,15 l$. Armăturile se ancorăscă la capete în grosimea peretelui sau în îngroșare, cu bucle orizontale mari. Sînt contraindicate cicurile sau buclele în plan vertical, care împiedică buna pătrundere a betonului la turnare și tot e dată pot cauza, prin transmiterea eforturilor de la armături la beten, despicarea verticală a peretelui în sondele respective.

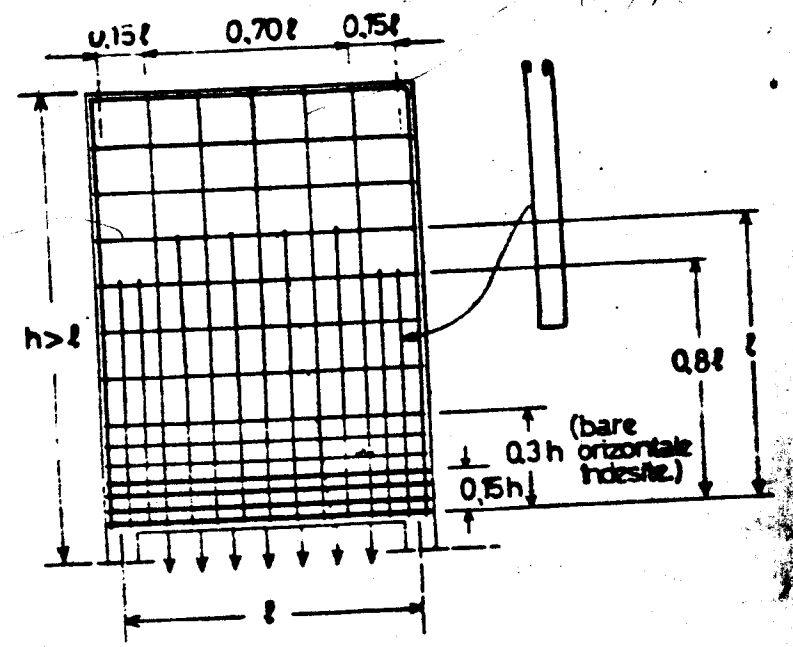
Pe restul înălțimii grinzii se prevăd armături orizontale constructive sub forma de etrieri care se înădlesc la mijlocul deschiderii, ca în figură. Etrierii verticali sînt și ei dispuși constructiv.



- fig. 7.8 -

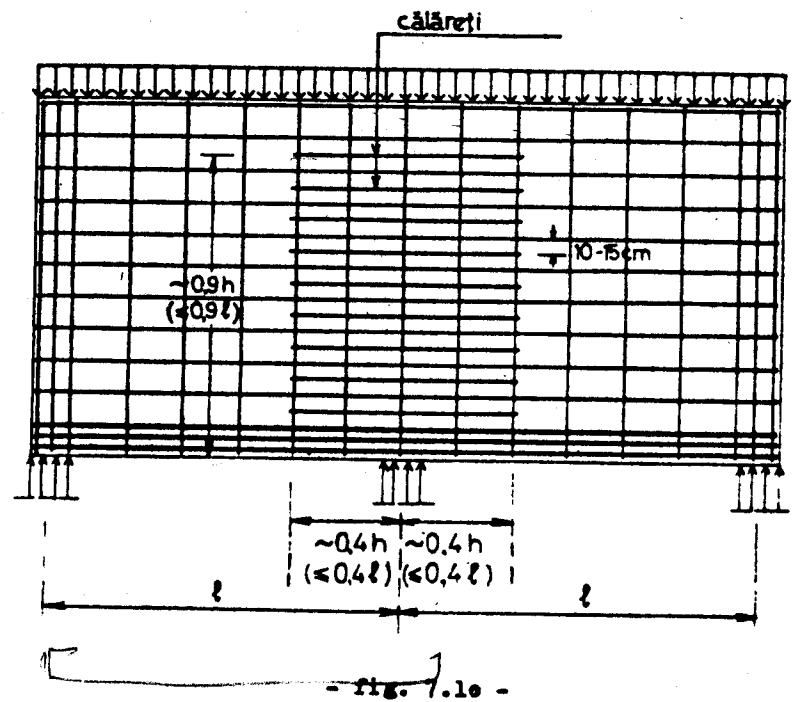
Dacă încărcarea este aplicată la talpa inferioară a grinzii, intervine în plus, așa cum s-a arătat mai înainte, dimensionarea etrierilor verticali pentru a asigura suspendarea încărcării, deci etrieri mai desși, astfel că armarea capătă forma din fig. 7.9. Se observă că la baza grinzii, pe o înălțime de cca $0,3 h$, se îndesesc și etrierii orizontali constructivi, așezîndu-se la $l_0 - 15$ cm distanță.

0,5 l int. la



- fig. 7.9 -

În cazul grinzilor continue (fig. 7.10), barele-călăreți pentru preluarea momentelor negative de pe reazemele de continuitate trebuiesc distribuite pe o înălțime mai mare decît cele de la baza grinzii, urmînd diagrama eforturilor de întindere (cca $0,9 h \leq 0,9 l$). Armătura activă pe reazem la momentul negativ este formată din acești călăreți și barele orizontale ale plasei curente. În figură s-a reprezentat cazul grinzii continue cu încărcare la talpa superioară. Dacă încărcarea se aplică la talpa inferioară, intervin aceleași armături suplimentare ca și în fig. 7.9.



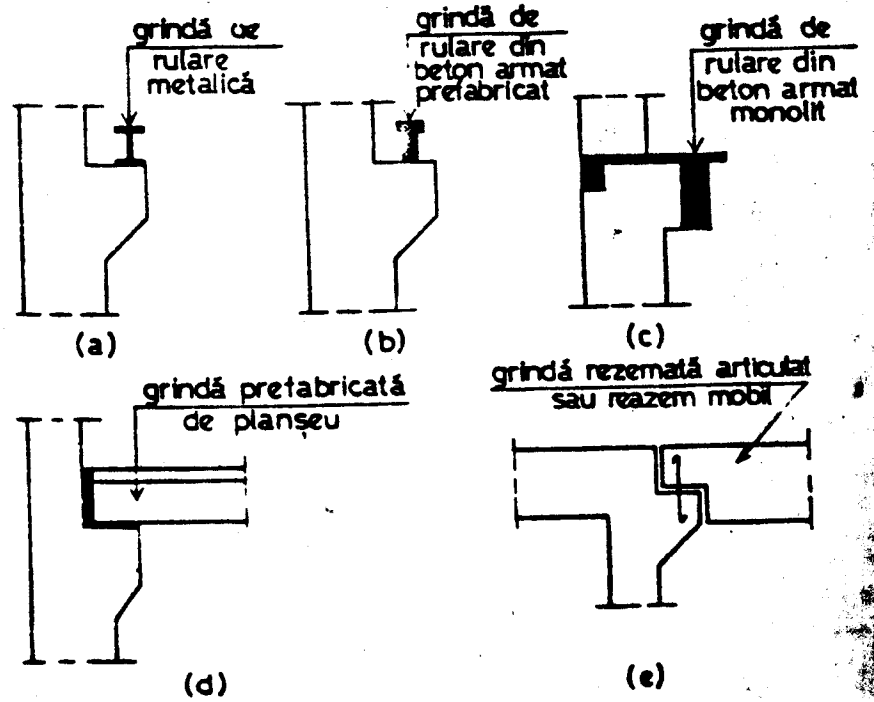
- fig. 7.10 -

Problemele speciale ale armării grinzilor-pereți rezemate indirect (pe alte grinzi-pereți) vor fi tratate în cadrul cap.11 al cursului.

7.3. Console scurte ²⁵⁾

Prin console scurte (fig. 7.11) se înțeleg consolele care au proporții echivalente cu cele ale unor grinzi-pereți (raportul $h/l \geq 1$). În construcții, astfel de elemente apar la rezemările grinzilor de rulare pe stâlpi (fig.7.11.a,b,c) și în general la rezemări excentrice ale unor grinzi (fig.7.11.d,e). În cazurile din fig. 7.11.a,b,d și e consola este încărcată la talpa superioară, iar în cel din fig. 7.11.c, unde grinda care rezemă face corp comun cu consola, încărcarea se

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
25	consolă scurtă	corbel	console courte	kurse Konsole	korotkaja kensola



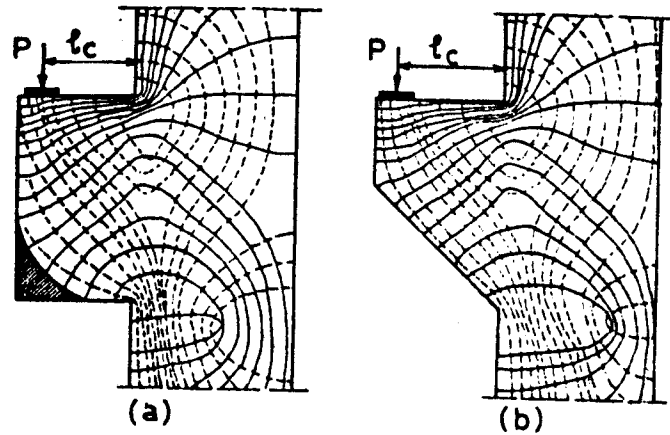
- fig. 7.11 -

transmite în zona tălpii inferioare a acesteia.

Consolele scurte se întâlnesc mai frecvent la structurile din elemente prefabricate. Totuși analiza comportării și calculului lor a fost inclusă în prezentul capitol al cursului deoarece este similară cu cea a grinzilor-pereți [4] [9] [11] [13].

În fig. 7.12 [4] se văd traiectoriile direcțiilor principale de compresiune și de întindere în stadiul elastic, pentru consolele cu secțiune constantă sau variabilă și încărcare la talpa superioară. Se vede din fig. 7.12.a că în cazul consolei de secțiune constantă colțul exterior de jos rămâne practic nesolicitat, astfel că forma din fig. 7.12.b este mai rațională, eliminând un material inutil.

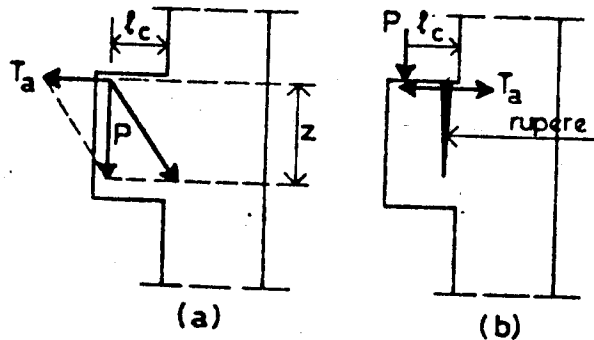
În fig. 7.13.a este schematizată starea de eforturi, sub forma descompunerii reacțiunii transmise de grindă după direcția armăturii orizontale întinse de la talpa superioară și a unei biele oblice de compresiune urmărind direcția predominantă



- fig. 7.12 -

tă a traiectoriilor de compresiune din fig. 7.11. Acest efect de descompunere a unei forțe concentrate corespunde celui de descărcare în boltă pentru grinzi-pereți cu încărcare uniform distribuită.

Starea limită de rezistență se atinge prin intrarea în curgere a armăturii orizontale întinse (fig. 7.13.b), care, ca



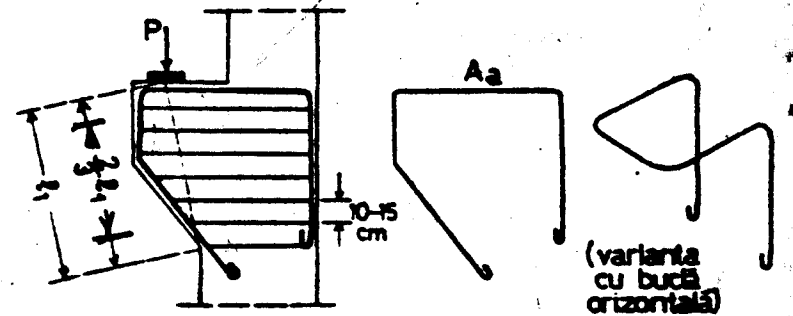
- fig. 7.13 -

$$T_a = \frac{P \cdot l_c}{s} \quad (A_{a \text{ nec.}} = \frac{T_a}{R_a}) \quad (7.5)$$

Deci și aici prezintă importanță o bună ancorare a a-

și în cazul grinzilor-pereți, este practic uniform solicitată pe toată distanța între punctul de aplicare al încărcării concentrate și reazem, mărirea efortului fiind :

cestei armături, nu numai pe reazem, dar și la capătul consolei. De aceea se recomandă o armare ca în fig. 7.14, cu armătură de la talpa superioară ancorată la capătul consolei fie printr-o buclă în plan orizontal, fie prin întoarcere pe verticală. În ambele cazuri, ouclele trebuie să treacă dincolo de punctul de aplicare al forței exterioare.



- fig. 7.14 -

La fel ca la grinzile-pereți, nu este necesară o verificare la forță tăietoare dacă încărcarea este aplicată la talpa superioară a consolei. Se prevăd etrieri orizontali constructivi, a căror secțiune totală pe zona centrală a înălțimii consolei ($2/3 l_1$) trebuie, conform prevederilor paragraful 4.5.1e din STAS 10.107/e-76, să fie de cea a treime din cea a armăturii de la talpa superioară. Când încărcarea se aplică la talpa inferioară, ca în fig. 7.11.c, este necesară în plus o armătură transversală de suspendare a încărcării respective.

La unele tipuri de console mai puternic solicitate, același paragraf din STAS 10.107/e-76 prevede și o verificare a secțiunii de beton a consolei în funcție de forța tăietoare și anume :

- la console care susțin grinzi principale sau alte încărcări mari :

$$Q \leq 2 b h_0 R_t \quad (7.4)$$

- la console care susțin grinzi de rulare pentru poduri cu regim greu de funcționare :

$$Q \leq b h_0 R_t \quad (7.5)$$

- [1] Bölcsei, E. și Orosz, A. : Vasbetonszerkezetek. Fal-
tők, lemezek, tárolók. Tankönyvkiadó, Budapest, 1972.
Cap.2. Faltartók, pag. 18 - 58.
- [2] Comité Européen du Béton : Manuel "Technologie et indus-
trialisation du ferrailage", Tome I. Dispositions con-
structives en béton armé. In : Bulletin d'Information
C.E.B., nr. 87/1973. Paragr. 2.5 și 2.6, pag.2.63-2.79.
- [3] Dischinger, Fr. : Beitrag sur Theorie der Halbscheibe und
des wandartigen Balkens. In: Internationale Vereinigung
für Brückenbau und Hochbau, Band I, Zürich, 1932, pag.
69-93.
- [4] Franz, G. : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I,
ed.II. Springer-Verlag, Berlin, 1966. Paragr. 2.26.Kon-
solen, pag. 253-263.
- [5] Friedrich, R. : Contribuții la studiul grinzilor-pereți
din beton armat. Teză de doctorat, Institutul Politehnic
Timișoara, 1974.
- [6] Hangan, M.D. : Construcții de beton armat. Ed. Tehnică, Bu-
curești, 1963. Cap.VI. Grinzi-pereți, pag. 226-237.
- [7] Leonhardt, Fr. și Walther, R. : Wandartige Träger. In :
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 178. W.Ernst &
Sehn, Berlin, 1966.
- [8] Leonhardt, Fr. : Poutres-cloisons. In: Annales de l'Insti-
tut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, jan.
1970.
- [9] Park, R. și Paulay, T. : Reinforced Concrete Structures.
J.Wiley & Sons, New York, 1975. Paragr. 13.6. Brackets
and Corbels și paragr. 13.7. Deep Beams, pag. 690-716.
- [10] Pavel, C. : Grinzi pereți de beton armat (litografiat). In:
Institutul de Construcții București, 1973.
- [11] Robinson, J.R. : Éléments constructifs spéciaux du béton
armé. Eyrolles, Paris, 1975. Cap.2. Poutres cloisons,
pag. 82-110 și cap. 3.Consoles courtes, pag. 111-162.
- [12] Schütt, H. : Über das Tragvermögen wandartiger Stahlbeton-
träger. In: Beton- und Stahlbetonbau, nr. 10/1956.

- [13] Salazar, A.S. și Baranov, T.I. : Noții podhod k raschie-
tu korotkih elementov pri deistvii poperecinih sil. In:
Beton i Jelezobeton, nr. 2/1979.

Cap. 8. Plăci plane cu reazeme continue

8.1. Generalități

Plăcile plane^{26) 27)} și în general elementele de su-
prafață reprezintă forme constructive caracteristice betonului
armat, care prin felul cum se execută se protează în mod avan-
tajos la realizarea de astfel de elemente.

8.1.1. Rezenări și forme în plan

Prin plăci cu reazeme continue vom înțelege plăcile re-
zemată în lungul laturilor lor pe elemente continue : pereți
portanți sau grinzi. În fig. 8.1 sînt arătate diferite tipuri
de astfel de plăci, de formă dreptunghiulară, rezemată pe două
trei sau patru laturi :

- în fig. 8.1.a : placa unui planșeu cu grinzi pe o direc-
ție, rezemată pe două laturi pe grinzi ;

- în fig. 8.1.b : placa unui podest de scări, rezemată pe
trei laturi pe siduri portante sau pe grinzi ;

- în fig. 8.1.c : placa unui planșeu cu grinzi pe două direc-
ții, rezemată pe grinzi pe toate patru laturile.

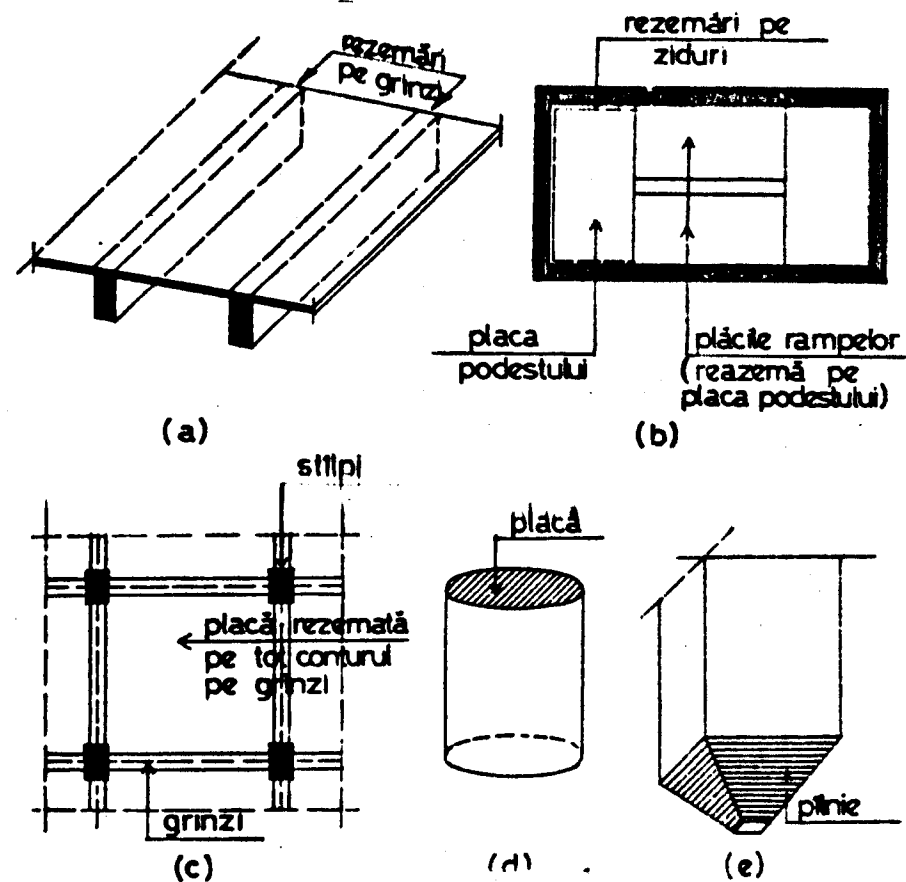
De asemenea, sînt arătate și alte forme de plăci de
cele dreptunghiulare și anume :

- circulare (placa peste rezervorul cilindric din fig. 8.1.d)

- trapezoidale (plăcile care formează pilnia de fund a u-
nei celule de siloz patrute (fig. 8.1.e).

În construcții se întîlnesc și diferite alte forme de
plăci (triunghiulare, rombice etc.).

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
26	placă	slab	plaque (dalle)	Platte	плита
27	placă plană	flat slab	dalle plane	ebene Platte	плоская плита



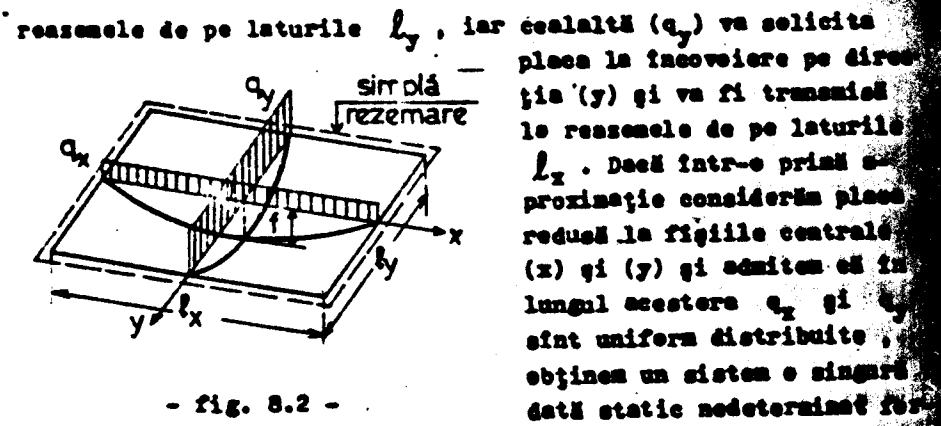
- fig. 8.1 -

In cele ce urmează, ne vom ocupa mai detaliat de plăci plane de formă dreptunghiulară, cu diferite tipuri de rezemări.

8.1.2. Influența raportului între laturi asupra stării de solicitare

Pentru a scoate în evidență la nivel calitativ influența raportului între laturi asupra comportării unei plăci rezemate pe tot conturul, vom efectua pentru început un calcul simplificat, care dă rezultate orientative.

Considerăm (fig. 8.2) o placă avind deschiderile l_x și l_y ($l_x > l_y$) și încărcată cu o sarcină uniform distribuită pe suprafață q . O parte q_x din această încărcare va solicita placa la încovoiere pe direcția (x) și va fi transmisă la



- fig. 8.2 -

rezemările de pe laturile l_y , iar cealaltă (q_y) va solicita placa la încovoiere pe direcția (y) și va fi transmisă la rezemările de pe laturile l_x . Dacă într-o primă aproximație considerăm placa redusă la fișii centrale (x) și (y) și admitem că în lungul acestora q_x și q_y sînt uniform distribuite, obținem un sistem o singură dată static nedeterminat format din cele două fișii încrucișate și avînd ca necunoscută static nedeterminată pe q_x sau pe $q_y = q - q_x$. Distribuția încărcării q pe cele două direcții se determină cerînd condiția de egalitate a săgeților fișii (x) și (y) în centrul plăcii.

Dacă placa este simplu rezemată pe tot conturul :

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_x l_x^4}{E I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_y l_y^4}{E I}$$

și după simplificări :

$$q_x l_x^4 = q_y l_y^4 = (q - q_x) l_y^4$$

Egalînd primul termen cu ultimul, rezultă :

$$q_x = \frac{q l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} ; \quad q_y = \frac{q l_x^4}{l_x^4 + l_y^4} \quad (8.1)$$

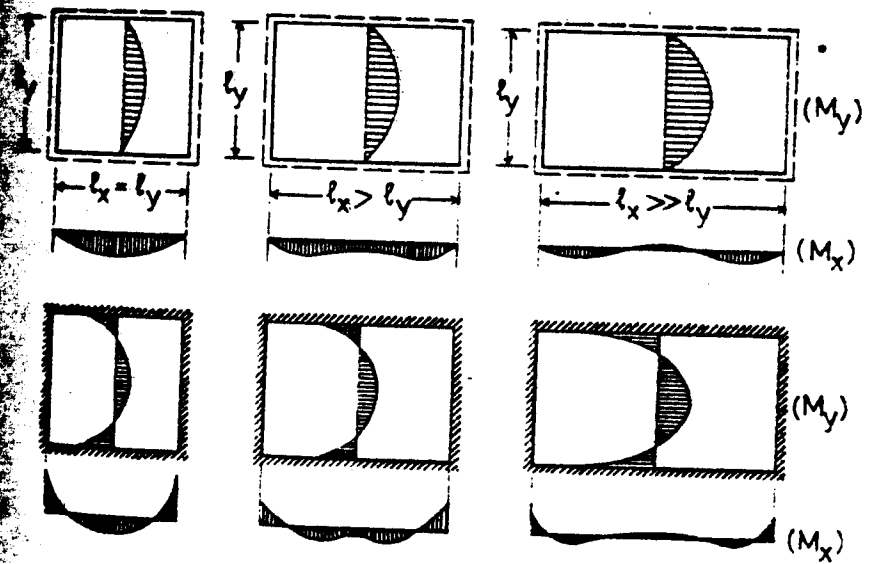
Se observă că, cu cît l_x este mai mare decît l_y , cu atît q_y este mai mare în raport cu q_x (partea cea mai mare a încărcării se transmite pe direcția deschiderii mici).

De fapt, punînd condiția de egalitate a săgeților în centrul plăcii, încărcarea q s-a distribuit celor două fișii proporțional cu rigiditățile lor. Fișia mai scurtă, fiind mai rigidă, preia mai mult din q . Intuitiv, același lucru s-ar putea spune și prima spunînd că fișia mai scurtă l_y , pentru a căpăta aceeași săgeată cu fișia mai lungă l_x , trebuie evident să se încarce cu o sarcină mai mare.

Aplicarea relației simplificate (8.1) conduce la următoarele valori pentru q_x/q , q_y/q în funcție de l_x/l_y , la plăci cu $l_x/l_y = 1 \dots \infty$:

$\frac{l_x}{l_y}$	1,00 (placă pătrată)	1,25	1,50	1,75	2,00	∞ (placă rezemată numai pe laturile lungi)
q_y/q	0,50	0,71	0,84	0,90	0,94	1,00
q_x/q	0,50	0,29	0,16	0,10	0,06	0,--

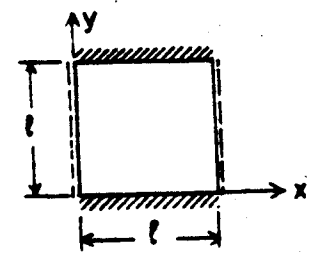
Intrucît raportul l_x/l_y intervine în formulele (8.1) la puterea a patra, influența lui este foarte pronunțată: după cum se vede din cifrele date în tabel, chiar la $l_x/l_y = 1,25$, se repartizează deschiderii mai scurte peste 70% din încărcarea totală, iar la $l_x/l_y = 2$ practic toată încărcarea.



- fig. 8.3 -

În fig. 8.3 este arătată variația momentelor încovoietoare pe cele două direcții în funcție de raportul între laturi,

pentru o placă simplă rezemată și una încastrată perfect pe contur. Se observă că la placa foarte alungită ($l_x \gg l_y$), momentele după direcția (x) se localizează în zonele din vecinătatea imediată a laturilor scurte, unde încărcările se transmit direct la aceste laturi, iar pe restul suprafeței plăcii tind la zero.



- fig. 8.4 -

În afară de raportul între laturi, influențează și gradul de încastrare la capete pe cele 4 laturi. De exemplu, în cazul unei plăci pătrate ca în fig. 8.4, simplă rezemată pe direcția (x) și dublu încastrată pe direcția (y), deși $l_x = l_y$, fiștile (y) sînt mai rigide decît fiștile (x) și în consecință se vor încălca mai mult.

8.1.3. Clasificarea plăcilor după raportul între laturi

Pe baza cifrelor din tabelul de la pag. 38, plăcile plane dreptunghiulare pot fi clasificate, în funcție de raportul l_x/l_y , în două categorii:

a. Plăci de formă alungită, cu $l_x/l_y > 2$, la care se admite că întreaga încărcare se transmite după direcția deschiderii mai scurte (y) și în consecință se prevede o armare de rezistență numai după această direcție, iar după cealaltă direcție o armare constructivă (plăci armate pe o direcție). Placa este deci considerată în acest caz ca rezemată numai pe două laturi.

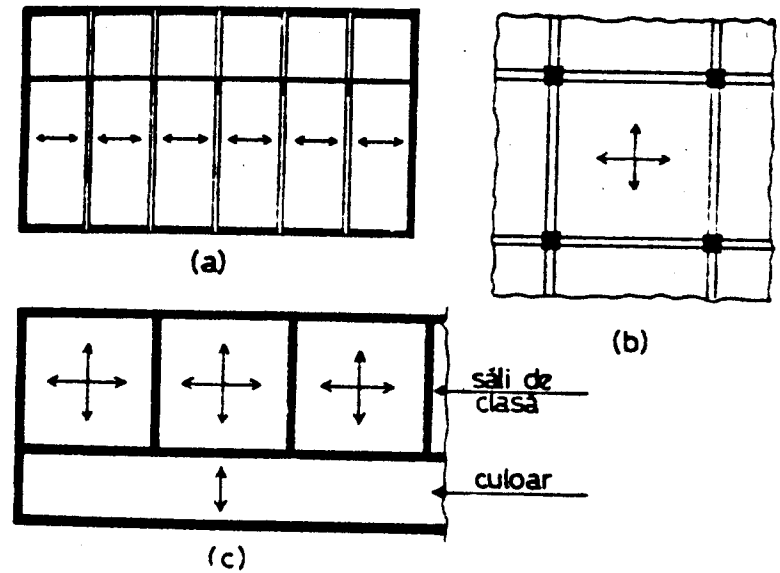
b. Plăci de formă apropiată de pătrat ($1 \leq l_x/l_y \leq 2$), la care se ține seama în calcul de repartizarea încărcării după cele două direcții și în consecință se prevăd pe ambele direcții armături de rezistență (plăci armate pe două direcții, numite și armate încruciat sau armate cruciat).

În fig. 8.5 sînt arătate exemple de utilizare a plăcilor lor armate pe o direcție sau încruciat la planșee monolite:

- în fig. 8.5.a : un planșeu peste o sală de deschidere mai mare, cu grinzi pe care rezază plăci armate pe o direcție;
- în fig. 8.5.b : planșeul unei hale industriale etajate,

cu rețea de stâlpi patrati ($l_x = l_y$), cu grinzi principale pe ambele direcții și plăci armate încrucișat ;

- în fig. 8.5.c : folosirea combinată a celor două categorii de plăci la planșeul unei clădiri pentru o școală : plăci armate încrucișat peste sălile de clasă și placă armată pe o direcție peste culoar.



- fig. 8.5 -

8.1.4. Grosimi minime și uzuale pentru plăcile planșeelor

Grosimi minime în funcție de destinația și încărcările planșeelor :

- la planșee de acoperiș (încărcări reduse) 6 cm
- la planșeele intermediare ale clădirilor civile .. 7 cm
- la planșeele intermediare ale clădirilor industriale etajate (hale sau depozite), ținând seama și de posibilitatea unor încărcări concentrate mai importante 8 cm
- la planșeele careabile (pe care circulă vehicule) .. 10 cm.

Grosimi minime recomandate pe criteriul încadrării în

conținutul admisibil (pot să nu fie respectate dacă din verificarea prin calcul la starea limită de deformare rezultă posibil)

Tipul de armare	h_p / l min. pentru plăci:	
	simplu rezemat	încastate sau continue
	1/30	1/35
	1/40	1/45

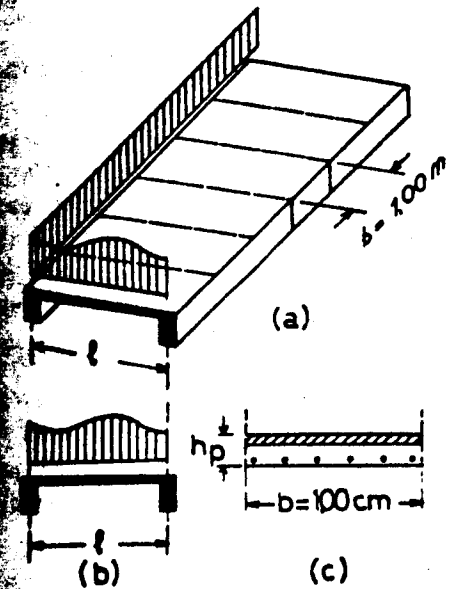
Grosimile plăcilor se iau multipli de un centimetru și merg, în cazul planșeelor obișnuite, pînă la 12 - 15 cm. La alte tipuri de elemente (scări, planșee cu sarcini locale foarte mari, radiere etc.), se întindesc și plăci de grosimi mai mari.

8.2. Plăci armate pe o direcție

8.2.1. Comportare și calcul la încărcări uniforme distribuite

Plăcile armate pe o direcție se consideră în calcul ca rezemate numai pe laturile lungi (fig. 8.6). Pentru o încărcare ca în fig. 8.6.a (variabilă oricum în sens transversal, dar distribuită uniform în lungul plăcii), dacă se consideră placa împărțită în fișii transversale de lățime egală b (de exemplu, $b = 1,00$ m), toate fișiiile sînt solicitate la fel ; deci dacă placa este realmente placa în modul arătat în figură, astfel ca fișiiile respective să devină independente, starea lor de solicitare nu s-ar modifica. În consecință, putem reduce schema spațială din fig. 8.6.a la o schemă plană ca în fig. 8.6.b, efectuînd calculul pentru o fișie de placă de 1 m lățime, lucrînd pe deschiderea l ca element unidirecțional, deci ca o grindă cu secțiunea $b \times h_p$ (fig. 8.6.c).

ar.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
20	placă armată pe o direcție	one-way slab	dalle portante sur deux côtés	einschaig gespannte Platte	балочная плита



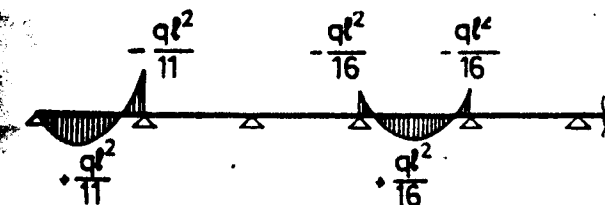
- fig. 8.6 -

Calculul momentelor încovoiătoare, pentru plăci continue, în domeniul elastic, se face pe schema de grindă continuă, după regulile obișnuite ale staticii construcțiilor.

În limitele proceselor de armare uzuale la plăci (0,5 - 1,0 %), acestea prezintă suficientă ductilitate pentru a permite un calcul în domeniul post-elastic considerând direct stadiul echilibrului limită (n + 1 articulații plastice).

În principiu [1] [14], în cazul plăcilor

într-un asemenea calcul se urmărește în special o egalizare între momentele pe reazeme și cele din cimpuri, în scopul simplificării dispoziției armăturilor. Pentru o placă continuă

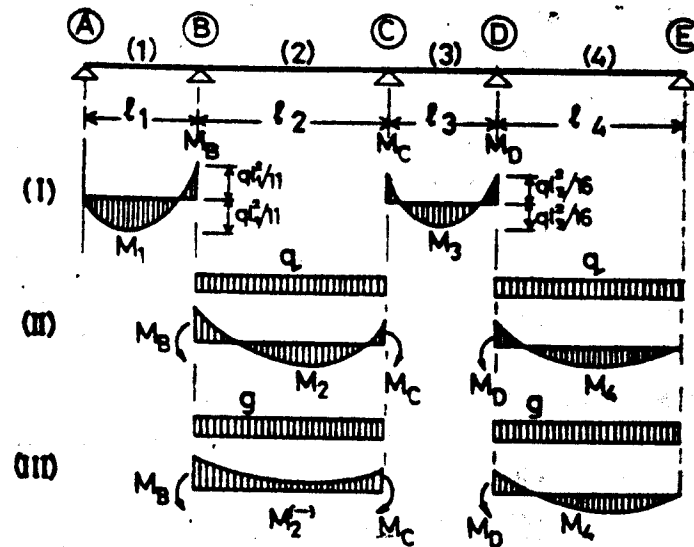


- fig. 8.7 -

cu deschideri egale, aceste momente ca în fig. 8.7, cu $M = \pm q l^2 / 16$ în deschiderile interioare și $M = \pm q l^2 / 11$ în cele marginale simplu rezemate la capăt. Dacă la un capăt placa este încastrată parțial, valorile momentelor în cimpul marginal și pe primul reazem interior variază între $q l^2 / 11$ și $q l^2 / 16$, în funcție de gradul de încastrare de la capătul respectiv.

Dacă deschiderile sînt inegale, calculul în domeniul post-elastic se conduce din aproape în aproape și anume : se

pernește de la una din deschideri, de regulă cea mai mică, și se stabilesc pentru ea momentele în cimp și pe reazeme, luîndu-le egale între ele ($\pm q l^2 / 16$) sau într-un alt raport astfel ca să fie respectată egalitatea $|M_{cimp}| + |M_{reazem}| = q l^2 / 8$. În continuare, se trece la deschiderile vecine, introducînd ca mărimi cunoscute momentele pe reazeme calculate anterior etc.



- fig. 8.8 -

De exemplu, în cazul din fig. 8.8, se poate începe cu cimpurile l_1 și l_3 , unde $M_1, M_3 = \pm q l^2 / 16$ și $M_B, M_C, M_D = \pm q l^2 / 11$, după care, în faza (II), se trece la cimpurile învecinate l_2 și l_4 , intrînd cu M_B, M_C, M_D cunoscute și se determină M_2, M_4 . De la caz la caz, se poate apela corectă diagrama de momente astfel stabilită, în funcție de necesitățile constructive ale armării plăcii, respectînd în toate deschiderile condițiile : $|M_{cimp}| + |M_{reazem}| = q l^2 / 8$ și $M_{cimp} \geq q l^2 / 24$ [23] [1].

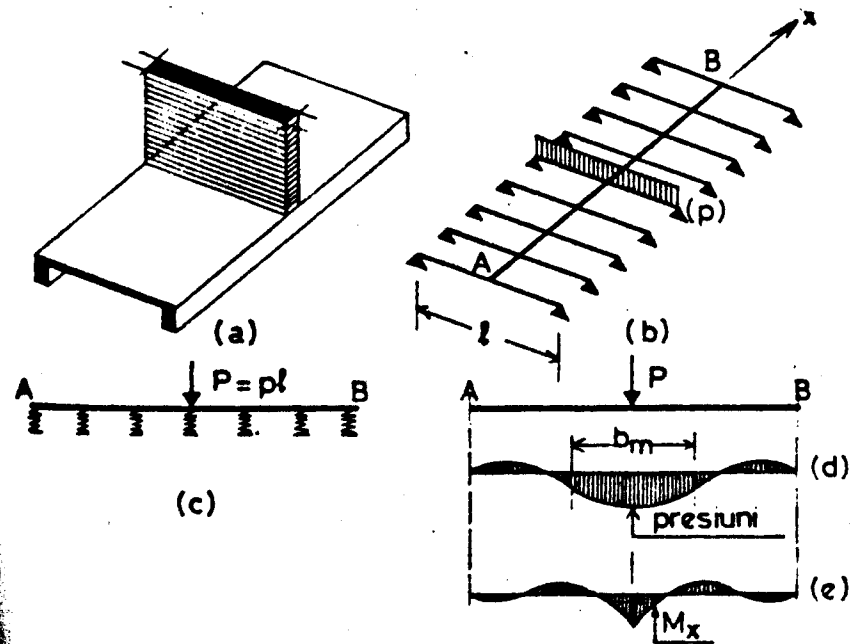
La plăcile cu încărcări utile mari, la care pot apărea și momente negative în cimpuri, trebuie să se țină seama și de ipotezele de încărcare în care acestea apar. De ex. în fig. 8.8, în faza (II), în calculul momentelor din cimpuri M_2, M_4 , se introduce M_B, M_C și M_D date din faza anterioară (I) și, în locul încărcării totale q , numai încărcarea permanentă g (schema III din figură).

Alte detalii și variante ale calculului în domeniul post-elastic sînt date în [19] [23].

Ținînd seama de rezerva de capacitate portantă din efectul de "boltire", analizat la paragr. 4.2.f al cursului (vol.I, pag. 67), prescripțiile [1] [23] admit ca la plăcile armate pe o direcție, mărginite de grinzi, centuri sau alte elemente care pot constitui rigidizări, momentele încovoietoare rezultate din calculul static cf. celor de mai sus să fie reduse cu 20% în cîmpurile și pe reasecele interioare, cu excepția primului reasem interior dinspre margine.

8.2.2. Comportare și calcul la încărcări locale [12] [17]

Pentru exemplificarea comportării plăcilor armate pe o direcție la încărcări locale, să considerăm (fig. 8.9) o placă susținînd un perete despărțitor dispus paralel cu deschiderea, cas frecvent întîlnit la planșeele clădirilor.



- fig. 8.9 -

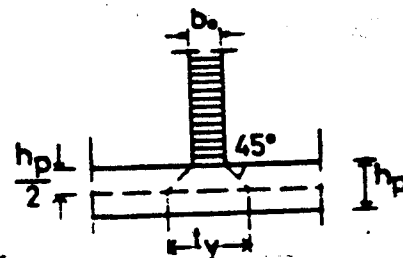
Încărcarea (fig. 8.9.b) este distribuită uniform după direcția deschiderii plăcii, dar concentrată pe o lățime redusă după direcția longitudinală (x).

Să ne imaginăm placa reală înlocuită printr-un sistem echivalent de grinzi încrucișate ca în fig. 8.9.b. Grinzile transversale schematizează fișile de placă respective, dintre care una este încărcată direct cu sarcina p din greutatea peretelui despărțitor. Legătura longitudinală între fișii este reprezentată printr-o grindă longitudinală AB, care poate fi considerată ca o grindă continuă reșemată pe grinzile transversale flexibile, deci similară unei grinzi pe reasecele elastice (fig. 8.9.c) și încărcată cu forța concentrată $P = pl$. Trezind înapoi de la sistemul fictiv de bare la cel real continuu, AB devine o grindă pe mediu elastic (fig. 8.9.d), pentru care, sub încărcarea concentrată P , diagramele de presiuni și de momente M_x au, după cum este știut, formele din fig. 8.9.d și 8.9.e.

Deci fibrele longitudinale ale plăcii, reprezentate în schema înlocuitoare prin grinda AB, asigură conducerea spațială a fibrelor transversale la preluarea încărcării concentrate P , pe care o repartizează pe o anumită lățime activă b_m de placă (fig. 8.9.d). Tot e dată, aceasta generează și apariția unor momente încovoietoare M_x ca în fig. 8.9.e, pentru a căror preluare este necesară o armare a plăcii în sens longitudinal, denumită armătură de repartiție. După cum se va vedea mai departe, această armătură îndeplinește și alte roluri.

Lățimea activă b_m se stabilește [9] (după DIN 1045) în modul următor :

- se repartizează încărcarea la 45° pînă în axul plăcii ca în fig. 8.10, deci pe o lățime $t_y = b_0 + h_p$;



- fig. 8.10 -

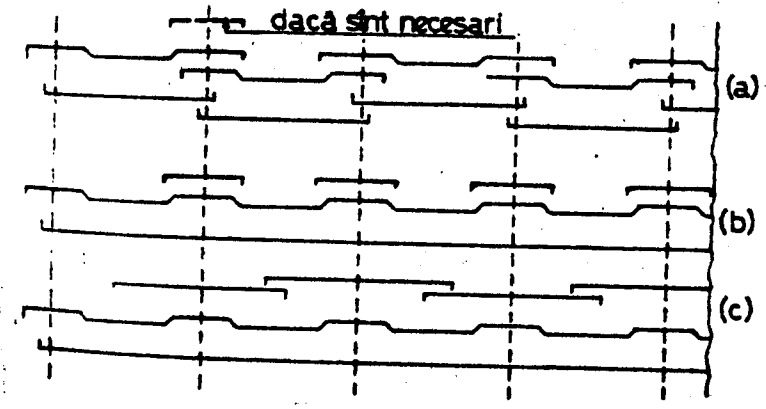
- lățimea activă de placă: $b_m = t_y + \Delta b$, unde coeficientul Δb se ia din tabelul de la pag. 46 ;

tipul de placă	valorile Δb pentru secțiunile:	
	din cîmp	de pe reazem
simplic rezemată	e,625	-
simplic rezemată la un capăt și continuă la celălalt capăt	e,375	e,375
continuă la ambele capete	e,25e	e,375

- momentele încovoietoare în fîșia de placă de lățime b_m sînt cele produse de încărcarea uniform distribuită aferentă + încărcarea P ;
- armătura rezultată din calculul la aceste momente se dispune sub încărcarea concentrată, pe o lățime $e,5 b_m$.

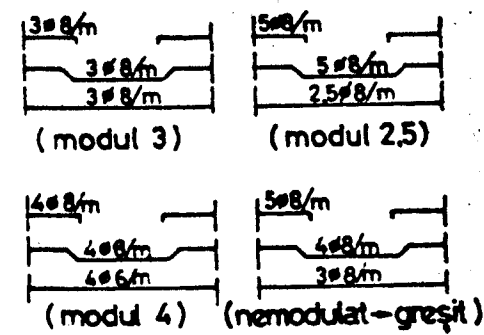
8.2.3. Armarea cu bare independente

Plăcile monolite se armeză de regulă cu bare de diametre mici ($\varnothing 6 \dots \varnothing 12$ mm), deci care se livrează în colaci de lungimi mari (pînă la 50 m) și care tot o dată pot fi fasonate direct pe cofraj, cu cheia. De aceea, față de sistemul de armare cu bare separate pe fiecare deschidere (fig. 8.11.a), similar celui utilizat la grinzi, se preferă de obicei sistemul cu bare continue (fig. 8.11.b), în care barele inclinate se fasonază la fața locului, pe cofraj. La plăcile care au și momente negative în cîmpuri, se utilizează o dispoziție a armăturilor ca în fig. 8.11.c.



- fig. 8.11 -

Diametrele armăturilor se aleg astfel ca numărul de bare pe metru liniar să fie cuprins între 9 (minim adică în secțiunile întinse) și 10, cel mult 12. Pentru asigurarea unei așezări ordonate a armăturilor,

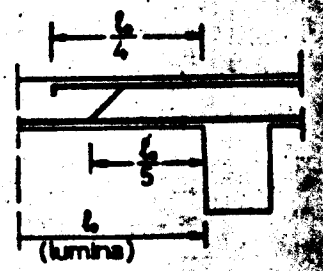


- fig. 8.12 -

numărul de bare pe metru liniar se alege multiplu de modul, astfel ca și în cîmpuri și pe reazeme barele drepte să alterneze cu cele fasonate. Exemple sînt arătate în fig. 8.12.

Plăcile planșelor cu încălcări obișnuite din construcțiile civile și industriale

nu necesită o verificare al forței tăietoare, aceasta fiind preluată totdeauna de beton. Ridicarea la 45° a unora din barele din cîmpuri nu are deci alt scop decît de a le utiliza pe reazeme la preluarea momentelor negative. De aceea, secțiunile de inclinare nu sînt în apropierea imediată a marginii reazemelor, ca la grinzi, ci la o distanță de cca $1/3$ din lumina liberă între reazeme l_0 (fig. 8.13), astfel că toate barele ridicate sînt active la moment negativ de ambele părți ale reazemelor.



- fig. 8.13 -

Barele de la partea superioară se prelungesc cu cca. $l_0/4$ dincolo de marginile reazemelor. La plăci cu deschideri inegale învecinate, avînd în vedere că în astfel de cazuri distribuția de momente negative se întinde aproximativ simetric de o parte și de alta a reazemului, se ia simetrie de ambele părți ale reazemului $1/4$ din cea mai mare dintre cele două deschideri adiacente.

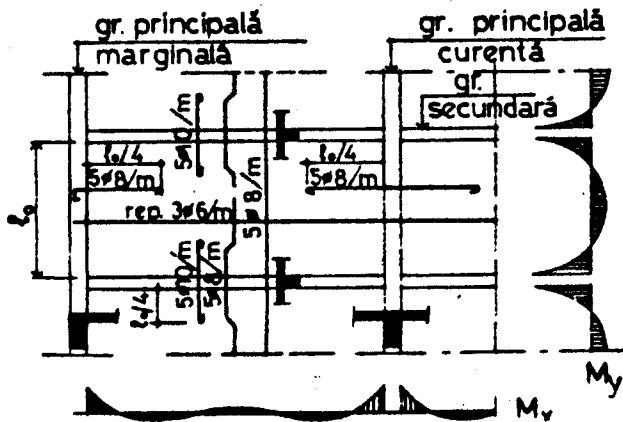
Perpendicular pe direcția armăturilor de rezistență se dispune armătura de repartiție, care servește pentru :
- preluarea momentelor M_x din încălcări locale conform

schemei din fig. 8.9.e ;

- preluarea momentelor pozitive M_x din vecinătatea reazemelor de capăt cf. fig. 8.3 (vezi și fig. 8.14) ;
- îmbunătățirea comportării la fisurare a plăcii la solicitările din împiedecarea deformațiilor de contracție a betonului după direcția (x).

Armătura de repartiție se prevede constructiv: minimum 1% din secțiunea pe metru liniar a armăturii de rezistență și cel puțin 3 bare/m. In zonele cu încărcări concentrate, se impune la minimum 25% din secțiunea pe metru liniar a armăturii de rezistență și cel puțin 4 bare/m.

La plangeele cu grinzi principale și secundare ca în exemplul din fig. 8.14, momentele M_x negative (de încadrare) din zona de contact direct a plăcii cu grinzile principale se



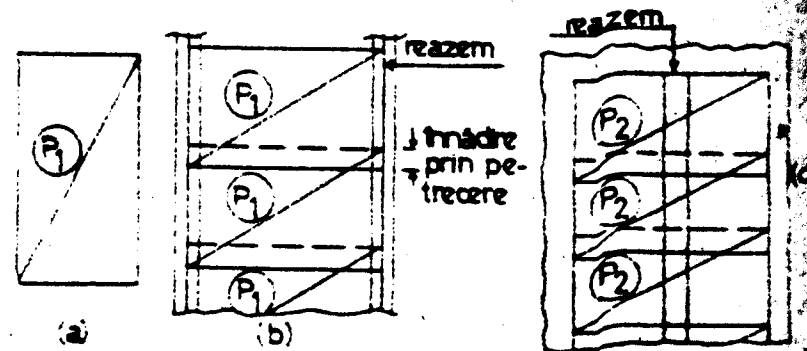
- fig. 8.14 -

8.2.4. Armarea cu plase sudate²⁹⁾ [7] [9] [10] [15] [17] [18]

Sortimentul plaselor sudate care se produc industrial în România este dat în instrucțiunile [15] (v. și [10]).

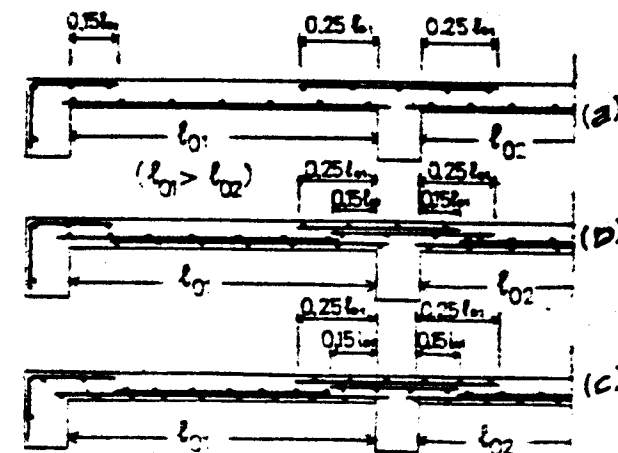
nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
29	plasă sudată	welded wire	treillis soudé	geschweisste Betenstahlmatte	сварная сетка

Armarea cu plase sudate se realizează prin plase șablate în cimpuri și pe reazeme, cele din cimpuri prevăzându-se întrerupte în dreptul reazemelor (grinzi, centuri), pentru a se asigura stinjenii montajul armărilor acestora. În desene, fiecare plasă se reprezintă printr-un dreptunghi cu o diagonală pe care se scrie denumirea de identificare (fig. 8.15.a). Reprezentările se face pe desene separate pentru plasele din cimpuri (fig. 8.15.b) și pentru cele de pe reazeme (fig. 8.15.c).



- fig. 8.15 -

La secțiuni mici de armătură sînt suficiente plase pe un singur rînd (fig. 8.16.a). La secțiuni mai mari, plasele se aşază pe două rînduri, în care caz plasele de pe rîndul 2 sînt mai scurte (fig. 8.16.b) sau cele două rînduri sînt de lungimi egale dar plasele sînt decalate (fig. 8.16.c).



- fig. 8.16 -

C.3 - Construcții din beton armat P.II

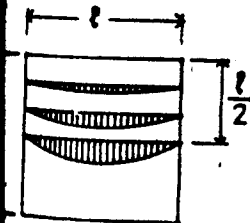
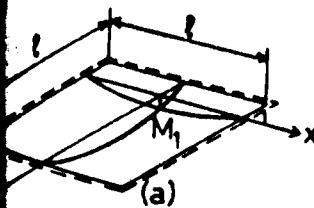
Plăci armate încrucișat³⁰⁾

8.9.1. Comportare în domeniul elastic. Influența favorabilă a rigidității colțurilor

În analiza preliminară făcută la paragr. 8.1.2 asupra plăcii în care se distribuie încărcarea unei plăci rezemate pe două direcții, în funcție de raportul dintre rigidități de săgeți la mijlocul plăcii, la intersecția fibrelor (x) și (y) centrale (fig. 8.2). Pentru o placă pătrată, s-a luat în acest mod o distribuție egală după direcțiile (x) și (y): $q_x = q_y = 0,5 q$.

În alte puncte ale plăcii, rapoartele de rigidități din două direcții sînt însă diferite. Astfel:

a. Într-un punct M_1 situat la intersecția unei fibre (y) paralele cu o fibră (x) mai apropiată de marginea plăcii (fig. 8.17.a), rigiditatea fibrei (y) va fi mai mare decît cea a fibrei (x), deoarece punctul M_1 se află pe această fibră mai aproape de reazem, în timp ce pe fibra (x) el se găsește la mijlocul deschiderii. Deci (y) se va încălca mai mult decît (x).

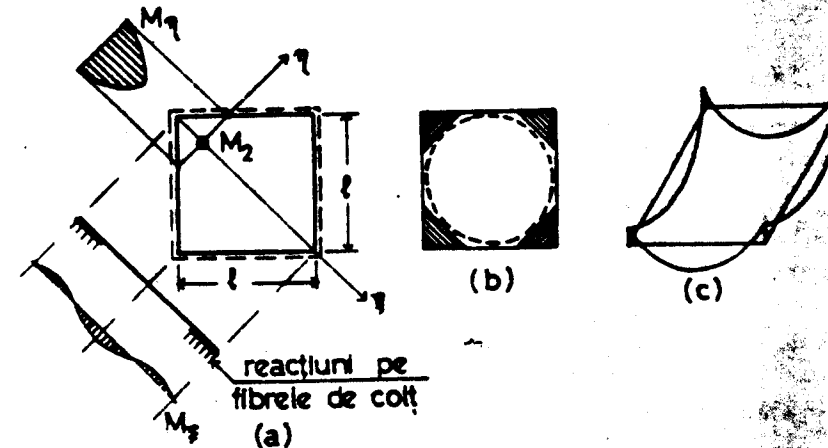


- fig. 8.17 -

Rezultă că fibrele centrale sînt cele mai încălcate, iar pe măsură ce ne apropiem de marginea plăcii, fibrele paralele cu marginea se încălca din ce în ce mai puțin. Diagramele de momente corespunzătoare au forma din fig. 8.17.b. Încălcarea în lungul unei fibre nu este deci uniform distribuită cum s-a luat în schema simplificată din fig. 8.2, ci variabilă.

rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
placă armată încrucișată	two-way slab	dalle portante sur quatre côtés	zweiachsig gespannte Platte (kreuzweise bewehrte Platte)	плита опертая по контуру

b. Punînd acum, tot pentru o placă pătrată, condiția egalității săgeților la intersecția M_2 între o fibră diagonală și una transversală din zona de colț (fig. 8.18.a), se observă că fibra de colț este mult mai scurtă, deci mai rigidă, decît cea diagonală, astfel că se încălca cu cea mai mare parte a sarcinii din punctul M_2 . Fibrele diagonale ajung în acest mod ca practic să nu mai rezeme la capetele lor A, ci pe pachetele de fibre scurte din zonele de colț, astfel că diagramele de momente capătă forma din figură.



- fig. 8.18 -

Rezultă că mijlocul plăcii este sensibil descărcat prin rigiditățile colțurilor, starea de eforturi apropiindu-se de cea a unei plăci circulare sau octogonale înscrise în cea pătrată și rezemată pe cele 4 zone de colț (fig. 8.18.b).

Din acest motiv, momentele pozitive în mijlocul deschiderii scad substanțial față de cele calculate punînd condiția de egalitate a săgeților numai în centrul plăcii. De exemplu pentru o placă pătrată simplu rezemată pe centur, după formula (8.1) ar rezulta:

$$q_x = q_y = 0,5 q ; \quad M_x = M_y = 0,5 q \frac{l^2}{8} = \frac{q l^2}{16}$$

În timp ce dintr-un calcul bazat pe teoria plăcilor, deci incluzînd și luarea în considerație a rigidității colțurilor, re-

sultă $M_x = M_y = q l^2 / 27$ (cu cca 40 % mai puțin).

c. Din diagrama de momente din fig. 8.18.a se mai vede că reacțiunile la capetele fibrelor diagonale sînt negative (colțurile plăcii tind să se ridice de pe reazeme). Diagrama reacțiunilor pe contur este reprezentată în fig. 8.18.c. Luarea în considerare în calcul a efectului favorabil al rigidității colțurilor presupune că aceste reacțiuni negative sînt preluate, adică ridicarea colțurilor plăcii este împiedecată. În cazurile curente, reacțiunile respective sînt preluate fără dificultăți și anume :

- la structurile în cadre de beton armat : de către stîlpii de la colțurile plăcilor ;

- la plănsele de beton armat ale clădirilor pe ziduri portante de cărămidă : prin greutatea zidurilor de deasupra.

Singurul caz în care problema necesită o verificare este cel al plănșeului peste ultimul nivel la clădirile pe ziduri portante. Dacă în astfel de situații nu se poate asigura constructiv ancorarea colțurilor plăcilor, se recomandă ca efectul favorabil al rigidității colțurilor să fie redus cu 50 %. De exemplu la placa patrată simplu rezemată pe contur, momentul în cîmp va fi media momentelor calculate cu și fără luarea în considerare a rigidității colțurilor :

$$M_x = M_y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{27} \right) q l^2 = \frac{1}{20} q l^2$$

8.3.2. Calculul practic în domeniul elastic

Bazele teoretice și metodele numerice ale calculului plăcilor plane în domeniul elastic sînt cunoscute din cursul de Teoria Elasticității. În practică, se utilizează tabelele date în STAS 10.107/2-77 [23] și în diferite manuale [3] [8] [13] [20] [24] etc., pentru plăci cu diferite forme în plan, condiții de rezemare și încărcări, - cu ajutorul cărora momentele maxime se determină cu relații de forma : $M = \alpha q l^2$ (α = coeficienții dați în tabele).

În cele ce urmează, se exemplifică modul de alcătuire și de folosire a tabelelor din [23] pentru cazul plăcilor dreptunghiulare cu o singură deschidere și cu încărcare uniform

distribuită. Se consideră numai simple rezemări sau încastrări perfecte în lungul celor 4 laturi, ceea ce conduce la 6 tipuri de plăci (fig. 8.19) :



- fig. 8.19 -

- (1) ... simplă rezemare pe tot conturul ;
- (2) ... încastrare pe o latură și simplă rezemare pe celelalte trei ;
- (3) ... încastrare pe două laturi opuse și simplă rezemare pe celelalte două ;
- (4) ... încastrare pe două laturi adiacente și simplă rezemare pe celelalte două ;
- (5) ... încastrare pe trei laturi și simplă rezemare pe a patra ;
- (6) ... încastrare pe tot conturul.

În tabele se intră cu raportul laturilor (l_x/l_y). Se găsesc coeficienții α_{nx} și α_{ny} ($n = 1...6$ este număr de ordine al tipului de placă conform fig. 8.19), cu care momentele maxime în cîmpuri se calculează cu expresiile :

$$M_{nx} = \alpha_{nx} q l_x^2 ; M_{ny} = \alpha_{ny} q l_y^2 \quad (8.1)$$

De asemenea, în tabele se dau și coeficienții β_{nx} și β_{ny} de repartizare a încărcării q după direcțiile (x) și (y), stabiliți cu formula (8.1) :

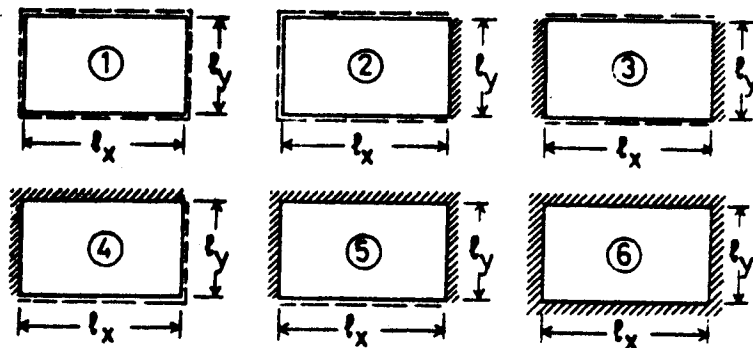
$$q_{nx} = \beta_{nx} q ; q_{ny} = \beta_{ny} q \quad (8.2)$$

cu care momentele pe reazeme se calculează ca pentru o grînd dublu încastrată sau încastrată la un capăt și simplu rezemată la celălalt capăt, după caz, pe fiecare direcție.

Se observă că în acest mod efectul favorabil al rigidității colțurilor este luat în considerare numai în calculul momentelor maxime din cîmpuri, în timp ce momentele negative pe reazeme se determină ca pentru elemente liniare, pe baza sistemelor de repartizări a încărcării q cu formulele (8.2), deci :

reducerile generate de influența rigidității colțurilor. Rezultă de aceea diferențe mari între momentele pe reazeme și cele din cimpuri, care pot conduce la o armare incomodă de realizat constructiv. Aceasta constituie o deficiență a calculului plăcii-
lor în domeniul elastic aplicat sub forma de mai sus.

TABELELE DIN STAS 10.107/2-77



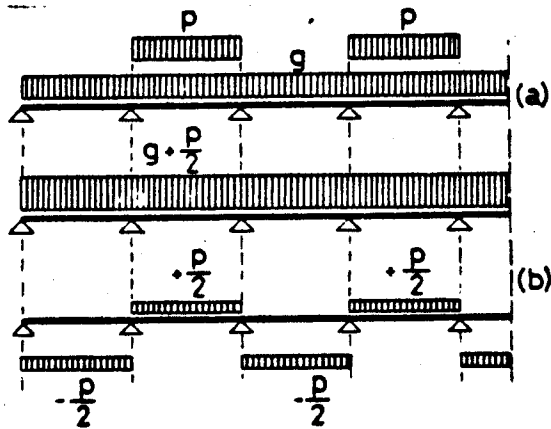
Tip de placă	1				2			
	l_y/l_x	α_{1x}	α_{1y}	β_{1x}	β_{1y}	α_{2x}	α_{2y}	β_{2x}
0,50	0,006	0,095	0,059	0,941	0,007	0,089	0,135	0,865
0,55	0,008	0,088	0,084	0,916	0,009	0,081	0,186	0,814
0,60	0,011	0,081	0,115	0,885	0,012	0,073	0,245	0,755
0,65	0,013	0,074	0,151	0,849	0,014	0,065	0,309	0,691
0,70	0,016	0,068	0,194	0,806	0,017	0,058	0,375	0,625
0,75	0,019	0,061	0,240	0,760	0,020	0,052	0,442	0,558
0,80	0,023	0,056	0,291	0,709	0,022	0,046	0,506	0,494
0,85	0,026	0,049	0,343	0,657	0,025	0,040	0,566	0,434
0,90	0,029	0,043	0,396	0,603	0,028	0,035	0,621	0,379
0,95	0,033	0,040	0,449	0,551	0,031	0,031	0,671	0,329
1,00	0,037	0,037	0,500	0,500	0,033	0,027	0,714	0,286
1,10	0,044	0,030	0,594	0,406	0,038	0,021	0,785	0,215
1,20	0,051	0,025	0,675	0,325	0,043	0,016	0,838	0,162
1,30	0,059	0,021	0,741	0,259	0,047	0,013	0,877	0,123
1,40	0,066	0,017	0,793	0,207	0,050	0,010	0,906	0,094
1,50	0,072	0,014	0,835	0,165	0,053	0,008	0,927	0,073
1,60	0,078	0,012	0,868	0,132	0,055	0,006	0,942	0,058
1,70	0,083	0,010	0,893	0,107	0,057	0,005	0,954	0,046
1,80	0,087	0,008	0,913	0,087	0,059	0,004	0,963	0,037
1,90	0,091	0,007	0,929	0,071	0,060	0,003	0,970	0,030
2,00	0,095	0,006	0,941	0,059	0,061	0,003	0,976	0,024

Tip de placă	3				4			
	l_y/l_x	α_{3x}	α_{3y}	β_{3x}	β_{3y}	α_{4x}	α_{4y}	β_{4x}
0,50	0,007	0,080	0,238	0,762	0,004	0,059	0,059	0,941
0,55	0,009	0,071	0,314	0,686	0,005	0,056	0,084	0,916
0,60	0,011	0,062	0,393	0,607	0,007	0,053	0,115	0,885
0,65	0,014	0,054	0,472	0,528	0,009	0,050	0,151	0,849
0,70	0,016	0,046	0,546	0,454	0,011	0,046	0,194	0,806
0,75	0,018	0,040	0,613	0,387	0,014	0,043	0,240	0,760
0,80	0,020	0,034	0,671	0,329	0,016	0,039	0,291	0,709
0,85	0,022	0,029	0,723	0,277	0,019	0,036	0,343	0,657
0,90	0,024	0,025	0,766	0,234	0,022	0,033	0,396	0,603
0,95	0,025	0,021	0,803	0,197	0,024	0,030	0,449	0,551
1,00	0,027	0,018	0,833	0,167	0,027	0,027	0,500	0,500
1,10	0,029	0,013	0,880	0,120	0,032	0,022	0,594	0,406
1,20	0,031	0,010	0,912	0,088	0,037	0,018	0,675	0,325
1,30	0,033	0,007	0,935	0,065	0,041	0,015	0,741	0,259
1,40	0,034	0,006	0,951	0,049	0,045	0,012	0,793	0,207
1,50	0,035	0,004	0,962	0,038	0,049	0,010	0,835	0,165
1,60	0,036	0,004	0,970	0,030	0,051	0,008	0,868	0,132
1,70	0,037	0,003	0,977	0,023	0,054	0,006	0,893	0,107
1,80	0,037	0,002	0,981	0,019	0,056	0,005	0,913	0,087
1,90	0,038	0,002	0,985	0,015	0,057	0,004	0,929	0,071
2,00	0,038	0,002	0,988	0,012	0,059	0,004	0,941	0,059

Tip de placă	5				6			
	l_y/l_x	α_{5x}	α_{5y}	β_{5x}	β_{5y}	α_{6x}	α_{6y}	β_{6x}
0,50	0,004	0,056	0,111	0,889	0,002	0,037	0,059	0,941
0,55	0,005	0,052	0,155	0,845	0,003	0,035	0,084	0,916
0,60	0,007	0,048	0,206	0,794	0,004	0,034	0,115	0,885
0,65	0,009	0,044	0,263	0,737	0,006	0,032	0,151	0,849
0,70	0,011	0,040	0,324	0,676	0,007	0,030	0,194	0,806
0,75	0,013	0,036	0,388	0,612	0,009	0,028	0,240	0,760
0,80	0,015	0,032	0,450	0,550	0,011	0,026	0,291	0,709
0,85	0,017	0,029	0,511	0,489	0,012	0,024	0,343	0,657
0,90	0,019	0,025	0,568	0,432	0,014	0,022	0,396	0,603
0,95	0,021	0,022	0,620	0,380	0,016	0,020	0,449	0,551
1,00	0,023	0,020	0,667	0,333	0,018	0,018	0,500	0,500
1,10	0,026	0,015	0,745	0,255	0,021	0,015	0,594	0,406
1,20	0,028	0,012	0,806	0,194	0,024	0,012	0,675	0,325
1,30	0,031	0,009	0,851	0,149	0,027	0,010	0,741	0,259
1,40	0,032	0,007	0,885	0,115	0,029	0,008	0,793	0,207
1,50	0,034	0,006	0,910	0,090	0,031	0,006	0,835	0,165
1,60	0,035	0,005	0,929	0,071	0,033	0,005	0,868	0,132
1,70	0,036	0,004	0,944	0,056	0,034	0,004	0,893	0,107
1,80	0,037	0,003	0,955	0,045	0,035	0,003	0,913	0,087
1,90	0,037	0,002	0,963	0,037	0,036	0,003	0,929	0,071
2,00	0,038	0,002	0,970	0,030	0,037	0,002	0,941	0,059

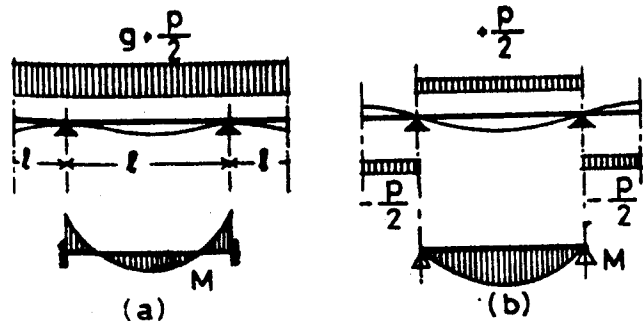
In vederea utilizării acelorasi tabele și in calculul plăcilor cu mai multe deschideri egale, legăturile de continuitate pe reazeme trebuie reduse pentru calcul la cazurile pentru care sînt date tabelele, adică la încastrări perfecte și simple rezemări. Pentru determinarea momentelor maxime in ciupuri, aceasta se realizează folosind artificul, cunoscut din Statica Construcțiilor, de descompunere a încărcării într-una simetrică și una antisimetrică :

Ipozeza de încărcare corespunzătoare momentului maxim într-un ciup al unei grinzi continue este cea in care peste încărcarea permanentă g se suprapune cea utilă p dispusă "in șah", cu ciupul respectiv încărcat (fig. 8.20.a). Incărcarea însumată din figura 8.20.a poate fi descompusă ca in fig. 8.20.b, într-o încărcare generală (simetrică) $g + p/2$ și una alternativă (antisimetrică) $\pm p/2$, care însumate dau alternativ $(g + p)$ și g , adică aceeași încărcare ca in fig. 8.20.a.



- fig. 8.20 -

Intr-un ciup interior al unei grinzi continue cu un număr mare de deschideri egale (deci făcînd abstracție de condițiile de rezemare la capete) :



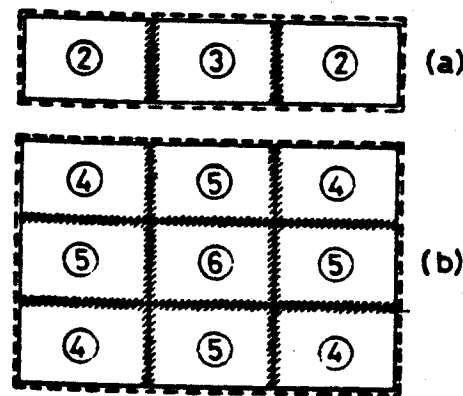
- fig. 8.21 -

- din încărcarea simetrică $(g + p/2)$ (fig. 8.21.a), rotirile pe reazeme vor fi nule in virtutea simetriei, astfel că momentele sînt

cele ale unei grinzi dublu încastrate ;

- din încărcarea antisimetrică $(\pm p/2)$ (fig. 8.21.b), forma va avea, in virtutea antisimetriei, puncte de inflexiune pe reazeme, deci momentele pe reazeme sînt nule, astfel că diagrama de momente este cea a unei grinzi simplu rezemate.

Pe aceste baze, o placă cu mai multe deschideri se poate analiza ca in fig. 8.22 și anume : simple rezemări pe reazemele de contur, iar pe reazemele interioare (de continuitate) încastrări perfecte pentru $(g + p/2)$ și simple rezemări pentru $(\pm p/2)$. Dacă placa este continuă pe o singură direcție (fig. 8.22.a), rezultă că deschiderile marginale sînt de tipul (2), iar cele interioare de tipul (3). Dacă placa este continuă pe ambele direcții (fig. 8.22.b), plăcile de colț sînt de tipul (4), cele marginale intermediare de tipul (5), iar cele interioare de tipul (6).



Momentele maxime in ciupul unei plăci de tipul (a) vor fi :

- fig. 8.22 -

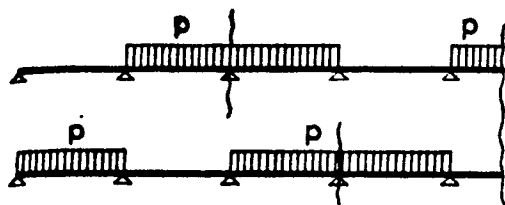
$$\left. \begin{aligned} M_{nx} &= \alpha_{nx} \left(g + \frac{p}{2} \right) l_x^2 \pm \alpha_{1x} \frac{p}{2} l_x^2 \\ M_{ny} &= \alpha_{ny} \left(g + \frac{p}{2} \right) l_y^2 \pm \alpha_{1y} \frac{p}{2} l_y^2 \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

încărcarea $\pm p/2$ intră totdeauna pe schema plăcii de tipul (1).

In formulele (8.4), $+ p/2$ corespunde la momentele maxime pozitive din ciupurile încărcate, iar $- p/2$ la momentele maxime negative din ciupurile neîncărcate.

Pentru calculul momentelor maxime pe reazeme, ipoteza cea mai defavorabilă de dispunere a încărcării utile sînt cele din fig. 8.23 (ciupurile adiacente reazemului considerat încărcate).

cate, iar restul in gah), pentru care nu mai este posibilă o descompunere in simetrică și antisimetrică. De aceea, momentele maxime pe reazeme se calculează simplificat, pornind de la descompunerea încărcării totale $q = g + p$ după cele două direcții cu formulele (8.3), respectiv cu coeficienții β din tabele. După direcția (x) vom avea :



- fig. 8.23 -

$$M_x = \frac{q_x l_x^2}{8} \quad \text{la plăci cu două deschideri ;}$$

$$M_x = \frac{q_x l_x^2}{10} \quad \text{la plăci cu trei deschideri și la primul reazem interior al plăcilor cu } \geq \text{patru deschideri ;}$$

$$M_x = \frac{q_x l_x^2}{12} \quad \text{la celelalte reazeme interioare ale plăcilor cu } \geq \text{patru deschideri.}$$

La fel, după direcția (y).

Rămâne și aici valabilă observația făcută referitor la plăcile cu o singură deschidere, în ceea ce privește caracterul acoperitor al acestui mod de calcul al momentelor pe reazeme, fără luarea în considerare a efectului favorabil al rigidității colțurilor plăcilor.

Acelaș procedeu pentru determinarea momentelor în cimpuri și pe reazeme poate fi admis și la plăci cu deschideri inegale, cu diferențe pînă la 20 % între deschiderile învecinate, luînd în expresiile momentelor de pe reazeme deschideri medii :

$$l_{med}^2 = l_1^2 + l_2^2 .$$

Un calcul mai detaliat al momentelor pe reazeme, la plancee cu deschideri diferite, poate fi efectuat aplicînd metoda generală a deplasărilor, sub forma unui procedeu de distribuție a momentelor de tip Cross [4][15][2]. Se pornește de la un sistem de bare cu rotațiile blocate pe reazemele de continuitate (plăcile considerate încastrate perfect în aceste reazeme) și se echilibrează momentele prin repartizări și transmiteri

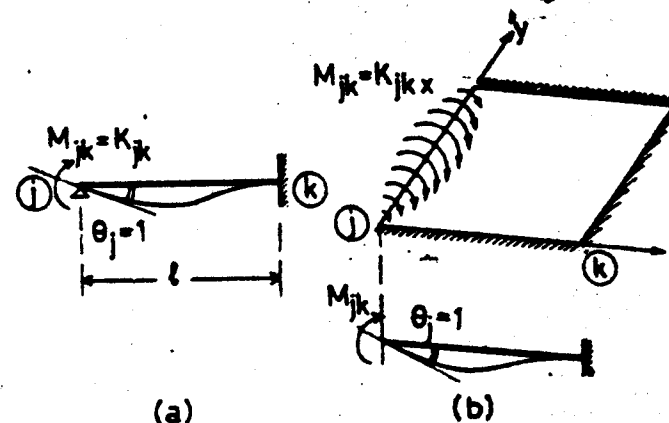
successive, în modul cunoscut din calculul structurilor formate din bare. Mărimile necesare într-un asemenea calcul sînt :

- rigiditățile plăcilor ;
- coeficienții de transmitere a momentelor ;
- momentele de încastrare perfectă produse de încărcări.

a. Rigiditățile plăcilor

Pentru o bară jk, rigiditatea K_{jk} la rotire a unui capăt (j) (fig. 8.24.a) este momentul M_{jk} ce trebuie aplicat la capătul (j) pentru a-i produce o rotire $\theta_j = 1$, cînd rotația capătului opus (k) este menținută blocată.

$$M_{jk} = K_{jk} \theta_j \quad \text{unde} \quad K_{jk} = \frac{4 E I}{l} \quad (8.5)$$



- fig. 8.24 -

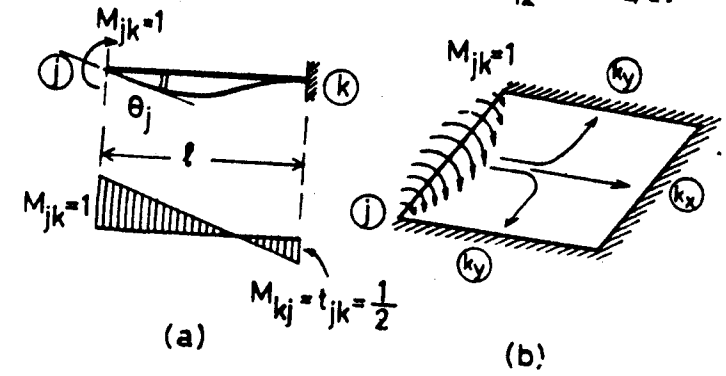
În cazul unei plăci, fiind vorba de un element bidirecțional, elementul corespunzător nodului (j) este latura (j), în lungul căreia sînt rotațiile θ_j , cît și momentele M_{jk} variabile. Pentru a putea reduce relația între momente și rotații la forma (8.5), trebuie în prealabil să se admită pentru ambele mărimi o lege de variație în lungul laturii (j), astfel ca fiecare din ele să devină determinată în funcție de un singur parametru. În mod obișnuit se admite variația sinusoidală ca în figură, care se apropie de cea reală și prezintă avantajele cunoscute sub aspectul calculului numeric. În aceste condiții, rigiditatea K_{jk} a plăcii la marginea (j), pe direcția (x), se definește ca momentul M_{jk} (distribuit sinusoidal) necesar pentru a produce o rotire θ_j (distribuită tot sinusoidal) = 1, cînd restul laturii

lor plăcii se mențin blocate, cu excepția celor simplu rezemate.
O placă va avea deci rigidități diferite după direcțiile (x) și (y).

Valorile rigidităților, calculate pe aceste baze prin teoria plăcilor, pentru tipurile de plăci 2...6 din fig. 8.19, sînt intabulate în lucrările [4] [13].

b. Coeficienții de transmitere

Pentru o bară jk (fig. 8.25.a), coeficientul de transmitere a momentelor de la (j) la (k) se definește ca momentul M_{kj} ce ia naștere în capătul (k) blocate al barei, cînd în capătul opus deblocat (j) se aplică un moment $M_{jk} = 1$. După cum se știe, la bare cu secțiune constantă $t_{jk} = +1/2$.



- fig. 8.25 -

În cazul unei plăci (fig. 8.25.b), dacă se deblochează în același mod ca mai sus rotirea de pe o latură (j) și se aplică pe această latură un moment (distribuit sinusoidal) $M_{jk} = 1$, menținînd celelalte laturi încastrate blocate, vor apărea momente transmise pe toate aceste laturi, deci de la latura (j) vor interveni coeficienți de transmitere pe două direcții ca în figură, spre toate laturile încastrate k_x, k_y .

În lucrările citate mai sus sînt intabulate și valorile coeficienților de transmitere pentru tipurile 3...6 de plăci din fig. 8.19 (la tipul 2 nu apar transmiteri). Este de menționat că aceste valori sînt mult mai mici decît 1/2, astfel încît convergența iterației este mai rapidă decît la o structură formată din bare.

c. Momentele de încastrare perfectă sînt de asemenea date

în tabele, în aceleași lucrări.

Sucesiunea etapelor de calcul:

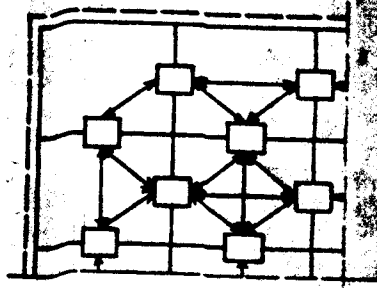
- Schema de transmiteri se alcătuește în modul arătat în fig. 8.26, fiecare latură de continuitate fiind reprezentată printr-un nod.

- Se calculează sumele ΣK ale rigidităților la noduri cu ajutorul lor, coeficienții de repartiție $r = K / \Sigma K$.

- Se trasează barele de transmitere între noduri și se înscriu la capetele lor coeficienții de transmitere spre nodurile respective.

- Se înscrie la fiecare capăt de bară momentul de încastrare perfectă, în ipoteza de încărcare considerată.

- Se efectuează repartizarea și transmiterea acestor momente, obținîndu-se diagrama finală de momente pe reazeme.



- fig. 8.26 -

Dacă plangeul cuprinde și plăci armate pe o singură direcție, acestea intră în schema de calcul cu rigiditățile, coeficienții de transmitere și momentele de încastrare perfectă calculate ca pentru elemente unidirecționale (bare).

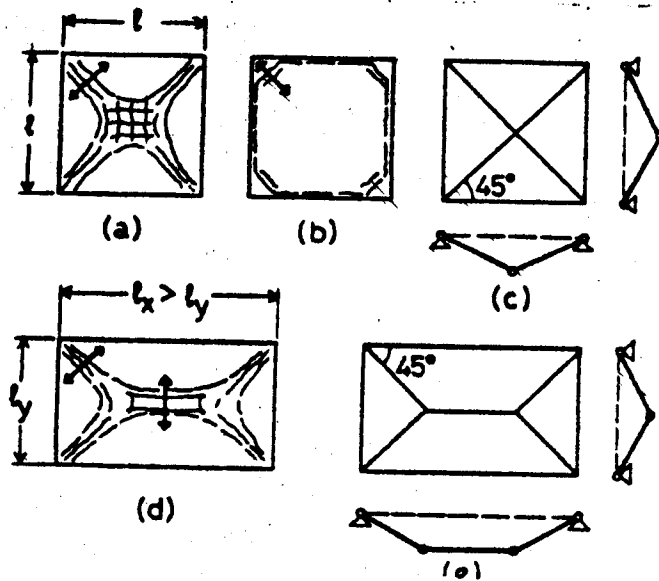
8.3.3. Comportare și calcul în domeniul post-elastic

Ca și plăcile armate pe o direcție, plăcile armate în cruce prezintă, la procente de armare obișnuite, ductilitatea necesară pentru ca un calcul în domeniul post-elastic să poată fi efectuat direct la stadiul echilibrului limită, cu unele restricții care vor fi arătate mai departe.

Articulațiile plastice apar aici în lungul unor linii de maximă solicitare, astfel încît cedarea se produce prin împărțirea plăcii în fațete articulate între ele, transformînd-o într-o mecanism (fig. 8.27).

În cazul plăcii patrata, simplu rezemate pe contur (fig. 8.27.a), în zonele de colț fibrele cele mai solicitate, corespunzătoare momentelor pozitive principale (momentele M_0 din fig.

8.18), sînt cele scurte perpendiculare pe diagonalele plăcii (direcția marcată în figură cu săgeată), astfel că fisurile de la fața inferioară a plăcii se produc normal pe direcția acestor eforturi, deci în lungul diagonalelor. Înspre mijlocul deschiderii, fisurile diagonale se racordează cu fisuri paralele cu laturile, în zona momentelor maxime pozitive din câmp.



- fig. 8.27 -

plăcii apar fisuri la 45° în zonele de colț ca în fig. 8.27.b, produse de momentele negative M_3 din fig. 8.18 și care la plăcile încastrate pe contur se racordează cu fisurile de pe contur produse de momentele de pe reazeme, ca în figură.

Liniiile de articulații plastice pot fi în consecință schematizate pentru calcul ca în fig. 8.27.c, fiind formate din:

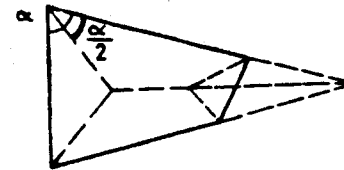
- cele produse de momentele pozitive și care sînt dirijate după diagonalele plăcii ;
- în plus, la plăcile încastrate pe contur, cele produse de momentele negative și care sînt dirijate după perimetrul plăcii.

În fig. 8.27.c se arată și modul cum placa, împărțită în fațete prin aceste linii de articulații plastice, se transformă în mecanism.

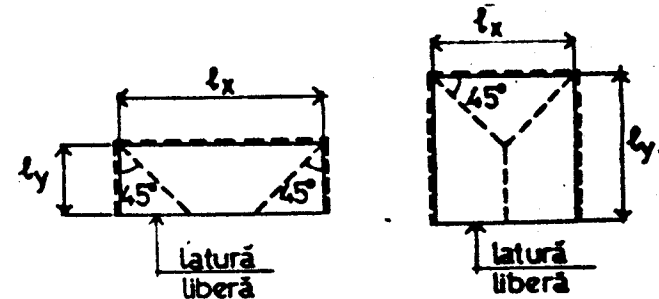
Similar, în cazul unei plăci dreptunghiulare, direcțiile fisurilor și liniile de articulații plastice au forma din fig. 8.27.d și e.

Concomitent cu acestea, la fața superioară a plăcii apar fisuri la 45° în zonele de colț ca în fig. 8.27.b, produse de momentele negative M_3 din fig. 8.18 și care la plăcile încastrate pe contur se racordează cu fisurile de pe contur produse de momentele de pe reazeme, ca în figură.

Concomitent cu acestea, la fața superioară a plăcii apar fisuri la 45° în zonele de colț ca în fig. 8.27.b, produse de momentele negative M_3 din fig. 8.18 și care la plăcile încastrate pe contur se racordează cu fisurile de pe contur produse de momentele de pe reazeme, ca în figură.



- fig. 8.28 -



a. ($l_y < 0,5 l_x$)

b. ($l_y > 0,5 l_x$)

- fig. 8.29 -

Ecuația de echilibru limită se scrie pentru placa devenită un mecanism cu un grad de libertate, dîndu-se o deplasare virtuală după direcția gradului de libertate și scriind condiția ca lucrul mecanic total, produs de încărcări și de momente din articulațiile plastice, să fie egal cu zero.

Notații (fig. 8.30) :

$l_1 > l_2$ = deschiderile de calcul ale plăcii după cele două direcții ;

\bar{M} = notație pentru momentele cumulate pe toată lățimea (lungimea) plăcii ;

\bar{M}_1, \bar{M}_2 = momentele maxime în câmp ;

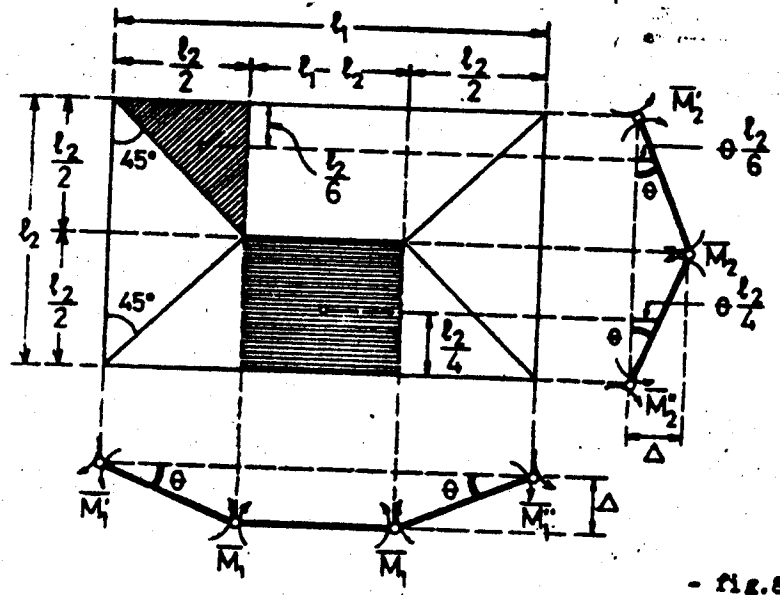
$\bar{M}_1^r, \bar{M}_2^r, \bar{M}_1^s, \bar{M}_2^s$ = momentele pe reazeme ;

q = încărcarea uniform distribuită/m² de placă în stadiul echilibrului limită.

Geometria plăcii este arătată în figură. Se observă că placa poate fi considerată compusă din 8 fațete triunghiulare.

Analog, pentru plăci cu laturi neparalele direcțiile liniilor de articulații plastice vor fi cele ale bisectoarelor unghiurilor (fig. 8.28).

La plăci dreptunghiulare cu laturi libere (neresazate), direcțiile liniilor de articulații plastice au forma din fig. 8.29.



- fig. 8.30 -

marginale și două fațete dreptunghiulare interioare. În cadrul deplasării virtuale Δ , toate aceste fațete se rotesc în jurul laturilor lor perimetrice cu același unghi: $\theta \approx \text{tg } \theta = \Delta / 0,5 l_2$. Rezultanta R_1 a încărcărilor q de pe o fațetă triunghiulară este:

$$R_1 = q \times \text{aria triunghiului} = q \left(\frac{l_2}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{q l_2^2}{8}$$

și are punctul de aplicație în centrul de greutate al triunghiului, deci la distanța $l_2/6$ de la latura lui perimetrală. Deplasarea pe verticală în dreptul acestui punct este $\theta l_2/6$, astfel că lucrul mecanic efectuat de R_1 în deplasarea virtuală Δ este:

$$L_1 = R_1 \frac{\theta l_2}{6} = \frac{q l_2^2}{8} \cdot \frac{\theta l_2}{6} = \frac{q l_2^3 \theta}{48}$$

Rezultanta încărcărilor q de pe o fațetă dreptunghiulară este:

$$R_2 = q \times \text{aria dreptunghiului} = q (l_1 - l_2) \frac{l_2}{2}$$

și are punctul de aplicație la distanța $l_2/4$ de la latura perimetrală. Deplasarea verticală în acest punct este $\theta l_2/4$, astfel că lucrul mecanic efectuat de R_2 are expresia:

$$L_2 = R_2 \frac{\theta l_2}{4} = q (l_1 - l_2) \frac{l_2}{2} \cdot \frac{l_2}{4} \theta = \frac{q l_2^2}{8} (l_1 - l_2) \theta$$

Lucrul mecanic total produs de încărcările q de pe cele

6 fațete triunghiulare și două fațete dreptunghiulare este:
 $L = 8L_1 + 2L_2 = \frac{q l_2^3 \theta}{6} + \frac{q l_2^2 (l_1 - l_2) \theta}{4} = \frac{q l_2^2 (3l_1 - l_2) \theta}{12}$

Produsele între momentele din articulațiile plastice și retririle fațetelor sînt toate de același semn, astfel că lucrul mecanic produs în deplasarea virtuală de aceste momente este:

$$-(\bar{M}_1 + \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \bar{M}_2 + 2\bar{M}_3 + 2\bar{M}_4) \theta$$

(\bar{M}_1 și \bar{M}_2 intră înmulțite cu 2, deoarece acționează ca perechi de momente pe câte două fațete).

Egalînd cu lucrul mecanic produs de q și împărțind amîi termeni cu θ , se obține ecuația de echilibru limită:

$$\bar{M}_1 + \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \bar{M}_2 + 2\bar{M}_3 + 2\bar{M}_4 = \frac{q l_2^2}{12} (3l_1 - l_2) \quad (8.6)$$

Rezultă în acest mod o ecuație unică și 6 necunoscute, deci echilibrul este posibil într-o infinitate de soluții, cores-punzînd diverselor rapoarte posibile între cele 6 momente, ceea ce de altfel constituie o caracteristică a calculului în domeniul plastic. Pe lângă condiția de echilibru (8.6), trebuie însă să fie respectată și cerința ca în lungul liniilor de articulații plastice, sub încărcarea de exploatarea deschiderile fisurilor să se înscrie în limite acceptabile. Pentru aceasta, diagrama de momente nu trebuie să se depărteze prea mult de cea din domeniul elastic, ceea ce se realizează dacă se respectă anumite limite în rapoartele între cele 6 momente necunoscute și anume:

a. Momentele după direcția laturii scurte (l_2) să fie mai mari decît cele după direcția laturii lungi (l_1). Domeniile de valori recomandate pentru raportul \bar{M}_2/\bar{M}_1 în funcție de raportul l_1/l_2 sînt, după [23]:

l_1/l_2	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$\frac{\bar{M}_2}{\bar{M}_1}$ max.	1,1	1,4	1,7	2,2	2,8	3,7	4,1	5,0	6,0	7,0	8,0
$\frac{\bar{M}_1}{\bar{M}_2}$ min.	0,9	1,1	1,3	1,7	2,0	2,5	2,8	3,3	4,0	4,5	5,0

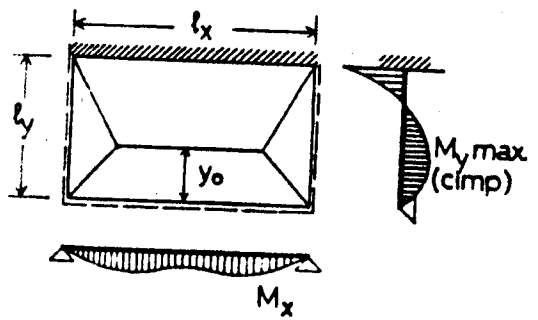
b. Rapoartele între momentele în cîmpuri și cele de pe rezeze, pe fiecare direcție (\bar{M}_1/\bar{M}_1 , \bar{M}_2/\bar{M}_1 , \bar{M}_2/\bar{M}_2 , \bar{M}_2/\bar{M}_2), să se înscrie în limitele 0,5 ... 0,8. La plăcile continue cu deschideri egale este recomandată valoarea minimă 0,5.

Prin completarea ecuației (8.6) cu condiția de la pct. (a) și cu cele 4 condiții de la pct. (b) de mai sus, se totalizează 6 condiții, cu care cele 6 momente devin determinate.

La plănșele formate din plăci continue cu deschideri inegale, se procedează în același mod ca în cazul plăcilor armate pe o singură direcție (pag. 43, fig. 8.8), adică momentele se calculează din aproape, pornind de la una din deschideri și trecând succesiv la cele învecinate, cu momentele pe reazeme cunoscute de la deschiderea calculată anterior.

Formule similare cu (8.6) pentru alte forme de plăci, cum sînt cele din fig. 8.28 și 8.29 sau altele, sînt date în [11] [16] [23] [25].

Asupra valabilității formulei (8.6) sînt de observat următoarele: Schema liniilor de articulații plastice din fig. 8.30 este simetrică și a fost stabilită luînd ca bază condiții simetrice de rezemare pe contur [tipurile (1), (3) și (6) de plăci din fig. 8.19]. La condiții nesimetrice de rezemare, articulațiile plastice se formează și ele după linii asimetrice. De ex.



- fig. 8.31 -

la o placă de tipul (2), la care diagrama de momente după direcția (y) are forma din fig. 8.31, articulația plastică din cîmp va apărea în zona de moment maxim, deci la o distanță $y_0 < l_y/2$ de la marginea simplu rezemată. Distanța y_0 se găsește scriînd ecuația de lucru mecanic virtual în stadiul echilibrului limită în funcție de y_0 și punînd condiția ca el să fie minim (situația cea mai defavorabilă). Studiile comparative efectuate în U.R.S.S. au demonstrat însă că, deși aceasta ar fi calea riguroasă de tratare a problemei, totuși chiar în situații ca în fig. 8.31 considerarea unei scheme simetrice de tipul din fig. 8.30, care conduce la un calcul mai simplu, dă practic o aproximație satisfăcătoare.

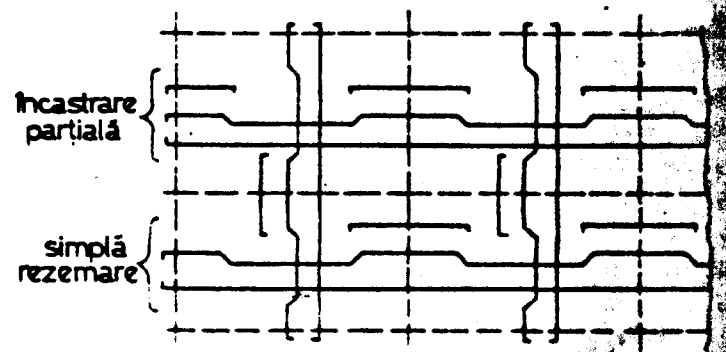
Ținînd seama de efectul de "boltire", la plăcile marginite de grinzi, centuri sau alte elemente care pot constitui ri-

gidizări, momentele rezultate din calculul post-elastic se reduc [1] [23]:

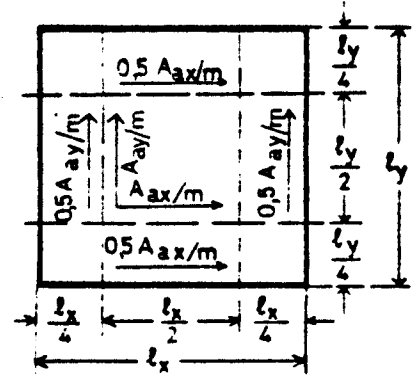
- în cîmpurile marginale și pe primele reazeme interioare cu 20% dacă raportul între deschiderea paralelă cu marginea și cea perpendiculară pe margine este $\leq 1,5$, respectiv cu 10% dacă acest raport este cuprins între 1,5 și 2,0;

- în cîmpurile interioare și pe restul reazemelor interioare, cu 20%.

8.3.4. Armarea cu bare independente se face după aceleași reguli ca la plăcile armate pe o singură direcție. Un exemplu de reprezentare este dat în fig. 8.32.



- fig. 8.32 -

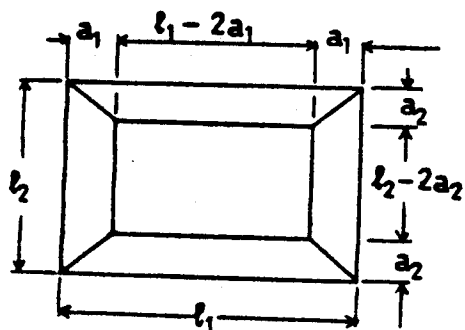


- fig. 8.33 -

Ținînd seama de efectele arătate la pag. 50 (fig. 8.17.b), că fișile marginale ale plăcii sînt puțin solicitate decât cele centrale, se admite că pe sferturile marginale, ale deschiderilor (fig. 8.33), armătura să fie rarită la jumătate. Se obține astfel o reducere a cantității de armături, dar apare o

placii în plus la montajul lor. De aceea, reducerea armăturilor pe aferturile marginale ale deschiderilor prezintă interes practic în special la plăci cu deschideri mari (≥ 5 m) sau cu încadrări utile mari.

În cazul când armăturile se dispun ca în fig. 8.33, intervine și posibilitatea ca secțiunile critice din cimpuri să



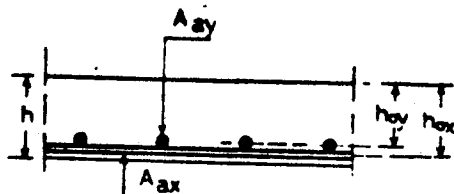
- fig. 8.34 -

$$\left. \begin{aligned} & a \left[l_1 l_2 - l_1 a_2 - l_2 a_1 + \frac{4}{3} a_1 a_2 \right] = \\ & = \frac{2 \bar{M}_1(\text{red.}) + \bar{M}_1' + \bar{M}_1''}{a_1} + \frac{2 \bar{M}_2(\text{red.}) + \bar{M}_2' + \bar{M}_2''}{a_2} \end{aligned} \right\} (8.7)$$

unde :

a_1, a_2 = distanțele de la marginile plăcii până la secțiunile unde armătura intreruptă din cimp nu mai este activă ;

$\bar{M}_1(\text{red.}), \bar{M}_2(\text{red.})$ = momentele capabile ale părților din armăturile din cimp (A_{a1}, A_{a2}) care se prelungesc până la reazeme.



- fig. 8.35 -

se mute în zonele marginale cu armătură redusă, respectiv liniile de articulații plastice să apară după schema din fig. 8.34. În calculul în domeniul post-elastic, ecuația de echilibru limită corespunzătoare acestui mod de cedare rezultă [1] de forma :

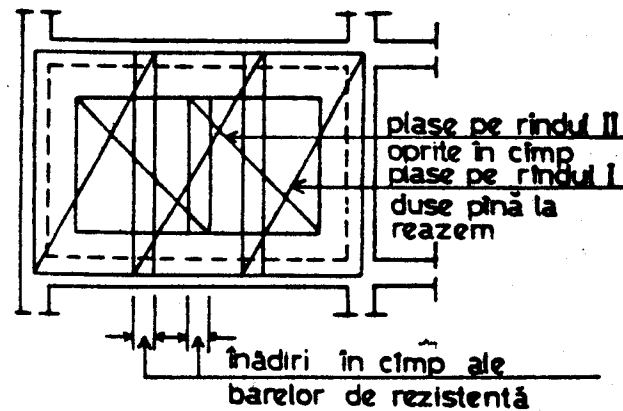
Verificarea se face deci cu relațiile (8.6) și (8.7), determinantă fiind cea mai defavorabilă dintre ele.

La dimensionarea armăturilor pe cele două direcții trebuie să se

țină seama de diferența de înălțime utilă (fig. 8.35) între direcția pe care armăturile sînt așezate pe primul rînd (în figură $A_{ax} - h_{ox}$) și cea pe care sînt așezate pe al doilea rînd ($A_{ay} - h_{oy}$). La o placă de 7 - 8 cm grosime, diferența de 0,8 - 1 cm între h_{ox} și h_{oy} reprezintă la - 15 %, astfel că nu este de neglijat.

8.3.5. Armarea cu plase sudate

La plăcile armate încrucișat, utilizarea plaselor sudate comportă de regulă și înădri în cimp ale armăturilor de pe una din direcții (fig. 8.36), problemă care la plăcile armate



- fig. 8.36 -

pe o direcție se pune numai pentru armatura de repartiție (fig. 8.15). Înălțirea barelor de rezistență în cimp, în sens cu momente pozitive mari, ca în fig. 8.36, este recomandată în general la elemente de beton armat, este

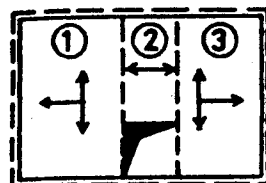
admisă în acest caz avînd în vedere ancorarea mai bună în beton pe care o realizează plasele sudate în raport cu armarea din bare independente.

Dacă se folosesc plase pe două rînduri, cele de pe rîndul II pot fi oprite în cimp ca în fig. 8.36, armînd diagrama de momente pozitive. Intervine atunci și aici necesitatea verificării suplimentare a capacității portante cu formula (8.7).

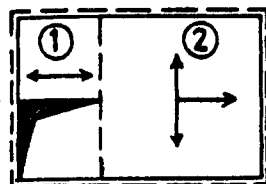
Pe reazemele de continuitate, plasele sudate se dispun la fel ca la plăcile armate pe o singură direcție (fig. 8.15).

8.4. Plăci cu goluri

La plăcile cu goluri mari, dacă nu se efectuează o analiză mai detaliată a stării de solicitare prin împărțirea într-



(a)



(b)

un carelaj de elemente finite și utilizarea pe această schemă a procedeelor cunoscute din teoria plăcilor - se pot adopta de la caz la caz scheme de calcul simplificate ca în fig. 8.37 [13] [17]. De exemplu, placa din fig. 8.37.a se consideră împărțită în tronsoanele (1),(2),(3), din care (2) rezasă pe (1) și (3), iar acestea sînt rezemate pe cîte 3 laturi. Similar se schematizează și situația din fig. 8.37.b.

- fig. 8.37 -

Bibliografie selectivă la cap. 8

[1] Academia de Construcții și Arhitectură a U.R.S.S. : Instrucțiuni pentru calculul structurilor de beton armat static nedeterminate cu considerarea redistribuției eforturilor (trad. din l.rusă). Ed.Tehnică, București, 1963. Cap.II. Plăci și fișii prefabricate și monolite lucrînd după una sau două direcții, pag. 20 - 48.

[2] Agent, R. : Asupra domeniului de aplicare a metodelor din calculul sistemelor de bare la structurile formate din plăci plane și curbe (prelegere - cursuri postuniversitare, litografiată). Institutul de Construcții București, 1972. Paragr. 2.1. Planșee din beton armat formate din plăci armate încrucișat, continue pe rezeme, pag. 11 - 14.

[3] Bittner, E. : Platten und Behälter. Springer-Verlag, Berlin, 1965.

[4] Brunner, W. : Drehwinkel-Ausgleichsverfahren zur Berechnung beliebig belasteter durchlaufender Platten. In : Beton- und Stahlbetonbau, nr. 6/1961.

[5] C.C.B.A. 68 : Règles techniques de conception et de calcul des Ouvrages et constructions en béton armé (incl. modifications de 1970). Eyrolles, Paris, 1974. Cap.II. Plaques sur appuis continus, pag. 69 - 72.

[6] Comité Européen du Béton : Annexes aux Recommandations Internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton. Annexe 5. Dalles et structures planes. AITEC, Roma, 1972, paragr. 1-4, pag. 1 - 127.

[7] Comité Européen du Béton : Manuel "Technologie et industrialisation du ferrailage", tome I. Dispositions constructives en béton armé. In: Bulletin d'Information C.C.B., nr. 87/1973. Paragr. 2.1, pag. 2.1 - 2.32.

[8] Czerny, Fr. : Tafeln für vierseitig und dreiseitig gelagerte Rechteckplatten. In: Beton-Kalender, Band I. Ed. v.Ernst & Sohn, Berlin, 1978, pag. 355 - 450.

[9] Dumitrescu, D., Agent, R., Nicula, I. ș.a. : Indrumător pentru proiectarea și calculul construcțiilor din beton armat și beton precomprinat. Ed. Tehnică, București, 1978. Paragr. 9.1.5. Date constructive pentru plăci, pag. 475 - 488.

[10] Dumitrescu, D. și Galanovici, G. : Proiectarea armării elementelor de beton cu plase sudate. Ed. Tehnică, București, 1973.

[11] Ferguson, Ph.M. : Reinforced Concrete Fundamentals, ed. III. J. Wiley & Sons, New York, 1973. Cap. XI. Yield-Line Theory for Slabs, pag. 417 - 451.

[12] Franz, G. : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I., ed.II. Springer-Verlag, Berlin, 1966. Paragr. 2.3. Platten, pag. 263 - 308.

[13] Hahn, J. : Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung, ed. XII. Werner-Verlag, Düsseldorf, 1976. Teil II. Platten, pag. 161-252 și 357-375.

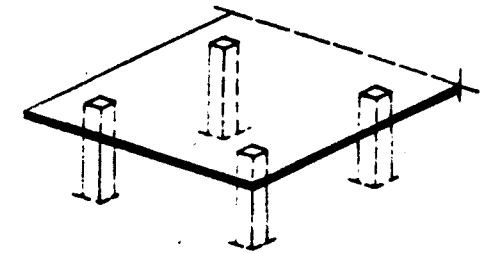
[14] Hangan, M.D. : Construcții de beton armat. Ed.Tehnică, București, 1963. Cap.III. Plăci plane, pag. 124 - 145 și paragr. XI.D. Calculul plăcilor în domeniul plastic, pag. 345 - 352.

[15] I.C.C.P.D.C. : Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea și folosirea armării cu plase sudate a elementelor de beton (P.59-76). In: Colecția de normative și instrucțiuni, nr. 144/1977.

- [16] Johansen, K.W. : Yield-Line Formulae for Slabs. Cement and Concrete Association, Londra, 1972.
- [17] Leonhardt, Fr. și Münnig, E. : Vorlesungen über Massivbau, Teil III. Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau (Springer-Verlag, Berlin, 1977. Paragr. 8.2 (Einschsig gespannte Platten), pag. 82-96 și 8.3 (Zweiachsig gespannte Platten), pag. 97 - 109.
- [18] Mihul, A. : Construcții de beton armat. Ed. Didactică și pedagogică, București, 1969. Paragr. VII.1.1. Plăci plane monolite, pag. 167 - 192.
- [19] Petcu, V. : Calculul structurilor de beton armat în domeniul plastic. Ed. Tehnică, București, 1972. Cap. 13. Calculul plăcilor, pag. 211 - 225.
- [20] Soare, M. : Plăci plane. In: Manual pentru calculul construcțiilor (sub redacția prof. A. Caracostea), ed. II, vol. I. Ed. Tehnică, București, 1977, pag. 829-1041.
- [21] Soare, M. și Petcu, V. : Studiul teoretic și experimental al unor plăci dreptunghiulare de beton armate cu oțel de rezistență superioară. In: Revista Construcțiilor și Materialelor de construcții, nr. 11/1966.
- [22] Stănculescu, G., Petcu, V. și Pancaldi, U. : Comportarea la încovoiere a plăcilor izolate și continue de beton armat rezemate pe tot conturul. In: Studii și Cercetări INCERC, nr. 1/1974.
- [23] STAS 10.107/2-77 : Construcții civile și industriale. Plănci curente din plăci și grinzi din beton armat și beton precomprimat. Prescripții de calcul și alcătuire.
- [24] Stiglat, K. și Wippel, H. : Platten, ed. II. W. Ernst & Sohn, Berlin, 1973.
- [25] Yang, Ch.K. și Salmon, Ch.G. : Reinforced Concrete Design, ed. II. Intext Educational Publishers, New York, 1973. Cap. 18. Yield Line Theory of Slabs, pag. 735 - 773.
- [26] Wastlund, G. și Halbjörn, L. : Der Einfluss der begrenzten Dehnungseigenschaften von Baustahlgewebe auf die Bruchlast von kontinuierlichen Betonplatten, die nach der Grenzplasttheorie berechnet werden. In: Stahlbeton-

Cap. 9. Plăci plane cu rezeme concentrate

9.1. Definiții. Clasificare

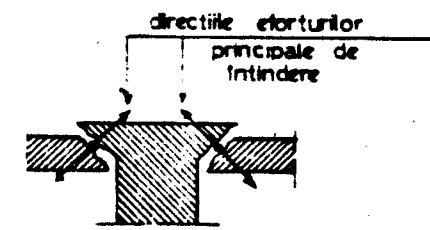


- fig. 9.1 -

Plăci plane cu rezeme concentrate (locale) intervin la construcțiile cu plănci alcătuite din plăci rezemate diferite pe stâlpi, fără intervenția diel unor grinzi (fig. 9.1).

O problemă specială care trebuie rezolvată la dimensionarea acestor plănci și care este determinantă pentru

alcătuirea lor constă în asigurarea transmiterii în bune condiții a eforturilor la rezemările plăcilor pe stâlpi, unde se concentrează reacțiuni importante pe suprafețe de contact restrânse și anume :

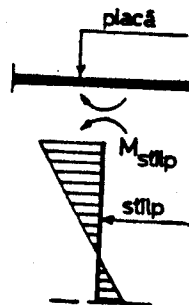


- fig. 9.2 -

- încălzirea verticală în transmisia de placă către stâlp solicită ca forță de întindere placă în jurul stâlpului, generând eforturi principale de întindere care tind să provoace cedare ca în fig. 9.2 (străpungerea plăcii către stâlp);

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
31	străpungere (poansonare)	punching (shear)	poisson- nement	Durchstan- zen	продви- вание

- din acțiunea forțelor orizontale, dacă acestea sînt preluate exclusiv de ansamblul plăci + stîlpi, se transmit în același mod și momente încovoietoare, de data aceasta de la stîlp la placă (fig. 9.3).

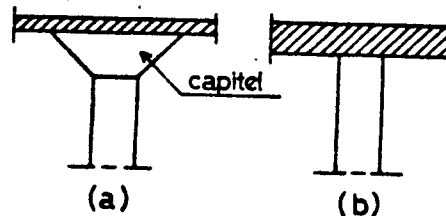


- fig. 9.3 -

Preluarea acestor solicitări locale se poate asigura pe două căi, fiecare din ele definind o categorie de planșee :

a. mărirea suprafeței de rezemare și a rigidității nodului prin îngroșarea stîlpului sub placă în formă de capitel³²⁾, ceea ce conduce la tipul de planșee denumite planșee ciupercei³³⁾ (fig. 9.4.a) ;

b. mărirea grosimii plăcii pe toată suprafața ei, astfel ca să preia solicitările respective fără a necesita îngroșări locale, ceea ce conduce la planșeele denumite dale groase³⁴⁾ (fig. 9.4.b).



- fig. 9.4 -

Este evident că sub aspectul consumurilor de beton și oțel această a doua soluție nu este competitivă cu prima, întrucît comportă îngroșarea întregii plăci pentru a prelua solicitări care apar numai local, la rezemările pe stîlpi. Sub alte aspecte prezintă totuși un domeniu avantajos de utilizare. Discuția comparativă între cele două sisteme va fi făcută la sfîrșitul acestui capitol, după analizarea alcătuirii și comportării fiecăruia din ele.

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
32	capitel	capital	chapiteau	Pilzkopf	kapitel
33	planșeu-ciupercei	flat	dalle-champignon	Pilzdecke	bezbalocnoe perekritie
34	dala groasa	plate	plancher-dalle	Flachdecke	

9.2. Planșee ciupercei

9.2.1. Alcătuirea capitelurilor

Rolul principal al capitelului este de a asigura plăcii o suprafață de rezemare pe stîlp mărită, pentru a rezista la străpungere. Tot o dată, capitelul lucrează și ca vînt pe rezemarea plăcii, micșorîndu-i momentele încovoietoare în cîmp și mărirîndu-i secțiunea activă la cele de pe rezem.

Pentru stabilirea dimensiunilor minime necesare ale unui capitel, în funcție de deschiderea și încărcarea plăcii și de marca betonului, sînt date în STAS 3465-52 [24] (v. și [25] [25]) abacele din fig. 9.5, care se utilizează în modul următor :

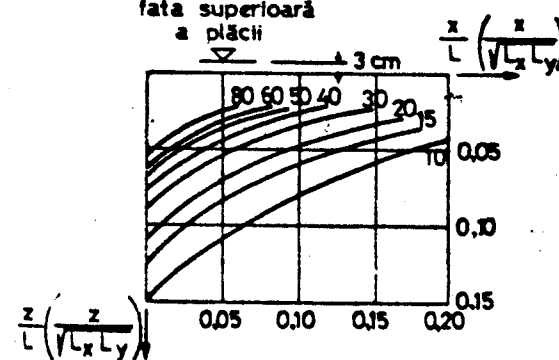
- Se calculează coeficientul $A = \frac{350 R_b}{q}$

unde :

q = încărcarea totală a plăcii, în kg/mp ;

R_b = marca betonului, în kg/cm².

fata superioară a plăcii



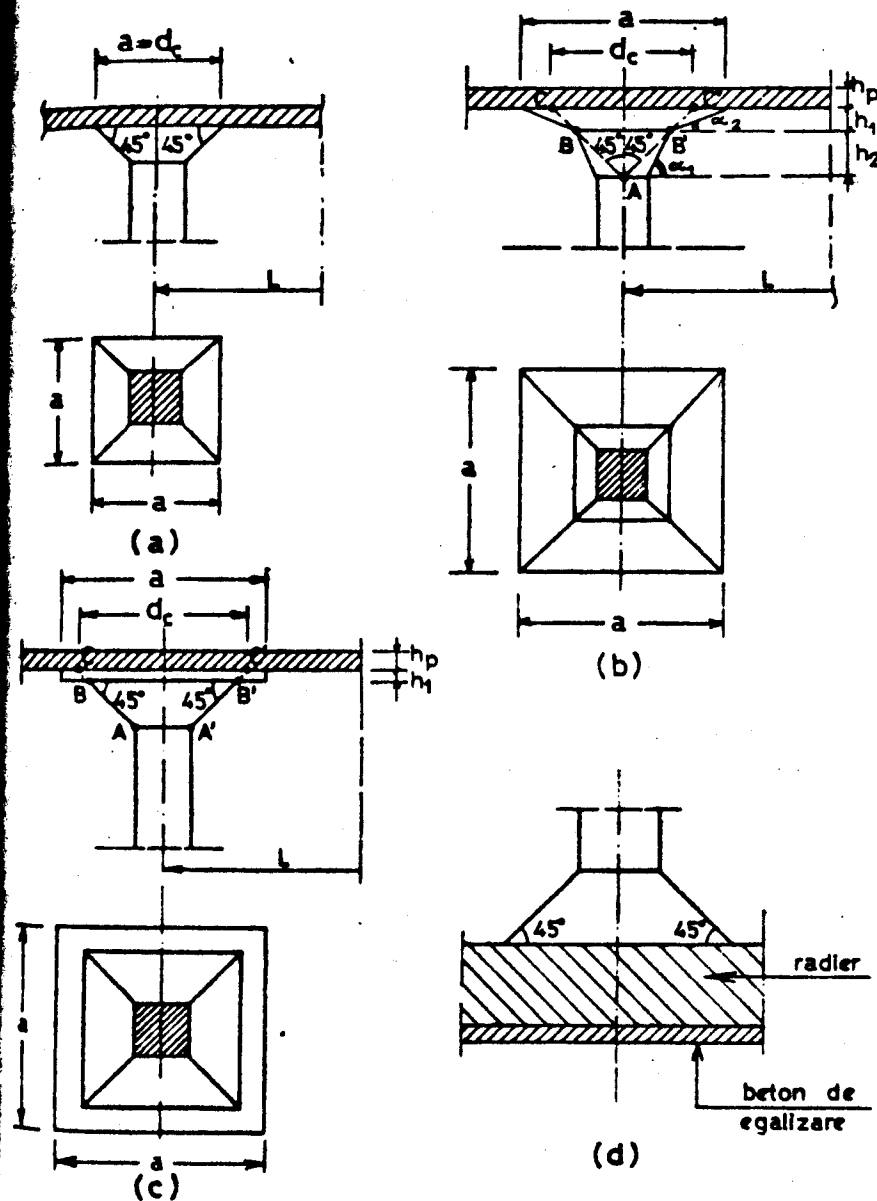
- fig. 9.5 -

- La fiecare valoare a coeficientului A corespunde în fig. 9.5 o curbă care reprezintă profilul minim necesar al semi-capitelului, redus la o scară adimensională prin împărțirea dimensiunilor lui la deschiderea L a plăcii. În cazul cînd deschiderile L_x, L_y ale plăcii nu sînt egale, împărțirea se face la $\sqrt{L_x L_y}$.

Tot în [24] se dau și profile "standard" de capiteluri, a căror adoptare este recomandată și scutește de necesitatea verificării cu curbele limită din fig. 9.5. Formele acestor capiteluri și notațiile utilizate pentru diferitele lor dimensiuni sînt arătate în fig. 9.6.

a = lățimea reală a capitelului ;

d_0 = lățimea teoretică de calcul a capitelului.



- fig. 9.6 -

Tipul (1), numit capitel simplu, se realizează printr-o îngroșare a capătului superior al stîlpului la 45° pe ambele direcții, pînă la lățimea $a \geq (0,2 - 0,3) L$. Lățimea teoretică de calcul d_c este la acest tip egală cu cea reală a .

Capitelul de tip (1) se execută mai simplu, dar realizează pentru placă o vută de rigiditate mai mică.

Tipul (2), numit capitel frînt (fig. 9.6.b) se realizează din două tronsoane cu pante diferite $\alpha_1 > 45^\circ$ și $\alpha_2 < 45^\circ$. Dimensiile minime recomandate :

$$a \geq 0,35 L ; \quad h_1 \geq h_p ; \quad h_2 \approx 1,5 h_1 .$$

Lățimea de calcul d_c se obține ducînd dreptele la 45° AB, AB' ca în figură și prelungindu-le pînă cînd ating fundul plăcii, în punctele C, C'. Lățimea de calcul $d_c = CC'$ astfel determinată trebuie să fie $\geq (0,2 \dots 0,3)L$.

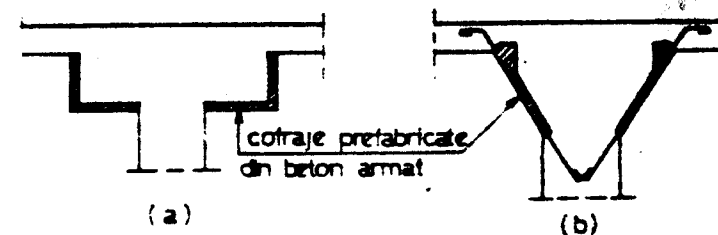
Tipul (3), numit capitel cu placă de rezervă (fig. 9.6.c), format dintr-o evazare a stîlpului la 45° continuată cu o îngroșare a plăcii, este practic echivalent cu tipul (2) sub aspectul rigidității ca vută a plăcii. Dimensiile minime recomandate :

$$a \geq 0,35 L ; \quad h_1 \geq \frac{h_p}{2}$$

Lățimea de calcul d_c se obține prelungind liniile AB, A'B' din figură pînă cînd ating fundul plăcii, în punctele C, C'. Se pune și aici condiția ca $d_c = CC' \geq (0,2 \dots 0,3) L$.

La radierele realizate sub forma de plănșee ciuperce întoarse, se adoptă totdeauna la bazele stîlpilor capiteluri de tipul (1) (fig. 9.6.d), din motive de cofrare și de turnare a betonului.

Execuția capitelurilor alcătuite ca în fig. 9.6 comportă complicații sub aspectul cofrării, neputîndu-se utiliza cofraje de inventar obișnuite ca pentru restul plăcii. Pentru



- fig. 9.7 -

eliminarea acestui inconvenient, s-au utilizat în ultimul timp și soluții cu capitelurile turnate în cofraje prefabricate de beton armat care rămân înglobate în construcție (fig. 9.7). În fig. 9.7.a este arătat un astfel de sistem folosit la construcția unei hale industriale etajate din București-Pipera, iar în fig. 9.7.b o variantă aplicată în R.F.Germania [12].

9.2.2. **Spesificarea plăcii**

Grosimi minime recomandate pentru plăci [24]:

capitel de tipul	$\frac{h_p}{L}$ min.	h_p minia (cm)	
		plăncee de acoperiș	plăncee intermediare
(1)	1/32	16	15
(2) și (3)	1/35	9	12

Se vede din tabel că utilizarea capitelurilor de tipurile (2) și (3), prin faptul că realizează o vută mai rigidă plăcii, permite grosimi de placă mai mici față de capitelul de tip (1).

Pe baza unor studii de optimizare efectuate în țara noastră pentru plăncee ciupercei cu diverse deschideri și încărcări, utilizate la construcții industriale etajate, s-a stabilit pentru dimensionarea economică a grosimii plăcii la plănceele intermediare, cu încărcare utilă $p \geq 500 \text{ kgf/mp}$, formula:

$$h_p \text{ optim (cm)} = 3 L \text{ (m)} + 4 [p \text{ (tf/mp)} - 0,5] \quad (9.1)$$

De exemplu, în cazul unei plăci cu deschideri de 6,00 x 6,00 m și cu o încărcare utilă de 1000 kgf/mp, rezultă:

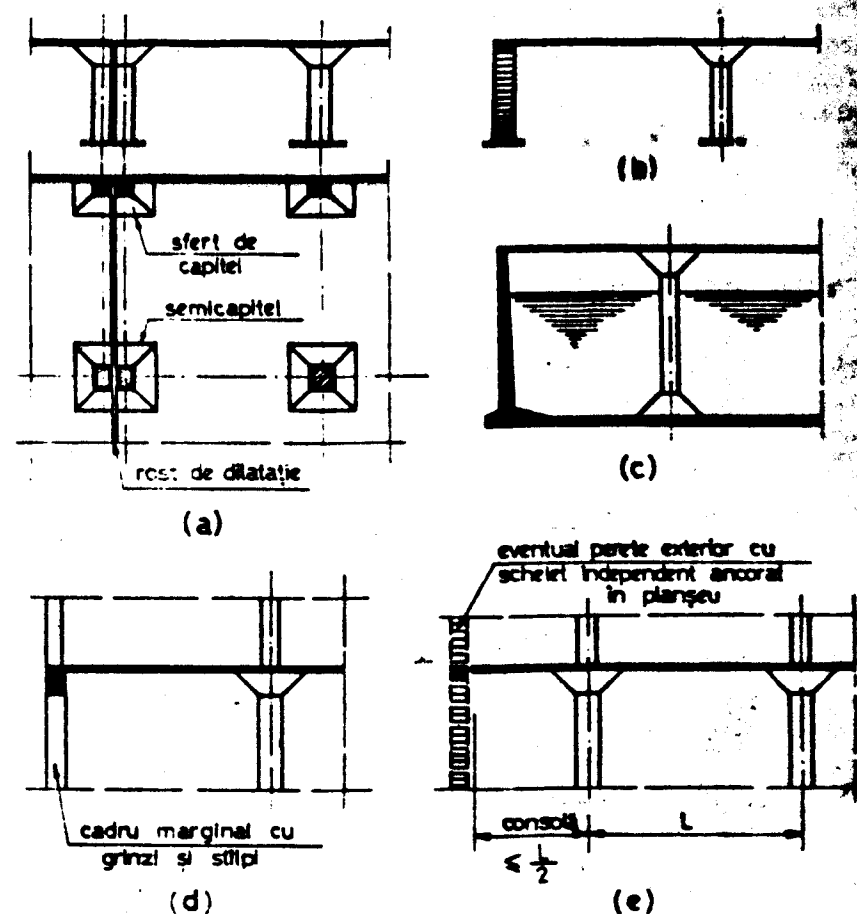
$$h_p \text{ optim} = 3 \times 6,00 + 4 (1,0 - 0,5) = 20 \text{ cm.}$$

Se observă că la limita inferioară $p = 0,5 \text{ tf/mp}$ formula (9.1) se reduce la $h_p \text{ (cm)} = 3 L \text{ (m)} = L \text{ (cm)}/33$, deci se obține un raport h_p/L apropiat de valorile minime din tabelul de mai sus.

9.2.3. **Rezematărea plănceelor ciupercei la capete**

În fig. 9.8 sînt arătate diverse variante posibile de alcătuire a rezemării plănceelor ciupercei la capete, în funcție

de specificul construcției:



- fig. 9.8 -

a. la rosturi de dilatație realizate prin dublarea stîlpilor (fig. 9.8.a), stîlpii învecinați rostului se prevăd cu semi-capiteluri, respectiv cei de colț cu aferturi de capitel;

b. la plăncee rezemate pe contur pe ziduri portante (fig. 9.8.b), placa este simplu rezemată continuu pe perimetru;

c. la plăncea de acoperiș și radierul unui rezervor îngropat ca în fig. 9.8.c, placa este legată monolit de pereții exteriori de beton armat, astfel că este rezemată continuu pe peri-

cadru, cu încastrare parțială (formează colțuri de cadru cu pereții);

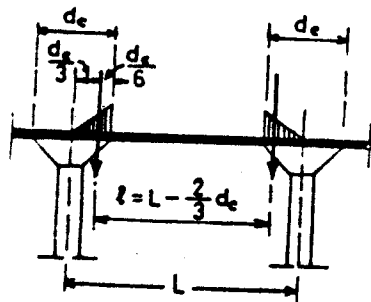
d. la clădiri etajate ca în fig. 9.8.d, la care pe liniile fațadelor trebuie să susținute pe plange și pereții exteriori, se preferă să se introducă pe aceste linii grinzi, astfel că placa este rezemată continuu la margine pe cadre formate din grinzi și stâlpi;

e. uneori alcătuirea clădirii cere terminarea plăcii la capete prin console ca în fig. 9.8.e, ale căror deschideri nu trebuie să depășească 1/2 din deschiderile interioare de pe direcția respectivă.

Din exemplele enumerate mai sus, cele din fig. 9.8 b, c și d conduc deci la plăci cu reazeme interioare concentrate (pe stâlpi) și reazeme marginale continue, cu sau fără încastrări parțiale.

9.2.4. Calculul plăcii la încărcări verticale

Deschiderea de calcul a plăcii se determină considerând capitulurile ca reazeme de lățime d_c (fig. 9.9). Dacă se admite că reacțiunile pe aceste reazeme sînt distribuite triunghiular de fiecare parte a stîlpilor, rezultantele reacțiunilor pe cele două reazeme aferente unei deschideri vor fi aplicate în centrele de greutate ale triunghiurilor respective, deci la distanțele $d_c/3$ de la axele stîlpilor.



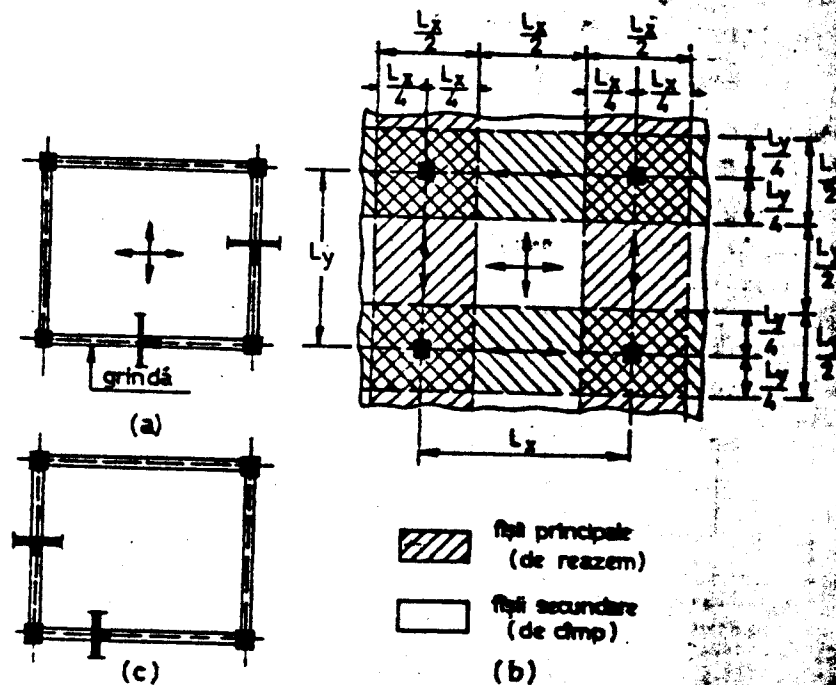
- fig. 9.9 -

Aplicăție ale celor două rezultante, adică:

$$l = L - \frac{2}{3} d_c \quad (9.2)$$

Placa rezemată direct pe stâlpi se comportă analog cu o placă armată încrucișat rezemată pe stâlpi prin intermediul unor grinzi (fig. 9.10.a), grinzile formîndu-se în cazul plan-

șeilor ciupercei chiar în grosimea plăcii. În consecință, placa poate fi privită ca descompusă ca în fig. 9.10.b în fișile de pe liniile stîlpilor (hăgurate în figură), care joacă rolul de grinzi (fișile principale sau de reazem) și zona centrală (fișile secundare sau de cîmp), care reazemă pe fișile principale.



- fig. 9.10 -

După schema admisă în [24] (v. și [25]), fișile principale se iau de lățime $L/4$ de fiecare parte a stîlpilor, deci în total $L/2$, iar restul de $L/2$ formează fișa secundară.

În cazul curent al plăcilor de formă patrata sau apropiate de patrat ($3/4 \leq L_x/L_y \leq 4/3$) și avînd pe fiecare direcție:

- cel puțin trei deschideri;
- deschiderea maximă $\leq 1,2$ x deschiderea minimă,

se admite un calcul simplificat în domeniul post-elastic, la stadiul echilibrului limită, bazat pe condiția cunoscută ca pe fiecare direcție suma momentelor în cîmp și pe reazem să fie egală cu momentul de simplă rezemare. După direcția (x) :

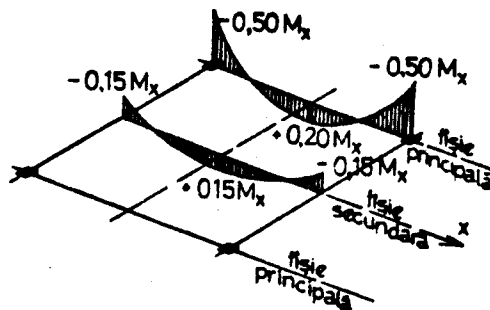
- încărcarea totală q pe metru liniar de placă, însumată pe lățimea L_y , este $q L_y$;

- momentul de simplă rezemare produs de încărcarea $q L_y$:

$$M_x = \frac{q L_y}{8} \left(L_x - \frac{2}{3} d_{cx} \right)^2 \quad (9.3)$$

- M_x se distribuie între fișile principale și cele secundare și între secțiunile din cîmp și de pe reazem cu coeficienții din tabel :

Fișia	Secțiunea	Momentul
Principală	cîmp	+0,20 M_x
	reazem	-0,30 M_x
Secundară	cîmp	+0,15 M_x
	reazem	-0,15 M_x
suma valorilor absolute		M_x



- fig. 9.11 -

angîndu-se la diagrama de momente din fig. 9.11.

Similar, după direcția (y), momentul de simplă rezemare:

$$M_y = \frac{q L_x}{8} \left(L_y - \frac{2}{3} d_{cy} \right)^2 \quad (9.4)$$

distribuie cu aceiași coeficienți.

În legătură cu acest mod de calcul sînt de subliniat următoarele :

a. Se observă că, spre deosebire de plăcile armate pe două direcții, rezemate continuu pe contur, unde încărcarea totală este distribuită q a fost distribuită între direcțiile (x) și (y) și momentele încovoietoare pe fiecare direcție au fost calculate cu componentele q_x și q_y - aici, atît în

calculul lui M_x (9.3) cît și în cel al lui M_y (9.4) s-a luat încărcarea totală q . Deci apare că aceasta a fost introdusă în calcul de două ori. Dacă se compară placa rezemată direct pe stâlpi din fig. 9.10.b cu cea rezemată pe stâlpi prin intermediul unor grinzi (fig. 9.10.a), explicația devine evidentă : La placa din fig. 9.10.a s-a luat încărcarea totală q singură dată pentru calculul plăcii, dar s-a luat apoi încă o dată la calculul grinzilor. La placa din fig. 9.10.b, grinziile fiind reprezentate prin fișile principale, calculul momentelor se face pentru acestea și pentru cele secundare împreună, deci încărcarea trebuie introdusă de două ori. O demonstrație în același sens pe altă cale este dată în [7] .

b. Calculul fiind făcut în domeniul post-elastic, rezultă pentru fișile secundare, care au secțiunea constantă, momente egale în cîmp și pe reazeme. Pentru fișile principale, care au secțiune variabilă (capitelurile reprezintă vute pe reazeme), momentele pe reazeme rezultă mai mari decît cele din cîmpuri.

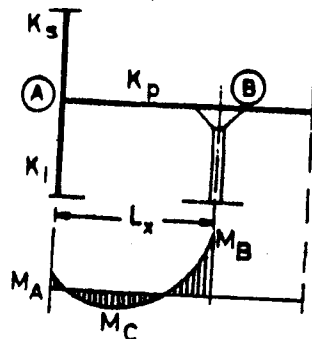
c. De fapt, cele două tipuri de plăci din fig. 9.10.a și b constituie cazuri extreme ale conlucrării între plăci și grinzi. primul caz este cel al grinzilor rigide, care formează reazeme practic nedeformabile pentru placă, iar cel de al doilea este cel al unor grinzi în grosimea plăcii, deci de rigiditate comparabilă cu a acesteia. O situație intermediară o reprezintă sistemul constructiv folosit în S.U.A. și Canada [22] (fig. 9.10.e), în care placa este o dală grosă pe schemă din fig. 9.10.b, dar fișile principale sînt rigidizate prin îngroșări similare unor grinzi. Repartiția momentelor între fișile principale și cele secundare depinde în acest caz de raportul între grosimea plăcii și dimensiile îngroșărilor.

Fără de momentele din deschiderile curente, în deschiderile marginale intervin modificări în funcție de gradul de încastrare pe reazemul de capăt, care depinde de schema constructivă (fig. 9.8) și de rigiditatea elementului în care se încastrază capătul plăcii. În [24] sînt dați coeficienți de corecție a momentelor în funcție de gradul de încastrare, definiți prin raportul $(K_s + K_f) / K_p$ (fig. 9.12), unde :

$K_p = \frac{I_p}{L_x}$ = rigiditatea plăcii (după direcția x) ;

$I_p = \frac{h^3 L_y}{12}$;

K_s, K_i = rigiditățile elementelor superioare și inferioare în care se încastrează placa (stâlpi, pereți etc.), definite prin rapoartele I/l respective.



- fig. 9.12 -

Cu coeficienții din tabelul alăturat, momentele din fig. 9.11 se corectează după cum urmează :

- pe primul reazem interior B : $M_B = \alpha M_{\text{reazem curent}}$;
- în cîmpul marginal C : $M_C = \beta M_{\text{cîmp curent}}$
- pe reazemul de capăt A : $M_A = \gamma M_{\text{reazem curent}}$.

Metoda simplificată de calcul prezentată mai sus poartă denumirea de metoda coeficienților. În situațiile speciale cînd rapoartele între deschiderile plăcii nu se înscriu în domeniul de aplicabilitate al acestei metode, calculul momentelor se face simlînd sistemul format din placă și stâlpi cu un cadru, în care rigla este placa. Deschiderile de calcul se iau :

- pentru rigle, pe baza formulei (9.2) :

$l = L - \frac{2}{3} d_c$ în deschiderile cu capiteluri la ambele capete ;

$\frac{K_s + K_i}{K_p}$	α	β	γ
0.- (simplă rezemare)	1,45	1,80	0.-
0,25	1,37	1,65	0,14
0,50	1,32	1,52	0,28
0,75	1,25	1,40	0,40
1,00	1,22	1,35	0,50
1,5	1,18	1,27	0,60
2,0	1,15	1,20	0,68
3,0	1,12	1,16	0,75
4,0	1,10	1,11	0,80
∞ (încastare perfectă)	1.-	1.-	0.-

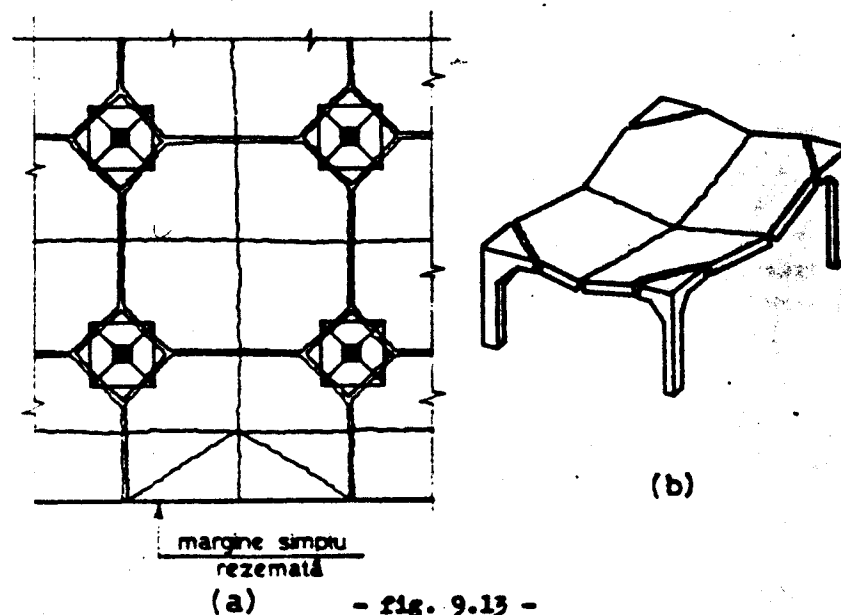
$l = L - \frac{2}{3} d_c$ în deschiderile marginale care rezemă la un capăt pe stâlpi fără capitel, ca în fig. 9.8.d ;

- pentru stâlpi : $l = H_{\text{etaj}}$ (din ax în ax) - $\frac{d_c}{2}$;

Momentele rezultate din acest calcul se distribuie între fișile principale și cele secundare cu coeficienții :

Fișa	principală	secundară
momentele negative pe reazeme	0,75	0,25
momentele pozitive din cîmpuri	0,55	0,45

Momentele încovoietoare calculate prin ambele metode de mai sus se reduc cu 30 % ținînd seama de efectul de balțire pe două direcții și de comportarea spațială reală a plăcii, mai avantajoasă decît cum rezultă din schemele de calcul simplificate adoptate.



(a) - fig. 9.13 -

În fig. 9.13.a este arătată [2] schemă de apariție a articulațiilor plastice la placa unui planșeu ciupercă, în-

tr-un cimp interior și într-unul marginal simplu reșemat la capăt. Pentru cimpul interior, deformata corespunzătoare este reprezentată în fig. 9.13.b. În prescripțiile sovietice mai noi [2] sînt date precăder de calcul pornind direct de la aceste scheme.

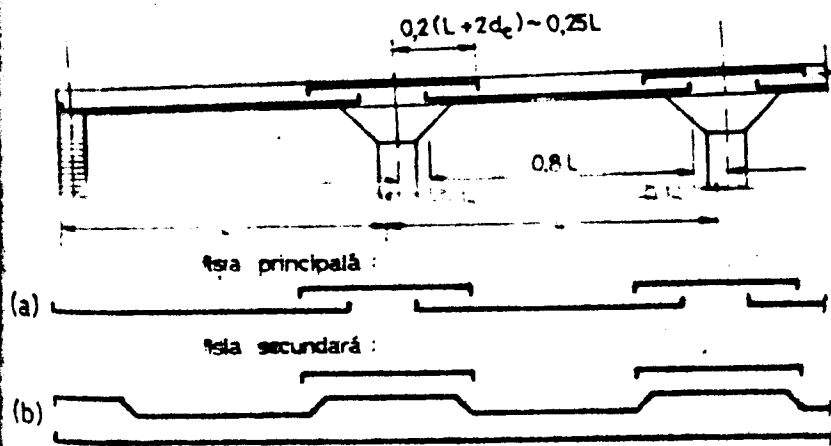
9.2.5) Comportarea la încărcări orizontale

Dacă nu se prevăd rigidizări prin diafragme, forțele orizontale (din acțiunea vîntului sau a cutremurului) trebuie să fie preluate integral de structura în cadre formată din stâlpi și plăcile planșelor lucrînd ca rigle.

Momentele încovoietoare rezultate la capetele stîlpilor se transmit plăcilor prin intermediul capitelurilor, concentrîndu-se pe fișii de placă de lățime limitată, care rezultă astfel suprasolicitare local la legătura cu stîlpii. De aceea, numărul de niveluri pînă la care este rațional să se utilizeze structuri cu planșee ciuperce nerigidizate prin diafragme este limitat de posibilitățile de preluare în bune condiții a forțelor orizontale, respectiv de gradul de seismicitate al zonei.

9.2.6. Armare

La planșeele ciuperce, sistemul de armare cel mai adecuat diferă între fișile principale și cele secundare (fig. 9.14) :

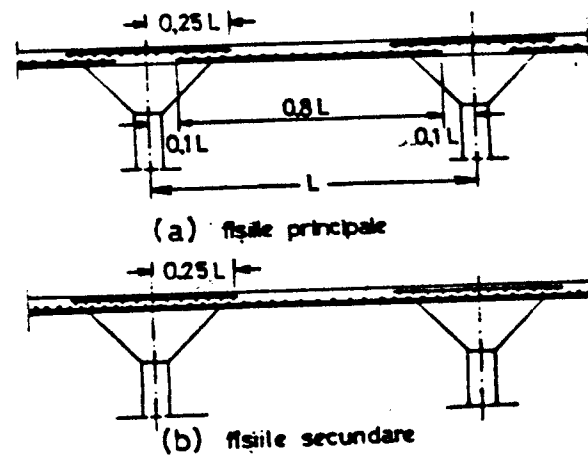


- fig. 9.14 -

- La fișile principale, prezența reșemelor late formate de capiteluri permite ca barele din cimp să nu fie petrecute peste axele reșemelor, ci oprite ca în figură. Excepție face situațiile cînd structura are de preluat forțe orizontale seismice mari, care determină momente pozitive pe reșeme, necesitînd continuarea și ancorarea armăturilor de la partea inferioară dincolo de axele stîlpilor. De asemenea, fișile principale necesită de obicei, în special pe reșeme, armături din bare cu diametre $\geq \varnothing 12$ mm, astfel că este mai indicată, la fel ca la grinzi, realizarea armăturilor din bare separate pe fiecare deschidere.

- La fișile secundare, neintervenind aspectele de mai sus, armarea se poate face după aceleași reguli ca la plăcile echipate, cu bare continue drepte și ridicate și călăreți pe reșeme.

Aceleași principii se reflectă și în alcătuirea armării cu plase sudate (fig. 9.15). Detalii mai multe în această privință sînt date în [10] .



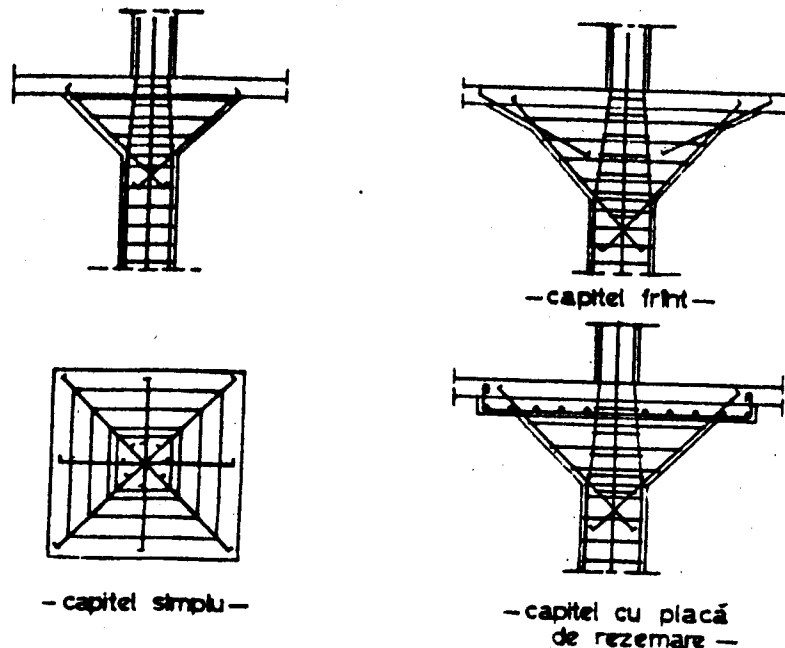
- fig. 9.15 -

- la capitelurile frînte : h = înălțimea reală a plăcii, măsurată la distanța $d_p/2$ de la axul reșemului, dar $\leq 1,5h_p$;
 - la capitelurile cu placă de reșemare : $h = 1,5h_p$.

Capitelurile se armeză constructiv, ca în fig. 9.15. Pe înălțimea lor se continuă și etrierii cureanți ai stîlpilor.

La dimensionarea armăturilor de pe reșeme ale fișilor principale, înălțimea de calcul a plăcii se ia, ținînd seama de prezența capitelurilor, după cum armeză [24] :

- la capitelurile simple :
 $h = h_p$;



- fig. 9.16 -

9.3. Planșee dală groasă

Spre deosebire de planșeele ciuperci, pentru care încă din 1952 există în țara noastră prescripții tehnice de proiectare (STAS 3.465-52 [24]) - pentru planșeele dală nu s-au definitivat încă la noi pînă în prezent prescripții similare, astfel că deocamdată în practică se utilizează metode de calcul din norme străine, în special din cele americane [3]. La data publicării prezentului volum, un proiect de instrucțiuni tehnice pentru proiectarea planșeelor dală, elaborat în cadrul catedrei noastre, se află în curs de definitivare, în corelare cu revizuirea STAS 3.465-52.

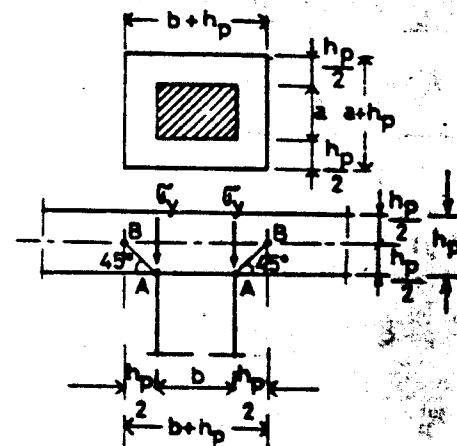
De aceea, între prevederile de calcul pentru planșeele ciuperci, expuse mai sus la paragr. 9.2 și cele pentru planșee dală, expuse în cele ce urmează și bazate în cea mai mare parte pe normele [3], sînt inerente unele neconcordanțe, care vor trebui să fie eliminate odată cu apariția corelată a celor două noi prescripții românești.

9.3.1. Grosimea dalei. Verificarea la străpungere.

În imediată apropiere a stîlpului, eforturile principale de întindere în dală produse de forța tăietoare sînt micșorate prin efectul favorabil al eforturilor unitare verticale de compresiune σ_y (fig. 9.17), astfel că secțiunea periculoasă la străpungere se deplasează de la perimetrul stîlpului la o distanță la care acest efect favorabil se rezintă în mai mică măsură.

Poziția secțiunii periculoase la străpungere se determină ca în figură, ducînd de la perimetrul secțiunii de rezemare pe stîlp (AA) plane la 45° , a căror intersecție cu planul median al dalei (BB) determină secțiunea de calcul cu laturile $a + h_p$, $b + h_p$.

Verificarea la străpungere se face cu formula :



- fig. 9.17 -

$$Q \leq h_p U R_q \quad (9.5)$$

unde :

Q = forța tăietoare de calcul transmisă de dală stîlpului ;

U = perimetrul secțiunii de calcul la străpungere = $2(a + h_p) + 2(b + h_p) = 2(a + b) + 4h_p$;

R_q = rezistența de calcul la întindere a betonului.

(În prescripțiile din U.R.S.S., termenul din dreapta al relației (9.5) este afectat de coeficientul 0,75, iar în locul înălțimii totale h_p a dalei se introduce înălțimea ei utilă h_{op}).

Pentru dimensionarea grosimii dalei, cînd se cunosc dimensiunile a și b ale secțiunii stîlpului și forța

poare de calcul q , inegalitatea (9.5) se scrie ca egalitate și se explicită h_p :

$$q = h_p [2(a + b) + 4 h_p] R_b$$

de unde:

$$h_p^2 + \frac{a + b}{2} h_p - \frac{q}{4 R_b} = 0$$

Pentru rezolvarea ecuației se obține:

$$h_p \text{ necesar} = - \frac{a + b}{4} + \sqrt{\frac{(a + b)^2}{16} + \frac{q}{4 R_b}} \quad (9.6)$$

Exemplu numeric. Să se dimensioneze la străpungere grosimea unei dale din beton B 200 ($R_b = 8 \text{ daN/cm}^2$), cu rețea de stâlpi $5,00 \times 5,00 \text{ m}$, având o încărcare totală de calcul uniform distribuită $q = 1250 \text{ daN/m}^2$. Secțiunea stâlpilor: $40 \times 40 \text{ cm}$.

$$Q = 1250 \times 5,00 \times 5,00 = 31.250 \text{ daN}$$

$$h_p = - \frac{2 \times 40}{4} + \sqrt{\frac{(2 \times 40)^2}{16} + \frac{31.250}{4 \times 8}} = 17 \text{ cm}$$

În cazurile cînd se obține o grosime prea mare pentru dală, aceasta poate fi micșorată prin mărirea secțiunilor stâlpilor. Se mărește astfel perimetrul de străpungere și în consecință h_p rezultă micșorată.

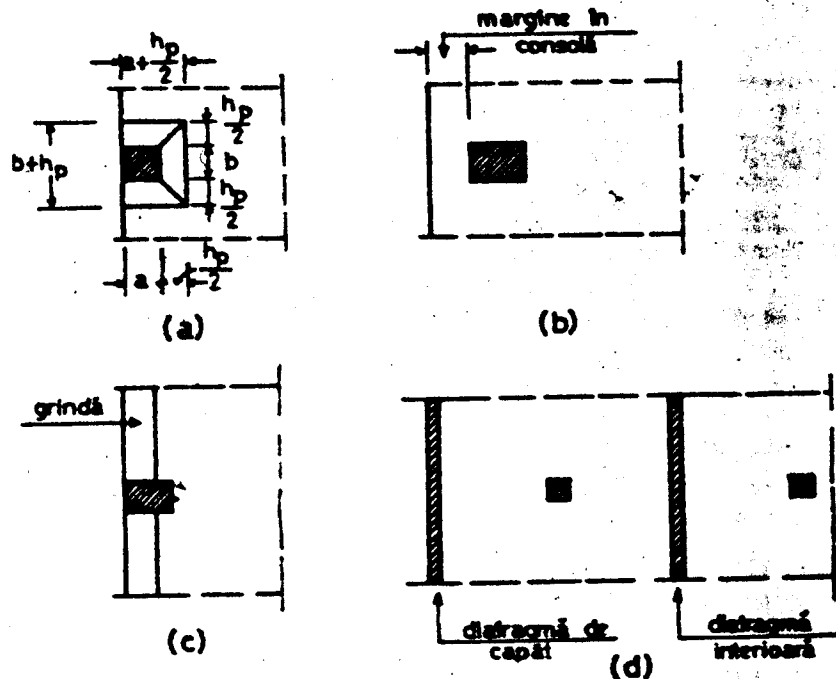
Grosimi minime admise: $h_p \geq 15 \text{ cm}$; $h_p/L \geq 1/30$.

9.3.2. Rezemarea dalei la capete (fig. 9.18)

Cînd dala rezemă la margine pe stâlpi ca în fig. 9.18.a perimetrul activ la străpungere se limitează la trei din laturile stîlpului $[U = 2a + b + 2h_p]$, ceea ce defavorizează comportarea și dimensionarea dalei. De aceea, dacă U nu poate fi mărit prin scoaterea dalei în consolă în afara liniei marginale de stâlpi (fig. 9.18.b), este preferabil ca marginea să fie întărită prin prevederea unei grîni (fig. 9.18.c). Aceasta servește și pentru alte scopuri: susține peretele exterior și tot o dată crează buiandrugul peste golurile de ferestre.

În clădirile civile etajate cu structuri cu diafragme laterale și stâlpi intermediari, dalele groase pot rezema atât la

margine cît și în interior parte pe stâlpi și parte pe diafragme (fig. 9.18.d).



- fig. 9.18 -

9.3.3. Calculul momentelor încovoietoare în dală din încărcări verticale

Schemă de calcul este aceeași ca pentru planșeele cîmpului (paragr. 9.2.4, fig. 9.10.b), cu următoarele deosebiri:

- Neexistența capiteluri, deschiderea teoretică de calcul se ia egală cu lumina liberă l_0 între stâlpi, respectiv în cazuri ca în fig. 9.18.d între stâlpi și diafragme.

- În metoda coeficienților, momentele globale de simplă rezemare după cele două direcții rezultă în consecință:

$$M_x = \frac{q l_y l^2}{8} ; M_y = \frac{q l_x l^2}{8} \quad (9.7)$$

- Distribuția momentului global de simplă rezemare între fișele principale și secundare și între secțiunile din cîmp și

pe reazeme se face, după [3], cu coeficienții din tabel, care, după cum se poate observa, sînt practic aceiași cu cei dați la pag. 82 pentru planșee ciuperi după STAS 3.465-52.

Tipul fișiei	Secțiunea	Momentul
principală	ciup	+ 0,21 M _x
	reazem	- 0,49 M _x
secundară	ciup	+ 0,14 M _x
	reazem	- 0,16 M _x

La rezemările continue pe diafragme ca în fig. 9.18.d. momentele pe reazem se iau uniforme distribuite, egale cu media între valorile date în

tabel pentru fișia principală și cea secundară.

Analogia cu planșeele ciuperi se menține și sub celelalte aspecte ale calculului (luarea în considerare a influenței gradului de încastrare la margine asupra momentelor în ciup și pe reazeme din deschiderea marginală etc.).

9.3.4. Comportarea la încărcări orizontale

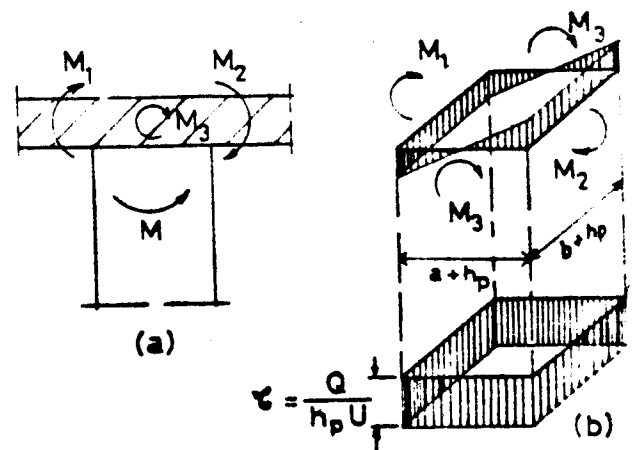
Preluarea forțelor orizontale printr-o structură formată din planșee-dală și stâlpi, fără rigidizări prin diafragme, pune în mod și mai pronunțat decît în cazul planșeelelor ciuperi problema suprasolicitărilor locale în dale la legăturile cu stâlpii, datorită momentelor încovoietoare concentrate transmise de stâlpi.

În ultimii ani, această problemă a constituit obiectul numeroase studii teoretice și experimentale, atît în străinătate [1][14][15][20][25] etc., cît și în țara noastră [19], sub cele două aspecte principale pe care le prezintă:

- transmiterea momentelor între stâlpi și dale;
- determinarea lățimii active a dalei ca riglă de cadru în calculul la forțe orizontale.

a. Pentru transmiterea momentului de la un capăt de stîlp la dală, în prescripțiile din S.U.A. [3] (v. și [14][20]) se admite modelul din fig. 9.19. Din momentul M de la capătul stîlpului:

- o parte este echilibrată de momentele încovoietoare M₁ și M₂ din dală, solicitînd fișile din planul de acțiune al momentului M;
- o altă parte este echilibrată de momentele de torsiune



- fig. 9.19 -

unde la eforturile de forfecare $\tau = Q / b_p U$ produse de încărcarea verticală.

După [3], fracțiunea δM din accentul M, care se transmite dalei prin forfecări și este echilibrată de momentele de torsiune M₃ se determină cu formula:

$$\delta = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{a+h_p}{b+h_p}}}$$

care în cazul stîlpilor de secțiune pătrată devine:

$$\delta = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = 0.6$$

iar efortul unitar total de forfecare este:

$$\tau_{total} = \frac{Q}{b_p U} + \frac{\delta M (a + h_p)}{2 I_p} \tag{9.8}$$

unde:

- Q, b_p, U - sînt mărimile din formula (9.5);
- I_p - momentul de inerție polar al secțiunii de calcul la străpungere;

M₃ solicită fișile perpendiculare pe planul de acțiune al momentului M. Această parte se transmite dalei prin eforturi de forfecare distribuite ca în fig. 9.19.b pe fețele laterale ale secțiunii de calcul la străpungere și care se a-

$$I_p = \frac{(a + b_p) R_p}{6} [(a + b_p)^2 + 3(a + b_p)(b + b_p) + b_p^2]$$

Se pune condiția ca σ calculat cu expresia (9.8) să fie $\leq 1,2 R_t$.

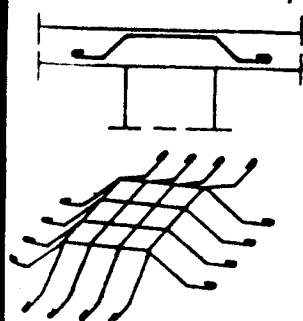
b. Lățimea activă a dalei ca riglă de cadru la acțiunea în-cărcărilor orizontale după una din direcții (x) rezultă [15] [19] [25] mai mică decât lățimea totală L_y între axele stîlpilor. După [19], se obțin, în funcție de valorile rapoartelor a/L_x și L_y/L_x , lățimi active între (0,5...0,7) L_y .

c. În cazul forțelor orizontale produse de cutremure, respectarea condițiilor de mai sus poate conduce la grosimi neeconomice de dală. Tot o dată, cadrele alcătuite din dale și din stâlpi sînt dificil de conformat avantajos sub aspectul ductilității, în sensul că nu se poate conta prea mult pe ductilitatea secțiunilor de la capetele riglelor formate din dale.

De aceea în general, în condițiile seismice ale țării noastre, la clădirile etajate planșeele-dală sînt utilizate numai asociate cu diafragme verticale care să preia în întregime forțele orizontale seismice.

9.3.5. Armarea dalelor

Dalele se armeză pe fișii, la fel ca și planșeele ciupercei. Neexistînd capiteli, atît fișiiile principale cît și cele secundare se armeză după schema (b) din fig. 9.14, cu bare continue drepte și înclinate și cîlăreți pe reazeme, respectiv după schema (b) din fig. 9.15 în cazul utilizării plasei sudate.



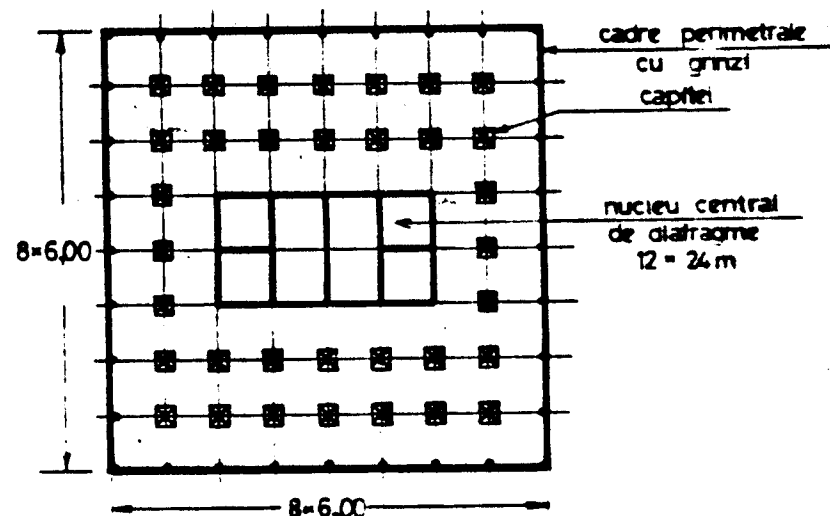
- fig. 9.2e -

La rezemările pe stâlpi, se prevăd de obicei carcasa locale suplimentare formate din cîlăreți înclinați la 45°, dispuși după ambele direcții (fig. 9.2e), care contribuie la rezistența la străpungere. Intrucît prin aplicarea relațiilor (9.5) și (9.8) dala este dimensionată astfel ca rezistența la străpungere să fie asigurată în întregime de secțiunea de

beton, aceste carcasa suplimentare se prevăd constructiv.

9.4. Domenii avantajoase de utilizare

Planșeele ciupercei se folosesc de regulă la construcții industriale etajate, cu rețea de stâlpi pătrată sau apropiată de pătrat și cu deschideri între stâlpi pînă la 6 x 6 m. În acest domeniu, față de structurile monolite în cadre, conduc la un consum mai mare de beton, dar la economii importante la manoperă și cofraje: suprafața de cofrat minimă, posibilitatea de folosire în proporție mai mare a cofrajelor de inventar. Sub aspectul consumului de oțel, structurile cu planșee ciupercei rezultă mai economice decît cele în cadre, în măsura în care numărul de niveluri al clădirii și gradul de intensitate seismică al zonei nu conduc la solicitări prea mari din forțe orizontale, care - așa cum s-a arătat mai înainte - desavantajează acest sistem în raport cu cel în cadre.

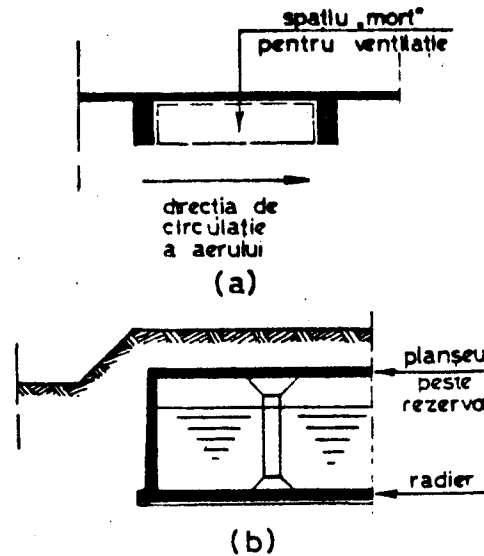


- fig. 9.21 -

Planșeele ciupercei se folosesc în mod deosebit de avantajos la hale etajate la care specificul fabricației permite introducerea de nuclee de diafragme care să preia forțele orizontale. În fig. 9.21 este reprezentată schema planșeei curente al unei hale de acest tip executate de curînd pentru o fabrică de produse electronice din București, cu parter

și 5 etaje.

Un avantaj al planșelor ciuperi fi constitue și faptul că realizează un tavan neted, ceea ce le recomandă pentru construcțiile la care condiții speciale de igienă cer o ventilație naturală sau artificială activă, fără spațiile "moarte" ce se creează în cazul unui planșeu cu grînsi (fig. 9.22.a); hale etajate din industria alimentară, depozite frigorifice, planșee peste rezervoare de apă îngropate (fig. 9.22.b) etc.



- fig. 9.22 -

De asemenea, datorită faptului că prezintă ambele fețe netede, sistemul se aplică avantajos și la radiere, care la deschideri între stâlpi pînă la 6 x 6 m pot fi alcătuite ca planșee ciuperi întoarse (fig. 9.22.b).

Planșeele dală groasă se utilizează în general la clădiri civile etajate cu structuri celulare (diafragme rare și stâlpi intermediari).

Fără de o soluție cu plăci și grînsi, în aceleași condiții, rezultă la dalele groase consumuri de beton și oțel cu 10 - 15 % mai ridicate, însă se realizează în interiorul apartamentelor tavane complet plane, ceea ce pe de o parte creează posibilitatea unei distribuții mai libere a încăperilor, iar pe de altă parte permite reducerea înălțimii totale a etajelor, păstrînd aceleași înălțimi libere interioare.

Bibliografie selectivă la cap. 9.

[1] Aalami, B. : Moment-Rotation between Column and Slab. In: Journal of the American Concrete Institute, nr. 5/1972.

[2] Academia de Construcții și Arhitectură a U.R.S.S. : Instrucțiuni pentru calculul structurilor de beton armat static nedeterminate cu considerarea redistribuției eforturilor (trad. din l.rusă). Ed.Tehnică, București, 1963. Cap. IV. Planșee ciuperi monolite și prefabricate, pag. 71 - 100.

[3] A.C.I. Standard 318-77 : Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute, Detroit, 1977. Cap. 13. Two-Way Slab Systems, pag: 55 - 62.

[4] Baikov, V.N. și Sigelov, E.E. : Jelezobetonnie konstrukții - Obșci kurs. Stroizdat, Moscova, 1977. Paragr. XI.6.2. Reșbalocinie monolitnie perekritia, pag.406-411.

[5] C.C.B.A. 68 : Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé (incl. modifications de 1970). Eyrolles, Paris, 1974. Annexe A 3. Calcul des planchers champignons et des planchers dalles, pag. 148 - 162.

[6] Comité Européen du Béton : Annexes aux Recommandations Internationales pour le calcul et l'exécution des ouvrages en béton. Annexe 5. Dalles et structures planes. ATTEC, Roma, 1972. Paragr. 4 - 6 , pag. 128 - 191.

[7] Creinic, L. : Precizări privind comportarea și calculul planșelor ciuperi de beton armat. In: Construcții, nr. 4/1976.

[8] D.I.H. 1045 : Beton- und Stahlbetonbau. Bemessung und Ausführung. Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin, 1972. Cap. 22.Pilsdecken, pag. 71 - 73.

[9] Dorfmann, A.E. și Levontin, L.N. : Proektirovanie bezbelecinih bezkapitelnih perekritii. Stroizdat, Moscova, 1975.

[10] Dumitrescu, D. și Calmanovici, G. : Proiectarea armării elementelor de beton cu plase sudate. Ed.Tehnică, București, 1973. Paragr. 6.13.Planșee ciuperi și 6.14.Planșee dală, pag. 146 - 161.

[11] Ferguson, Ph.M. : Reinforced Concrete Fundamentals, ed.III. J.Wiley & Sons, New York, 1973. paragr. 10.3-10.12. Flat-Slabs and Flat-Plates, pag. 334 - 378.

[12] Franz, G. : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I, ed. II. Springer-Verlag, Berlin, 1966, pag. 253 - 261.

[4] Hatcher, D.S., Sozen, M.A. și Siess, C.P. : Test of a Reinforced Concrete Flat Plate. In: Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE , oct. 1965.

[5] Hawkins, N.M. și Corley, W.G. : Transfer of Unbalanced Moment and Shear from Plates to Columns. In: Deflection and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, SP-30. American Concrete Institute, Detroit, 1971, pag. 147 - 176.

[6] Krebs, A. și Kruse, W. : Über die Steifigkeit von Rahmenriegeln in Flachdecken. In: Beiträge zum Massivbau (Festschrift A.Mehmel). Beton-Verlag GmbH Düsseldorf, 1967, pag. 115 - 122.

[7] Lasslo, H. : Planșee-dală fără capitel. In: Revista Construcțiilor și a Materialelor de construcții, nr.3/1959.

[8] Leonhardt, F. și Mönig, E. : Vorlesungen über Massivbau. Teil III. Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau . Springer-Verlag, Berlin, 1977. Paragr. 8.3.5. Platte auf Einzelstützen, pag. 110 - 114.

[9] Mihal, A. : Construcții de beton armat. Ed.Didactică și pedagogică, București, 1969. Paragr. VIII.2.4. Planșee fără grinzi (planșee-ciuperce) și 2.5. Planșee-dală , pag. 233 - 257.

[10] Negruțiu, R. : Analiza elastică a structurilor cu dale. Ed. Academiei R.S.R., București, 1976.

[11] Park, R. și Islam, Sh. : Strength of Slab-Column Connections with Shear and Unbalanced Flexure. In: Journal of the Structural Division, Proceedings of the ASCE , sept. 1976 (v. și idem, mart. 1976).

[12] Scholz, G. : Flachdeckenrahmen bei Horizontalbelastung. In: Stahlbetonbau - Berichte aus Forschung und Praxis (Festschrift H.Rüsch). W.Ernst & Sohn, Berlin, 1969, pag. 265 - 287.

[13] Simmons, S.H. : One- and Two-Way Slabs. In: Handbook of Concrete Engineering (edited by Mark Fintel). Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1974, pag. 64 - 82.

[14] Staermann, M.I. și Ivianski, A.M. : Besbalocinnye perekrytia. Gosstroizdat, Moscova, 1953.

[15] STAS 3.465-52 (în curs de revizuire) : Construcții civile și industriale. Planșee ciuperce din beton armat. Prescripții de calcul și alcătuire.

[16] Stiglat, K. : Der Plattenstreifen unter dem Angriff von Flächenmomenten (Flachdecken). Mitwirkende Plattenbreiten. In: Die Bautechnik, nr. 4/1969.

[17] Wang, Ch.K. și Salmon, Ch.G. : Reinforced Concrete Design, ed.II. Intext Educational Publishers, New York, 1975. Cap. 16. Design of Flat Slabs, pag. 621 - 692.

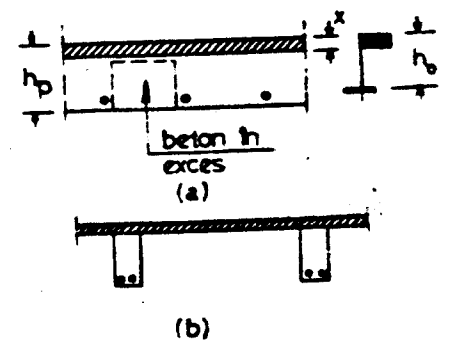
[18] Wegner, R., Harbord, R. și Duddeck, H. : Flach- und Pilzdecken im ungerissenen und im gerissenen Zustand. In : Der Bauingenieur, nr. 1/1975.

Cap. 10. Planșee³⁵⁾ din plăci și grinzi

10.1. Generalități. Clasificare

Din secțiunea de beton a unei plăci masive (fig.10.1.a), numai zona comprimată, a cărei înălțime x nu depășește de regulă $0,20 h_p$, este eficient utilizată. Restul înălțimii secțiunii este ocupat de zona întinsă, în care betonul servește numai pentru înglobarea armăturilor și preluarea forței tăietoare. Sub amindouă aceste aspecte, în cazul plăcilor betonul din zona întinsă este totdeauna în exces față de strictul necesar.

La planșeele monolite cu deschideri mici, cu tot acest leat de beton inefficient utilizat, soluția cu placă masivă se impune pe criteriul simplității de formă, cofrare și execuție și prin avantajul de a realiza un tavan neted. La deschideri mai mari însă,



- fig. 10.1 -

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
35	planșeu	floor	plancher	Decke	perekrytie

pe măsură ce lestul respectiv începe să greveze în mod mai hotărâtor asupra greutateii proprii și a economicității planșeului, devine avantajoasă eliminarea lui, prin trecerea de la forma de placă masivă la cea nervurată (fig. 10.1.b), adică la un planșeu cu plăci și grinzi (nervuri).

Deschiderile peste care prezintă interes trecerea de la placa masivă la planșeul din plăci și grinzi sînt (orientativ):

a. Pentru plăcile armate pe o direcție :

- la planșee de acoperiș (limitarea este aici dictată în special de considerentul evitării unor grosimi mari de placă, în vederea reducerii greutateii proprii, care în acest caz reprezintă încărcarea predominantă) 3,0 m ;

- la planșeele intermediare ale clădirilor civile etajate 3,5 - 4,0 m ;

- la planșeele intermediare ale construcțiilor industriale (hale de fabricație, depozite), în funcție de încărcarea utilă 2,0 - 3,0 m.

b. Pentru plăcile armate încrucișat, la clădiri civile sau industriale 6,0 x 6,0 m.

c. Pentru planșeele ciupercei 6,0 x 6,0 m.

Trecerea de la "masiv" la "nervurat" la aceste trei tipuri de plăci generează trei categorii corespunzătoare de planșee cu plăci și grinzi, ale căror scheme de alcătuire sînt arătate în fig. 10.2.

10.2. Planșee cu grinzi pe o direcție

Pentru planșee rezemate pe două laturi paralele (fig. 10.2.a), deci cu deschidere unidirecțională, soluția cu grinzi se utilizează la deschideri la care placa masivă armată pe o direcție nu mai este economică. În practică, această soluție intervine în special la clădirile civile și se aplică la deschideri de la 5 m în sus.

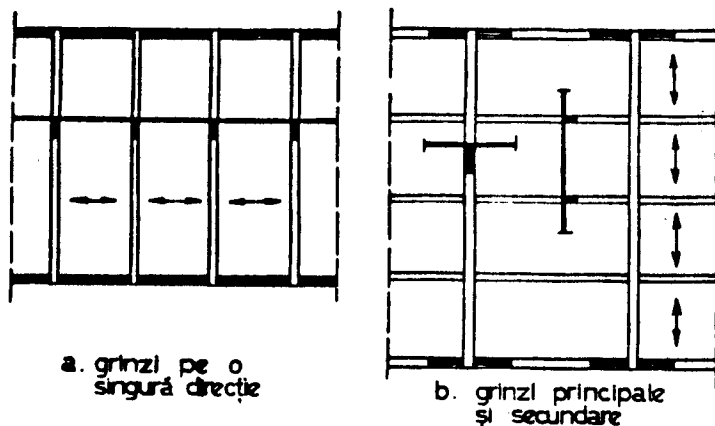
10.2.1. Dispunerea grinzilor (fig. 10.3)

Deci dispunerea grinzilor nu este condiționată de considerentele de arhitectură (distribuția încăperilor, pozițiile

TIPURI CARACTERISTICE DE PLANȘEE MONOLITE

Rezemare	Soluția cu placă masivă (la deschideri mici)	Soluția cu plăci și grinzi (la deschideri mai mari)
a. Rezemare continuă (pe pereți portanți) pe două laturi.		
	placă armată pe o direcție	planșeu cu grinzi pe o direcție
b. Rezemare continuă (pe pereți portanți) pe contur		
$1 < \frac{L_y}{L_x} \leq 2$	placă armată încrucișat	planșeu cu grinzi încrucișate, rezemat pe contur
c. Rezeme concentrate (pe stâlpi)		
	placă rezemată pe stâlpi, cu sau fără capitelari	planșeu cu grinzi încrucișate, rezemat pe stâlpi

- fig. 10.2 -



- fig. 10.3 -

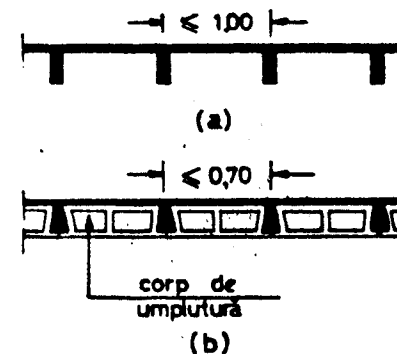
plinurilor și golurilor din pereții portanți, goluri locale în planșeu etc.), distanțele optime între grinzi se stabilesc urmându-se ca :

- deschiderile plăcilor să fie apropiate de limitele superioare economice arătate la paragr. 10.1 ;
- cu cât deschiderea planșeului este mai mare și în consecință dimensiunile grinzilor cresc, cu atât distanțele între ele să fie luate mai mari.

La planșee cu deschideri peste 10 m , dacă plinurile în pereții portanți sau alte condiții impun așezarea grinzilor la distanțe mai mari (5 - 6 m), atunci între ele este necesar să se prevadă grinzi secundare (fig. 10.3.b). Se ajunge astfel la soluția cu grinzi principale și secundare, în care pentru stabilirea distanțelor între grinzile secundare rămân valabile aceleași reguli ca mai sus. Acestei soluții, mult aplicate în trecut, i s-a redus în ultimul timp în mare măsură domeniul de utilizare, datorită dezavantajelor pe care le prezintă din punct de vedere al consumului mai ridicat de cofraje și de manoperă, precum și din cel al aspectului planșeului. Nici consumurile de beton și oțel nu rezultă mai avantajoase decât în soluția grinzii pe o singură direcție dispuse ca în fig. 10.3.a, chiar planșee cu deschideri de 10 - 15 m.

10.2.2. Planșee cu nervuri dese³⁶⁾

Prin planșee cu nervuri dese se înțeleg în general planșeele cu grinzi dispuse la distanțe până la 1 m [12] [19] . Se realizează fie cu grinzi aparente (fig. 10.4.a), fie cu corpuri de umplură (fig. 10.4.b), care servesc drept cofraj înglobat pentru turnarea plăcii și a grinzilor și tot o dată crează un tavan neted.



- fig. 10.4 -

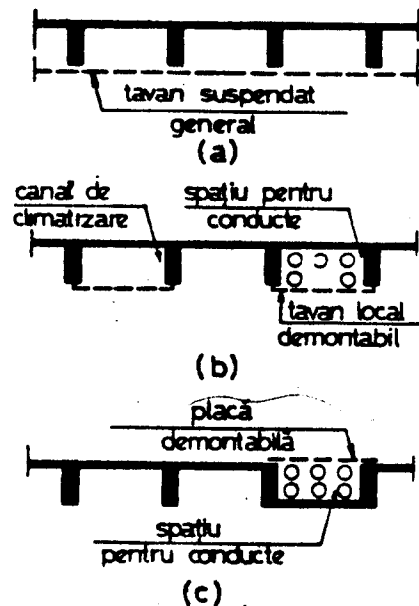
a. Soluția cu grinzi aparente

Privit strict sub aspect structural, acest tip de planșeu nu poate fi competitiv cu un planșeu obișnuit cu grinzile dispuse la distanțe economice (în construcții civile : 3-4 m). La distanțe până la 1 m între grinzi, placa rezultă supradimensionată constructiv, iar grinzile sînt de asemenea mai puțin economice decât dacă ar fi dispuse la distanțe mai mari. Tot o dată, suprafața de cofrat este fragmentată în fațete de dimensiuni reduse, ceea ce crează dificultăți sub aspectul utilizării cofrajelor de inventar obișnuite și conduce la necesitatea unor sisteme speciale de cofraje, metalice sau din mase plastice [7] , concepute anume pentru astfel de planșee.

Sistemul prezintă însă avantaje din punct de vedere funcțional și arhitectural, care îi conferă un domeniu destul de larg de utilizare la unele categorii de clădiri (fig. 10.5):

- grinzile dese dau posibilitatea de reșenare pe planșeu a pereților despărțitori în poziții variate, avantaj important pentru clădiri care suferă frecvent modificări în distribuția încăperilor, cum sînt cele pentru birouri;
- la construcțiile cu încăperi mari necompartimentate, la

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
36	planșeu cu nervuri dese	joist floor	plancher à nervures rapprochées	Rippen-decke	ciastorebristo perekritie



- fig. 10.5 -

care este necesară suspendarea de planșeu a unui tavan fonoabsorbant, distanța între nervuri poate fi corelată cu dimensiile plăcilor fonoabsorbante, astfel ca acestea să se poată suspenda direct, fără a necesita o rețea suplimentară de profile metalice (fig. 10.5.a);

- spațiul dintre nervuri poate fi închis local cu un tavan suspendat și folosit drept canal de climatizare sau ca spațiu vizitabil pentru conducte tehnologice, ca în fig. 10.5.b (de ex. la clădiri de laboratoare);

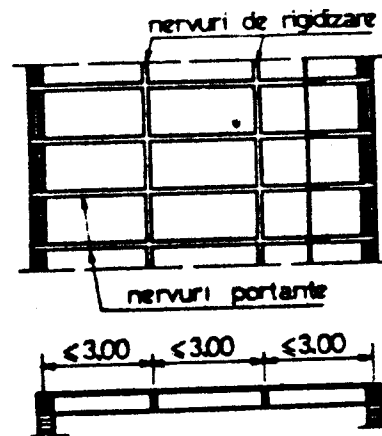
- o variantă de amenajare a spațiului pentru conducte,

cu acces prin pardoseală, se realizează ca în fig. 10.5.c, decalând local placa de la talpa superioară la cea inferioară a nervurilor;

- pentru acoperirea unor săli de deschideri mai mari și cu caracter reprezentativ (holuri de intrare în instituții sau hoteluri, săli de mese etc.), se obține prin planșeu cu nervuri dese o înălțime de construcție minimă și un aspect adecuat.

Nervurile fiind dimensionate la încărcarea uniform distribuită de pe lățimea de planșeu aferentă, care este mică, - orice încărcare suplimentară locală, cum ar fi greutatea unui perete despărțitor, reprezintă o suprasolicitare importantă. De exemplu, la un planșeu obișnuit cu nervuri dese într-o clădire civilă etajată, greutatea unui perete despărțitor din zidărie de 12,5 cm grosime ajunge să dubleze încărcarea unei nervuri. În aceste condiții, pentru a nu se ajunge la o dimensionare cu totul nerațională a planșeului, este necesar să se asigure conclucrarea spațială a mai multor nervuri la preluarea încărcărilor locale, ceea ce se realizează introducând în sens longitudi-

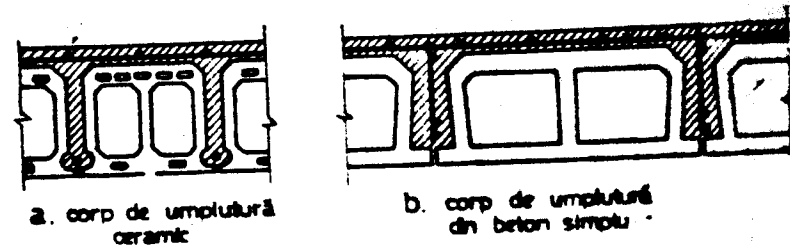
nal nervuri de rigidizare, de aceeași înălțime cu cele portante și care, conform prevederilor STAS 10.107/3-77 [19], se dispun la distanțe de cel mult 3 m (fig. 10.6). Solicitarea rețelei de nervuri astfel create este similară cu cea a fibrelor longitudinale și transversale ale plăcii din fig. 8.9 (pag. 44).



- fig. 10.6 -

Armarea plăcii rezultă de obicei constructivă și se realizează de preferință dintr-o placă sudată.

b. Soluția cu corpuri de umplură (fig. 10.7) se utilizează în cazurile când se urmărește să se obțină un tavan neted.



- fig. 10.7 -

Se folosesc corpuri de umplură ceramice de producție industrială, sau din beton simplu, care pot fi executate și pe șantier. Dimensiunile corpurilor de umplură se stabilesc astfel ca greutatea unei bucăți să fie de maximum 25 - 30 kg, pentru a putea fi montată manual. Aceasta limitează distanțele între nervuri la ≤ 80 cm și tot o dată limitează înălțimea de

construcție a plangeului și în consecință deschiderea lui (în cazul corpurilor ceramice folosite pînă în prezent în țara noastră, $h \leq 25 \text{ cm}$, $L \leq 6,50 \text{ m}$).

Se preferă formele de corpuri de umplură cu ieșinduri laterale la partea inferioară, ca în figură, care să formeze cofraj pentru fundul nervurilor. La corpurile ceramice, această condiție se pune și în scopul de a asigura plangeului un intrados dintr-un singur material cu același coeficient de absorbție a apei, astfel ca la aplicarea tencuiei pe tavan să nu apară benzi de culori diferite.

Nervurile de rigidizare longitudinale se dispun tot ca în fig. 10.6 și se realizează suprimînd cîte un șir de corpuri de umplură și turnînd în locul lor o nervură.

Placa superioară de beton armat, fiind rezemată pe corpurile de umplură, nu este solicitată la încovoiere, astfel că grosimea ei poate fi redusă pînă la 3 cm, iar armătura se prevede constructiv, dintr-o plasă sudată, servind numai pentru eforturile din contracția betonului.

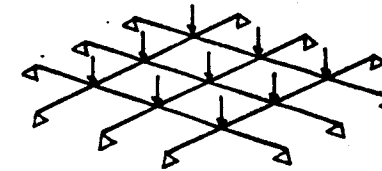
10.3. Planșee cu grinzi încrucișate, rezemate pe contur (planșee în casete)³⁷⁾

La planșee rezemate pe contur, cu deschideri depășind domeniul de utilizare economică a plăcilor masive armate încrucișat (peste 6 x 6 m), trecerea la o soluție nervurată cu menținerea ideii de descărcare bidirecțională conduce la o soluție ca în fig. 10.2.b, cu grinzi încrucișate formînd o rețea de grinzi.

Prin rețea de grinzi (fig. 10.8) se înțelege un sistem plan format din grinzi încrucișate, rezemat pe contur și acționat de încărcări normale pe planul său. Planșeele rezemate pe rețele de grinzi poartă denumirea de planșee în casete.

La forme în plan dreptunghiulare (fig. 10.9), grinzile rețelei pot fi dispuse paralel cu laturile ca în fig. 10.9.a

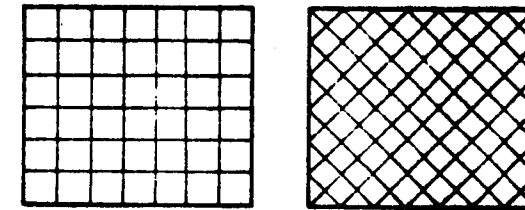
nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
37	plangeu în casete	two-way ribbed floor (grid-floor)	plancher à nervures croisées	Kassetten-decke	kesonnoe perekritie



- fig. 10.8 -

(casete drepte) sau oblic, ca în fig. 10.9.b (casete diagonale).

La site forme în plan se adoptă dispoziții adecvate ale grinzilor, bidirecționale sau chiar tridirecționale. În fig. 10.10.a este arătat

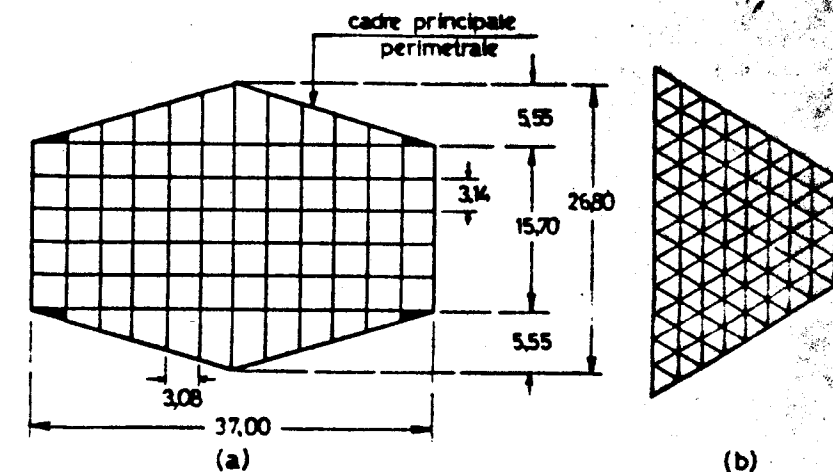


(a)

(b)

- fig. 10.9 -

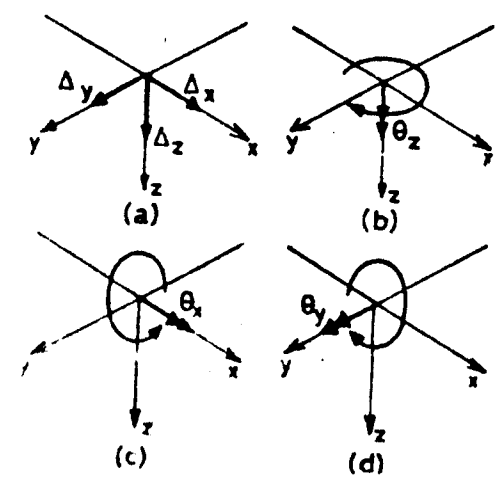
dispoziția grinzilor unui tip de planșeu în casete folosit la acoperirea unor săli de cinematograful din București ("Melodia", "Excelsior", "Modern" și "Floresca") [5], cu formă în plan hexagonală și cu deschideri de 26,80 x 37,00 m, la care grinzile au fost precomprimate. În fig. 10.10.b : o rețea de grinzi tridirecțională pentru un planșeu peste o sală de formă trapezoidală.



- fig. 10.10 -

10.3.1. Comportarea și calculul rețelelor de grinzi

Rețelele de grinzi sînt sisteme static nedeterminate, pentru al căror calcul în domeniul elastic este adecuată metoda eforturilor. În cazurile obișnuite, cînd numărul de grinzi pe fiecare direcție este de cel puțin 4, se admite ca în calcul încărcările să fie considerate concentrate la noduri.



- fig. 10.11 -

În fig. 10.11 este reprezentat un nod al unei rețele la care grinzi sînt dispuse după două direcții x, y perpendiculare între ele. Încărcările acționează după direcția (z) normală la planul xy, deci starea de solicitare este spațială, astfel că la fiecare nod interior (intersecție de două grinzi) vom avea 6 deplasări necunoscute: cele 3 componente $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ ale deplasării de translație și cele 3 componente $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ale rotirii.

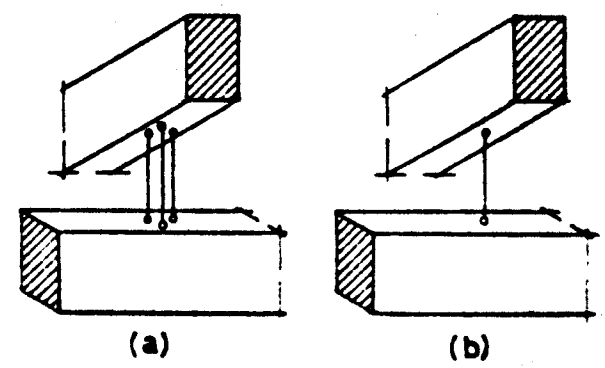
Admițînd că placa planșeului este practic indeformabilă în planul ei, deplasările din acest plan Δ_x, Δ_y (fig. 10.11.a) și θ_z (fig. 10.11.b) sînt nule și în consecință rămîn la fiecare nod cîte 3 deplasări necunoscute:

- săgeata pe verticală Δ_z ;
- rotirea θ_x (fig. 10.11.c) în planul yz (vectorul dirijat după direcția x), care reprezintă pentru grinda (y) o rotire la încovoiere și pentru grinda (x) o rotire la torsiune;
- rotirea θ_y (fig. 10.11.d) în planul xz (vectorul dirijat după direcția y), care reprezintă pentru grinda (x) o rotire la încovoiere și pentru grinda (y) o rotire la torsiune.

O rețea cu n noduri interioare este deci de 3 n ori static nedeterminată. La fiecare nod, corespunzător celor 3 sărimi static nedeterminate, se scriu 3 ecuații de egalitate a deplasărilor, punînd condițiile ca:

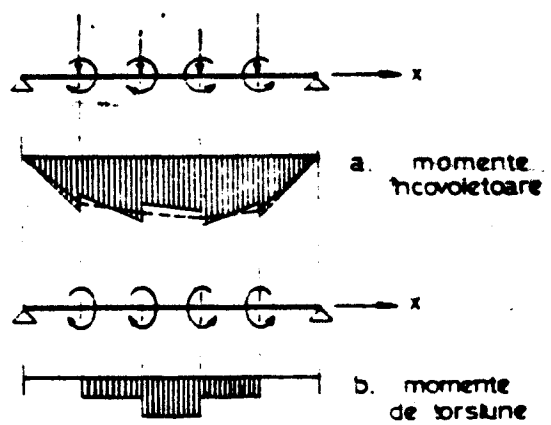
- săgețile Δ_z ale grinzilor (x) și (y) să fie egale;
- rotirea la încovoiere a grinzii (x) să fie egală cu cea la torsiune a grinzii (y);
- rotirea la torsiune a grinzii (x) să fie egală cu cea la încovoiere a grinzii (y).

O reprezentare sugestivă a modului cum acționează legăturile la noduri între grinzi de pe cele două direcții se obține dacă se închipuiește cele două familii de grinzi distanțate între ele (fig. 10.12.a) și legate la fiecare nod prin cîte 3 penduli verticali necoplanari. Această obliga grinzile să se deformeze împreună, astfel ca săgeată cît și ca rotiri θ_x, θ_y . Ca necunoscute static nedeterminate pot fi considerate eforturile din penduli.



- fig. 10.12 -

Din rezolvarea sistemului de 3n ecuații de condiție se obțin încărcările repartizate la noduri fiecărei grinzi (forțe verticale, momente concentrate de încovoiere și de torsiune), cu care se determină diagramele de momente încovoiătoare și de torsiune (fig. 10.13).



- fig. 10.13 -

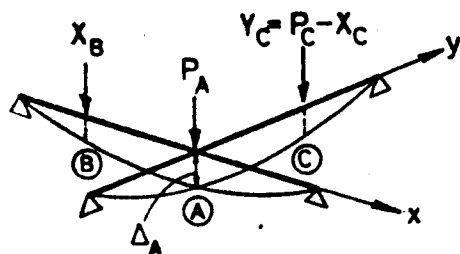
... și legate la fiecare nod prin cîte 3 penduli verticali necoplanari. Această obliga grinzile să se deformeze împreună, astfel ca săgeată cît și ca rotiri θ_x, θ_y . Ca necunoscute static nedeterminate pot fi considerate eforturile din penduli.

Momentele concentrate din figura 10.13.a, care interzic variația brută în diagramele de momente încovoiătoare ale

grinzilor (x), reprezintă în același timp momentele de torsiune cu care se încarcă la noduri grinzile (y) și deci depind de rigiditățile la torsiune ale acestora. Din cap. 3.3.4 al cursului s-a văzut că în special în stadiul II de lucru (după fisurare) rigiditățile la torsiune sînt mult mai mici decît cele la încovoiere, astfel că în cazul de față, în care influența lor oricum nu este primordială, pot fi neglijate. În sistemul de ecuații de condiție, aceasta revine la a renunța la punerea condițiilor de egalitate a rotirilor, menținînd numai pe cele de egalitate a săgeților.

Se ajunge astfel la o schemă de calcul simplificată, în care la fiecare nod rămîne cîte o singură necunoscută static nedeterminată : săgeata Δ_A , deci gradul de nedeterminare statică devine egal cu numărul de noduri interioare al rețelei. În reprezentarea din fig. 10.12, cei 3 penduli se reduc la unul singur (fig. 10.12.b), care obligă grinzile să ia aceeași săgeată, dar le permite să se rotească independent. În fig. 10.13, momentele concentrate la noduri dispar și diagrama de momente încovoietoare capătă forma punctată din fig. 10.13.a.

Pentru scrierea sistemului de ecuații de condiție pe această schemă redusă, să izolăm dintr-o rețea de grinzi xy (fig. 10.14) o grindă (x) și o grindă (y), care se intersectează în nodul a. Este de remarcat că întrucît condițiile de egalitate a rotirilor la noduri se neglijează, nu mai are importanță pentru scrierea ecuațiilor de condiție dacă grinzile (x) și (y) sînt perpendiculare între ele sau se întretaie sub alt unghi.



- fig. 10.14 -

Notații :

- A - nodul de la intersecția grinzilor (x) și (y) ;
- B - celelalte noduri parcurse de grinda (x) ;
- C - celelalte noduri parcurse de grinda (y) ;
- P_A, P_B, P_C - încărcările concentrate la nodurile A, B, C ;
- Δ_A - săgeata verticală în nodul A.

Se utilizează metoda eforturilor. Punînd condițiile de egalitate a săgeților la noduri, se determină repartiția forțelor exterioare P între grinzile (x) și (y). Frațiunea din P care revine grinzii (x) se notează cu X, iar grinzii (y) îi revine diferența $Y = P - X$. Mărimile X se iau ca necunoscute static nedeterminate.

Sistemul de bază static determinat corespunde situației $X = 0$, adică rețelei cu legăturile între grinzile (x) și (y) tăiate (pendulii din fig. 10.12.b tăiați). Avem atunci în sistemul de bază $Y = P - 0 = P$, deci încărcările sînt aplicate integral pe grinzile (y).

În fig. 10.14, vom avea ca încărcări pe cele două grinzi considerate : la nodul A forța exterioară P_A , la nodurile B forțele X_B repartizate grinzii (x) și la nodurile C forțele $Y_C = P_C - X_C$ repartizate grinzii (y).

Coefficienți de influență între forțe și săgeți :

- pe grinda (x) :

$$\delta_{Ax} = \text{săgeata în A produsă de o forță } X_A = 1 ;$$

$$\delta_{AB} = \text{săgeata în A produsă de o forță } X_B = 1 ;$$

- pe grinda (y) :

$$\delta_{Ay} = \text{săgeata în A produsă de } Y_A = P_A - X_A = 1 ;$$

$$\delta_{AC} = \text{săgeata în A produsă de } Y_C = P_C - X_C = 1.$$

Expresiile coeficienților de influență δ și valorile lor intabulate se găsesc în [1] .

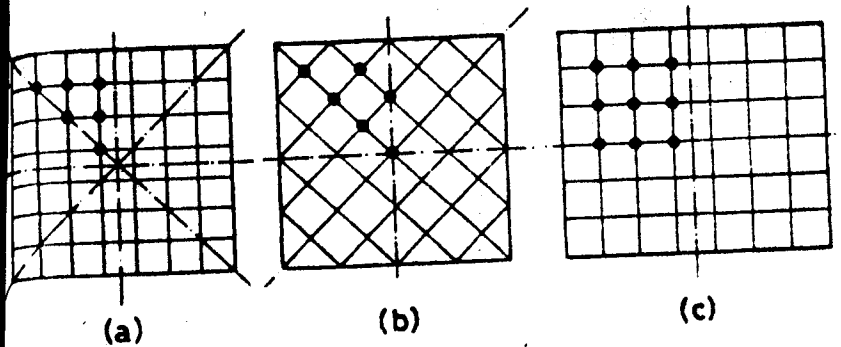
Săgețile totale în A :

$$\text{- pe grinda (x) : } \Delta_A = X_A \delta_{Ax} + \sum X_B \delta_{AB}$$

$$\text{- pe grinda (y) : } \Delta_A = (P_A - X_A) \delta_{Ay} + \sum (P_C - X_C) \delta_{AC}$$

Egalînd cele două săgeți și grupînd termenii, se obține ecuația nodului (A) :

$$\begin{aligned} X_A (\delta_{Ax} + \delta_{Ay}) + \sum X_B \delta_{AB} + \sum X_C \delta_{AC} &= \\ &= P_A \delta_{Ay} + \sum P_C \delta_{AC} \end{aligned} \quad (10.1)$$



- fig. 10.15 -

In cazurile curente, numărul de ecuații al sistemului (10.1) se reduce mult în raport cu cel al nodurilor rețelei dacă se ține seama de simetrie, putându-se ajunge la un număr de ecuații ușor rezolvabil direct, fără calculator. Citeva exemple sînt arătate în fig. 10.15 :

- Plangeul patrat în casete drepte din fig. 10.15.a are 4 axe de simetrie : două paralele cu laturile și două diagonale. Numărul de ecuații diferite se reduce la numărul de noduri interioare ale unui octant între două axe de simetrie. În plus, la nodurile de pe diagonală (notate în figură cu cercuri albe) forțele se împart, în virtutea simetriei, în mod egal pe cele două direcții ($X = Y = 0,5 P$), astfel că rămîn ca necunoscute mărimile X din cele 3 noduri notate cu cercuri pline. În acest fel, la o rețea de 36 noduri rezultă în final numai 3 ecuații de condiție.

- Similar, în cazul plangeului patrat cu casete diagonale din fig. 10.15.b, se obțin într-un octant 4 noduri pentru care trebuie scrise ecuații de condiție, din totalul de 25 noduri al rețelei.

- Plangeul cu laturi inegale din fig. 10.15.c are numai două axe de simetrie, astfel că rezultă 9 ecuații de condiție la 30 noduri.

În situațiile cînd numărul de ecuații depășește pe cel rezolvabil direct cu ușurință, se poate utiliza o rezolvare

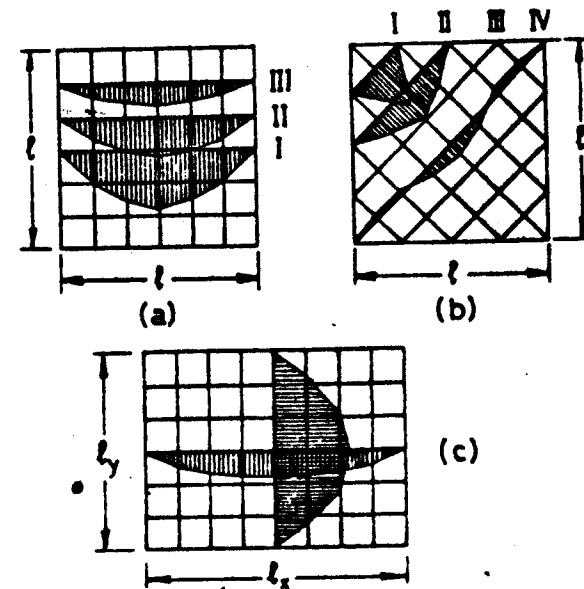
iterativă printr-un procedeu de tip Cross, operînd cu transmisori și repartizări de forțe [1] .

Pentru o gamă de tipuri usuale de plănșee în casete , sînt date direct rezultatele calculului, sub forma de diagrame de momente, în [4] .

Rezolvarea poate fi efectuată și la calculator (v. și [6]). Întrucît la calculator programele obișnuite sînt bazate pe metoda deplasărilor, care în cazul de față conduce la un număr mult mai mare de ecuații decît metoda eforturilor, putînd depăși capacitatea calculatorului, - este de multe ori mai practic să se scrie manual sistemul de ecuații (10.1) și să se efectueze la calculator numai rezolvarea lui ca sistem algebric.

O dată cunoscute forțele repartizate X și Y la noduri, se determină pentru fiecare grindă diagramele de momente încovoietoare și de forțe tăietoare din încărcările care îi revin.

În fig. 10.16 sînt arătate diagramele de momente pentru grinzile caracteristice ale cîtorva tipuri de rețele de grînsi. Se observă că alura diagramelor de momente este influențată în acelaș



- fig. 10.16 -

seno ca și în cazul unei plăci masive rezemate pe contur, de raportul între laturile plănșeului și de efectul favorabil al rigidității colțurilor :

- La plănșeul de formă patrată în casete drepte din fig. 10.16.a , grinzile centrale sînt mai puternic solicitate decît cele marginale, ca

și fibrele plăcii din fig. 8.17 (pag. 5e).

- La plangeul patrat in casete diagonale din fig. 10.16.b, zementele in grinzile scurte de colț și in cele diagonale sînt similare celor din fibrele oblice ale plăcii masive din fig. 8.18 (pag. 51).

- La plangeul cu laturi inegale din fig. 10.16.c, grinzile scurte se incarcă mai mult decit cele lungi, in funcție de raportul între laturi, similar cu fibrele transversale și longitudinale ale plăcii din fig. 8.3 (pag. 38).

- Comparînd figurile 10.16.a și b, este vizibil că efectul favorabil al rigidității colțurilor se manifestă in mod mai direct la plangeul in casete diagonale, a cărui comportare se apropie de aceea mai mult de cea a unei plăci masive reșemate pe contur.

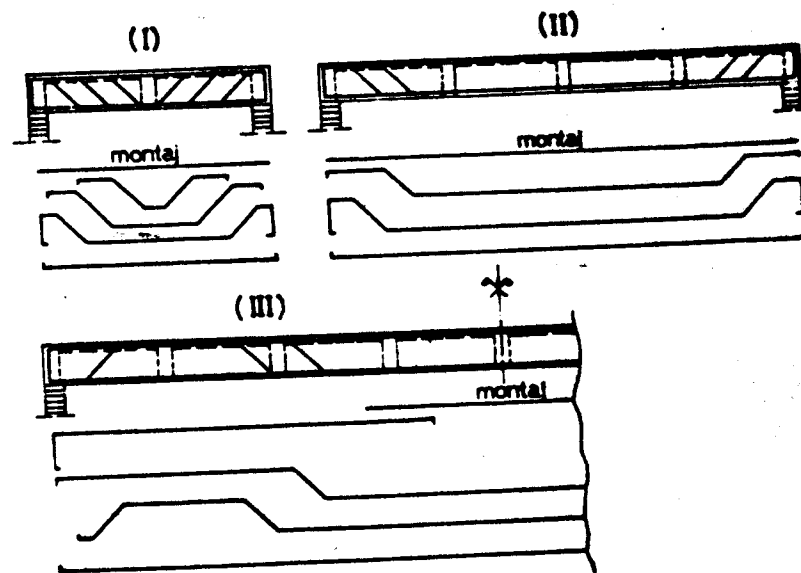
Calculul in domeniul post-elastic al rețelelor de grinzi se face după principii similare celui al plăcilor masive reșemate pe contur [16] [17], la starea de echilibru limită. Aici însă nu intervin linii continue de articulații plastice, ci cele $(n + 1)$ articulații plastice la capetele barelor, necesare pentru a transforma rețeaua in mecanism.

La plangeele in casete diagonale, articulațiile plastice apar pe liniile diagonalelor plangeului, la fel ca la plăcile masive (fig. 8.27.c și 8.29). In cazul plangeelor in casete drepte, avînd in vedere că grinzile marginale se armeză diferit de cele centrale, in funcție de momentele incovoietoare respective (fig. 10.16.a), situația se apropie mai mult de cea a unei plăci cu armare neuniformă (fig. 8.34). Secțiunile in care apar cele $(n + 1)$ articulații plastice depind de la caz la caz de rapoartele între armările grinzilor.

O dată stabilite pozițiile lor, se scrie o ecuație de echilibru limită similară cu ecuațiile (8.6), (8.7). Detalii asupra calculului și date experimentale se găsesc in [16] [17].

10.3.2. Armarea grinzilor

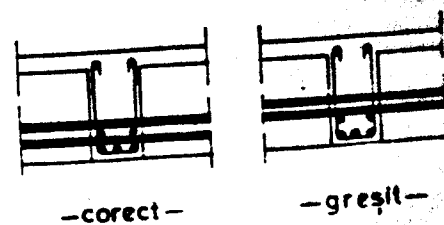
La plangeele in casete drepte, grinzile se armeză in mod obișnuit, diferențiat in funcție de momentele incovoietoare. In cazul din fig. 10.16.a, vom avea 3 tipuri de grinzi, cu aceeași secțiune de beton și cu armări diferite.



- fig. 10.17 -

In fig. 10.17 sînt arătate dispozițiile armăturilor la grinzile de tipurile I, II și IV ale plangeului in casete diagonale din fig. 10.16.b. La grinda de colț (I), a cărei încălcare predominantă este o forță concentrată, deci forța tăietoare este practic constantă pe toată deschiderea, armarea transversală (etrieri și bare inclinate) trebuie să fie de asemenea uniform distribuită între forța concentrată și reazem. Grinda diagonală (IV) se armeză corespunzător diagramei de momente, cu zone de moment negativ spre capete.

Dacă armăturile longitudinale ale grinzilor se așează pe două rînduri, se recomandă așezarea alternativă ca in fig. 10.18 a barelor de pe cele două direcții, pentru a nu reduce prea mult înălțimea utilă a grinzilor de pe una din direcții.



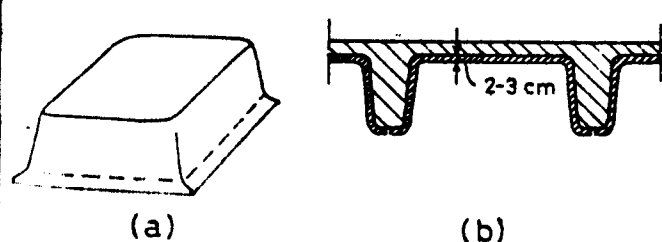
- fig. 10.18 -

Un exemplu detaliat de calcul și de armare este dat în lucrarea [3].

10.3.3. Plășee în casete. Alcătuire constructivă și domeniul de utilizare

Pentru acoperirea unei săli de formă pătrată sau apropiată de pătrat, cu deschideri peste 6 x 6 m, un planșeu nervurat cu descărcare bidirecțională cum este cel în casete ar trebui să constituie soluția cea mai avantajoasă. Pentru aceasta însă, ar trebui ca grinzile să fie dispuse la distanțe economice, adică la cel puțin 3 m, astfel ca plăcile armate încrucișate care reazemă pe rețeaua de grinzi să nu rezulte supradimensionate constructiv. O astfel de dispunere a grinzilor nu este de regulă acceptată din punct de vedere al aspectului arhitectural decât la săli cu deschideri și înălțimi mari, ca aceea din fig. 10.10.a. La deschideri obișnuite, până la 15 x 15 m, se ajunge la grinzi prea puține și de secțiuni mari și în acest mod la un aspect necorespunzător al tavanului sălii; de aceea în general la astfel de plășee se cere așezarea grinzilor la distanțe mai mici (1,5 - 2 m), sau chiar sub forma de nervuri dese, la distanțe sub 1 m.

Cu cât distanțele între grinzi sînt mai mici, cu atît plășeele în casete își pierd din avantaje sub aspectul consumurilor de beton și oțel, chiar în raport cu o soluție cu grinzi pe o singură direcție, păstrînd numai avantajele funcționale și de aspect. Consumul mare de cofraje, caracteristic a-



- fig. 10.19 -

- de inventar (metalice sau din mase plastice [8]), utilizate în special în cazul nervurilor dese (fig. 10.19.a);

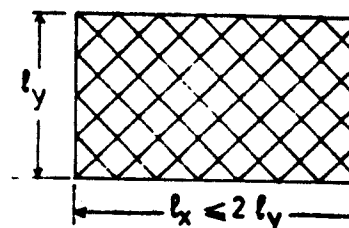
- înglobate în planșeu (din armociment sau din beton armat cu fibre de sticlă), adecuate la distanțe mai mari între ner-

cestei soluții, se evită prin folosirea de cofraje speciale în formă de cutii (fig. 10.19), care pot fi:

vuri (1,5 - 2 m) (fig. 10.19.b).

La plășeau din fig. 10.10.a, cu distanțe între grinzi peste 3 m, s-au folosit cofraje pierdute din cutii de PFL.

Ca și plăcile masive armate pe două direcții, plășeele în casete sînt adecuate cînd suprafața de acoperit are formă apropiată de pătrat. Soluția în casete drepte poate fi utilizată la rapoarte între laturi



- fig. 10.20 -

$l_y/l_x \leq 1,5$, iar cea în casete diagonale mai păstrează avantaje pînă la rapoarte între laturi $l_y/l_x \leq 2,0$, adică la proporții la care starea de solicitare mai este influențată în sens favorabil de rigiditățile grinzilor de colț (fig. 10.20).

10.4. Plășee rezemate pe stâlpi

La construcții cu structuri în cadre, plășeele pot avea, în funcție de rapoartele între deschiderile l_x și l_y între stâlpi pe cele două direcții, alcătuirii uni- sau bidirecționale.

În fig. 10.21.a - d sînt arătate tipuri uzuale de plășee unidirecționale, pentru rapoarte $l_y/l_x > 1,5$:

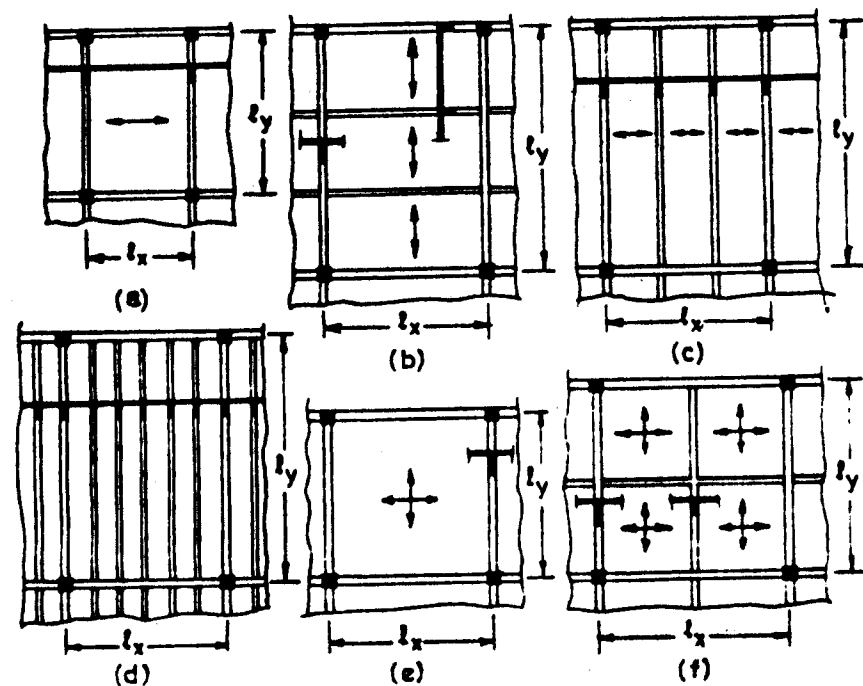
- plăci armate pe o direcție (fig. 10.21.a), la clădiri civile cu $l_x \leq 3,5 \dots 4,0$ m;

- grinzi principale transversale și grinzi secundare longitudinale, la $l_x > 4$ m (fig. 10.21.b), sistem utilizat în special la clădiri industriale etajate;

- grinzile dispuse invers decât mai sus: cele principale în lung și cele secundare transversal (fig. 10.21.c), soluție care prezintă avantaje sub aspectul posibilității rezemării pe planșeu a pereților despărțitori transversali în poziții mai variate, de ex. la clădiri de birouri;

- aceeași soluție, cu nervuri dese (fig. 10.21.d).

În fig. 21.e-f sînt arătate plășee bidirecționale.



- fig. 10.21 -

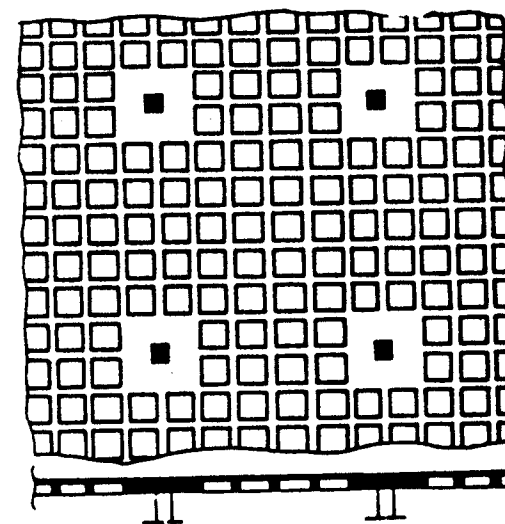
utilizate la $1 < l_y / l_x < 1,5$:

- plăci armate încrucișat, pentru deschideri pînă la 6 m (fig. 10.21.e) ;

- la deschideri mai mari, la clădiri industriale etajate cu încărcări mari, grînsi secundare încrucișate (fig. 10.21.f).

În oricare din variantele de mai sus, grînsile din dreptul stîlpilor, indiferent dacă sînt principale sau secundare pentru încărcările verticale, reprezintă și rigle de cadru după direcția respectivă pentru preluarea încărcărilor orizontale.

Un sistem bidirecțional de planșeu este și cel din fig. 10.22 (v. și fig. 10.2.c), care extinde la deschideri peste 6 m ideea de dală grosă, înlocuind dala masivă printr-o rețea de grînsi rezemată pe stîlpi. Panourile din jurul stîlpilor sînt masive, pe înălțimea grînzilor, îndeplinind rolul de capitel pentru transmiterea forței tăietoare la stîlpi și tot o dată de rigidizare a nodului de cadru format din nervurile planșeului



- fig. 10.22 -

Consumurile de beton și oțel sînt însă cu 25 - 30 % mai mari decît la un planșeu obișnuit. Pentru cofraje se folosesc aceleași sisteme ca și la planșeele în casete rezemată pe contur.

În calculul la încărcări orizontale, se poate considera că rigla de cadru este constituită prin conlucrarea tuturor nervurilor de pe înălțimea capitelului masiv (în cazul din figură, 3 nervuri).

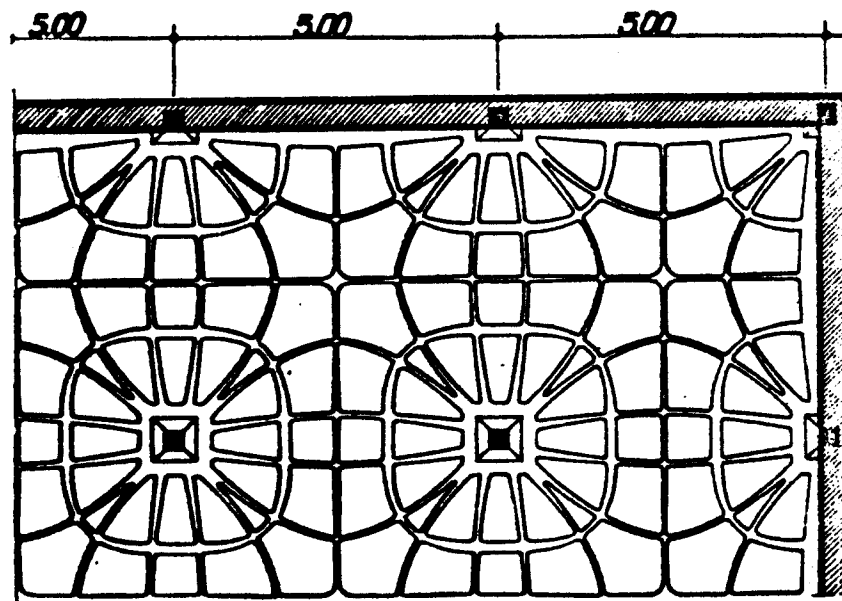
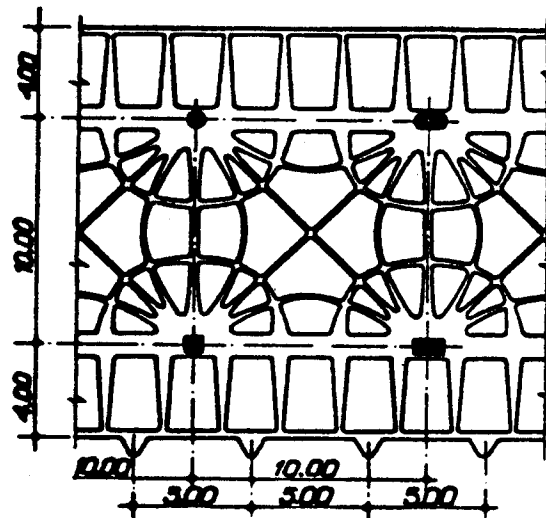
În afară de formele obișnuite, simple de planșee, destinate utilizării la construcții cu caracter de masă, civile sau industriale, betonul armat monolit permite și realizarea de forme speciale de planșee, adecuate pentru construcțiile unicate, reprezentative, la care se urmărește crearea prin sistemul constructiv a unei expresivități arhitecturale deosebite. Ca exemple în acest sens, sînt arătate în fig. 10.23 și 10.24 schemele unor planșee realizate în Italia de P.L.Nervi [14] [15] (vezi și [13]), cu plăci nervurate, la care nervurile urmăresc traectoriile momentelor principale ale plăcilor respective. Planșeele au fost executate în cofraje specia-

și stîlp.

Această soluție prezintă avantaje deosebite sub aspectul flexibilității funcționale, la clădiri social-culturale și administrative, prin faptul că permite rezemarea pe planșea a pereților despărțitori longitudinali și transversali în cele mai variate poziții. De asemenea, realizează o înălțime de construcție minimă și uniformă a planșeului.

le din armociment.

- fig. 10.23 -



- fig. 10.24 -

Bibliografie selectivă la cap. 10

- [1] Agent, R. : Sisteme reticulare nedeterminate. Ed. Tehnică, București, 1970. Cap. 25.4. Rețele de grinzi, pag. 629-639.
- [2] Agent, R. și Popescu, M. : Plășeu din beton armat monolit cu grinzi principale și secundare. Exemplu de proiect (litografiat). Institutul de Construcții București, 1970.
- [3] Călin, Gh. și Stănescu, I. : Structuri plane din plăci și grinzi. Plășee pe rețele de grinzi. Indrumător de proiectare pentru studenții anului IV (litografiat). Institutul de Construcții București, 1973.
- [4] Cireșeanu, P. : Calculul rețelilor de grinzi în casețe. Ed. Tehnică, București, 1960.
- [5] Cismigiu, Al. și Popp, Tr. : Cinematograf de 800 - 850 locuri. In: Revista Construcțiilor și a Materialelor de construcții, nr. 10/1962.
- [6] Gilardi, J. : Calcul automatique des planchers à nervures croisées sous charges uniformément réparties. In: Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics oct. 1978.
- [7] G.K.N. Mills Building Services : GKN Floors - "T" Forms (prospect), Londra, febr. 1977.
- [8] G.K.N. Mills Building Services : GKN Floors - "W" Moulds (prospect), Londra, apr. 1977.
- [9] Guerrin, A. : Traité de béton armé, Tome 4, ed. 3. Dunod, Paris, 1963. Cap. II. Les planchers, pag. 211 - 302.
- [10] Hangan, K.D. : Construcții de beton armat. Ed. Tehnică, București, 1963. Cap. IV.B. Plășee monolite cu grinzi principale și secundare, pag. 152 - 164.
- [11] Ispas, M. și Popescu, L. : Plășee (litografiat). Institutul de Construcții București, 1977. Cap. E.1. Plășee din beton armat monolit, pag. 71 - 115.
- [12] Leonhardt, Fr. și Mönning, E. : Vorlesungen über Massivbau. Teil III. Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer-Verlag, Berlin, 1977. Cap. 10. Rippendecken, Kassettendecken und Hohlplatten, pag. 153 - 158.

C.6 - Construcții din beton armat P.II

- [13] Neisescu, A. și Săftoiu, E. : Betonul în arhitectură. Ed. Tehnică, București, 1964. Cap. II.1. Plănee, pag. 34-56.
- [14] Nervi, P.L. : Constructions et projets. Ed. V. Préal & Co., Paris, 1957.
- [15] Nervi, P.L. : New Structures. The Architectural Press, Londra, 1963 (v. și ediția în l. franceză : Structures nouvelles, Ed. V. Préal & Co., Paris, 1963).
- [16] Petcu, V. : Calculul structurilor de beton armat în domeniul plastic. Ed. Tehnică, București, 1972. Cap. 14. Calculul plăneelor casetate, pag. 226 - 235.
- [17] Pop, A. ș.a. : Calculul rețelelor de grinzi din beton armat în stadiul plastic. In: Revista Construcțiilor și a Materialelor de construcții, nr. 4/1962 (v. și nr. 8/1963).
- [18] STAS 10.107/1 - 77 : Construcții civile și industriale. Calculul și alcătuirea plăneelor din beton armat și beton precomprimat. Prevederi generale.
- [19] STAS 10.107/3 - 77 : Construcții civile și industriale. Plănee cu nervuri dese din beton armat și beton precomprimat. Prescripții de calcul și alcătuire.
- [20] Ulitki, I.I. ș.a. : Jelezobetonnie konstrukții, ed. III. Izd. "Budivelnik", Kiev, 1972. Glava 11. Perekritia, pag. 463 - 520.
- [21] Voigt, G. : Decken- und Dachkonstruktionen. In: Beton-Kalender 1976, vol. II, W. Ernst & Sohn, Berlin, 1976. Paragr. 3.5. Stahlbetonrippendecken, pag. 880 - 891.

Cap. 11. Noduri caracteristice ale structurilor monolite

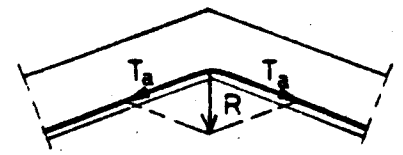
În cele ce urmează, prin noduri³⁸⁾ vom înțelege intersecțiile de două sau mai multe elemente în cadrul unei structuri, inclusiv secțiunile de schimbare a pantei la elementele

nr.	rom.	engl.	fr.	germ.	rus.
38	nod	joint	joint	Knoten	узел

cu axă frântă.

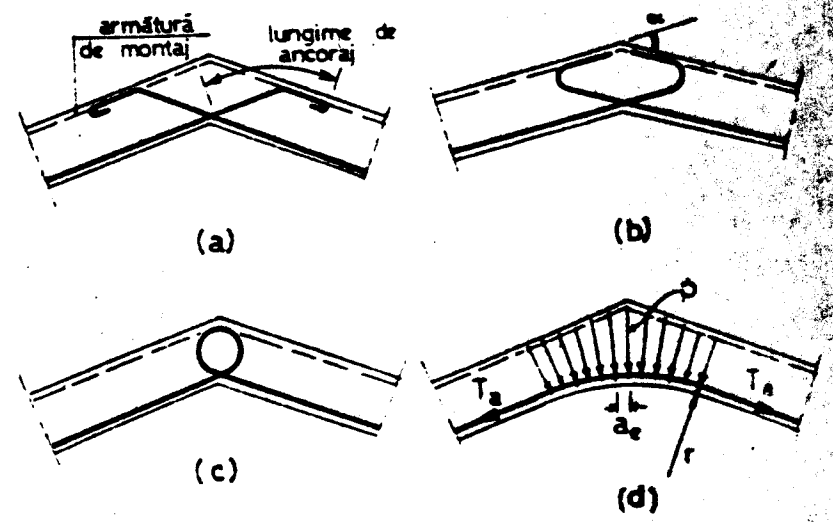
11.1. Unghiuri intrinse

În structurile de beton armat și în deosebi în cele monolite, se întâlnesc elemente supuse la încovoidiere (grinzi sau plăci) cu axă frântă; în care în secțiunile de schimbare a pantei zona întinsă este situată în jurul unghiului intrinsec (fig. 11.1). Dacă armătura se trece continuă peste nod ca în figură, eforturile de întindere T_a de o parte și de alta a nodului se compun, dând o rezultantă R care tinde să îndrepte armăturile, smulgându-le din beton. De aceea, trecerea armăturilor întinse peste unghiurile intrinse este interzisă. Se folosesc următoarele soluții (fig. 11.2) :



- fig. 11.1 -

a. Petrecerea armăturilor prin încrucișare, cu prelungirea de fiecare parte a nodului cu lungimile de ancoraj prevăzute de prescripții (fig. 11.2.a) - soluție uzuală pentru elemente cu armături de diametre mari (rigle de cadru).



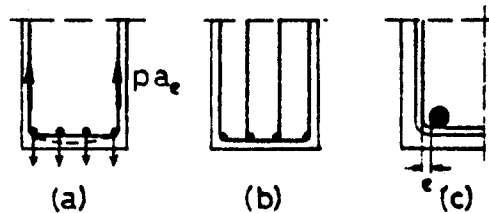
- fig. 11.2 -

b. Dacă unghiul α este mai mic (10 - 15 %), poate deveni mai comodă ancorarea prin semi-bucle ca în fig. 11.2.b.

c. Trecerea continuă a armăturilor peste nod sub formă de bucle (fig. 11.2.c) - soluție cu consum mai ridicat de manoperă și practic aplicabilă numai la armături care pot fi fasonate fără dificultăți la forma de buclă, adică bare de diametre mici ($\leq \varnothing 12$ mm) din oțel OB 37.

d. Recordarea la unghiul intrînd a secțiunii de beton în formă de arc de cerc (fig. 11.2.d) și trecerea continuă a armăturii urmărind talpa curbă a secțiunii. Față de situația din fig. 11.1, în acest caz, în locul forței concentrate R , intervin forțe radiale uniforme distribuite $p = T_a/r$, care tind să smulgă armătura din beton și în consecință barele longitudinale trebuie ancorate în masa betonului prin etrieri radiali, dimensionați la întindere la forțele aferente $p a_e$ (a_e = distanța între etrieri).

În această soluție, prevederea de etrieri perimetrali nu este suficientă, deoarece ei s-ar deforma la încovoiere ca în fig.



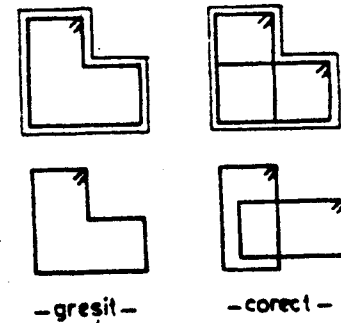
- fig. 11.3 -

11.3.a. Este necesar ca la fiecare bară longitudinală să existe un colț de etrier (fig. 11.3.b). De asemenea, există pericolul ca barele longitudinale să nu fie montate chiar la colțurile etrierilor (fig. 11.3.c); astfel că aceștia ar trebui să ia o deformație înainte de a intra în lucru; de aceea, în special la elemente cu eforturi importante, dacă se adoptă soluția din fig. 11.2.d, se recomandă sudarea etrierilor de barele longitudinale adiacente.

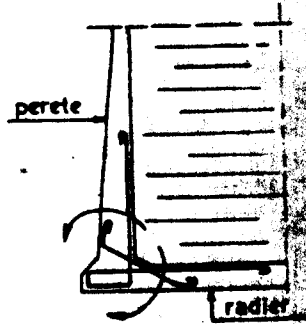
Exemple de trecere a armăturilor întinse peste unghiuri intrînd la elemente de beton armat:

La stâlpi cu secțiuni în formă de L, T sau cruce, etrierii, care prin funcția lor de fretare a secțiunii de beton și de împiedecare a flambajului armăturilor longitudinale pot fi

supuși la întindere, se petrec peste unghiul intrînd în modul arătat în fig. 11.4.



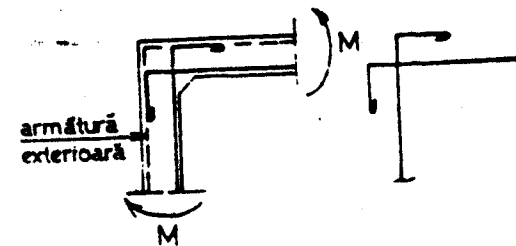
- fig. 11.4 -



- fig. 11.5 -

În fig. 11.5 este reprezentată legătura între perete și radier la un rezervor cilindric. Momentul de încadrare la baza peretelui, din acțiunea împingerii lichidului înmagazinat, și cel din radier care îl echilibrează produc întinderi la fețele interioară a peretelui și la cea superioară a radiatorului, deci la unghiul intrînd. Soluția obișnuită de trecere a armăturilor respective este în acest caz cea cu buclă mare, arătată în figură. Acelaș detaliu se întîlnesc și la zidurile de sprijin.

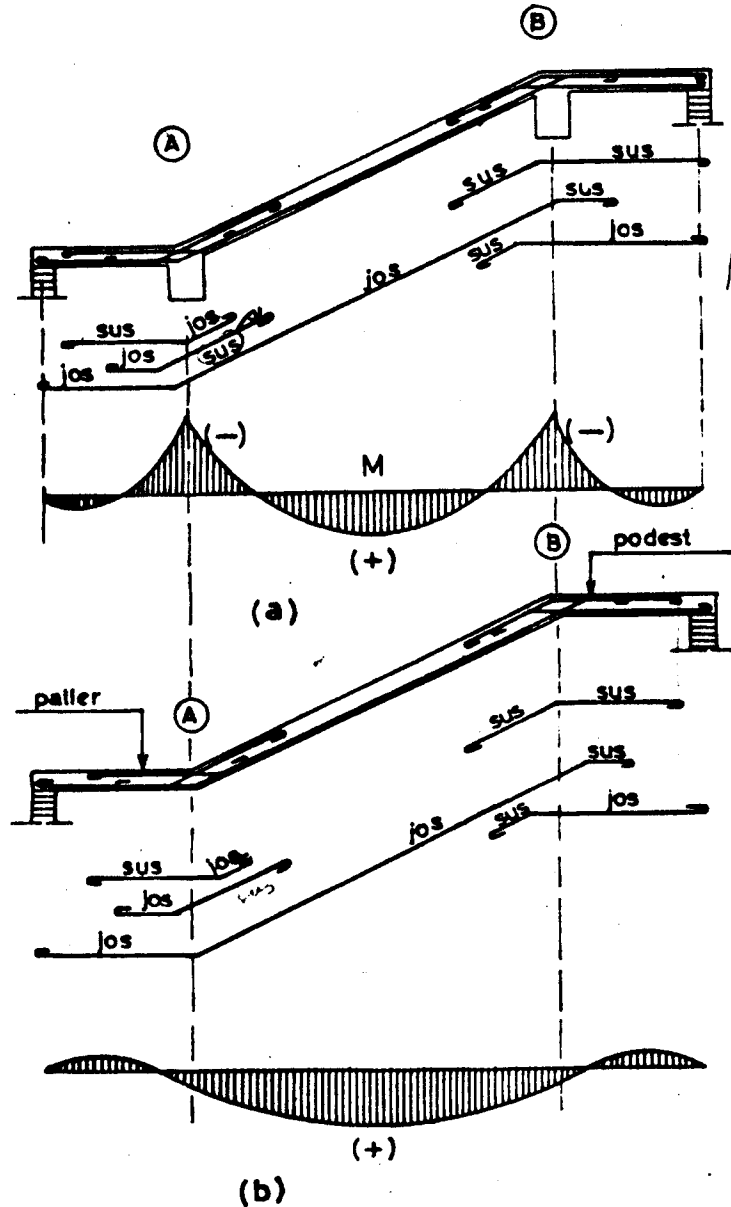
În fig. 11.6 este reprezentat în plan colțul unui rezervor de formă dreptunghiulară. Din acțiunea împingerii lichidului, momentul la colț este pozitiv (întinderi la fețele interioare ale celor doi pereți). Trecerea se face similar celei din figura



- fig. 11.6 -

lungimilor de ancorare de o parte și de alta a nodului.

În fig. 11.7 sînt arătate detaliile de armare pentru două tipuri uzuale de scări monolite: cu grinzi la marginile palierului și podestului (fig. 11.7.a) și fără grinzi (fig. 11.7.b).



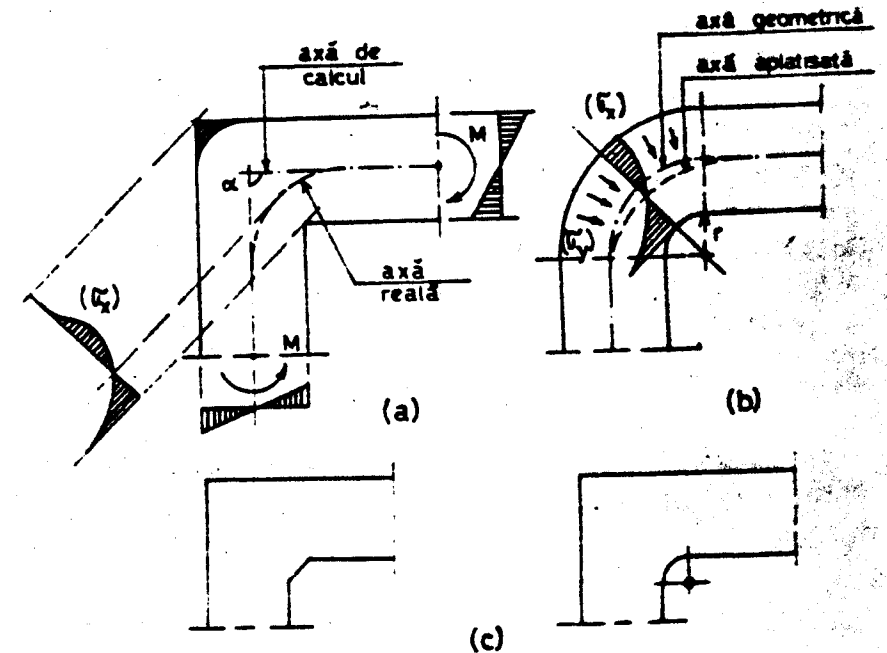
- fig. 11.7 -

In cazul (a), nodul cu unghi intrind in zona intinsă este A , unde călăreții se prevăd încrucișați.

In cazul (b), rampa rezază pe plăcile palierului și podeștului, care sînt armate pe direcția perpendiculară pe planul desenului. Momentele după direcția rampei, rezultate dintr-un calcul ca placă plană, sînt predominant pozitive, astfel că nodul cu unghi intrind este B , unde barele de la partea inferioară sînt prevăzute încrucișate. În realitate, datorită comportării spațiale a scării, este totuși posibil ca muchiile A și B să fie mai puțin deplasabile pe verticală decît rezultă dintr-un calcul ca placă plană, astfel că ar putea apărea în aceste muchii și momente negative. De aceea se menține de regulă și în A o petrecere a armăturii superioare similară celei din fig. 11.7.a.

11.2. Colțuri de cadre

In calculul static al structurilor în cadre, în care stîlpii și riglele apar reduse la axele lor, rezultă la colțurile de cadre o fringere bruscă a axelor, la un unghi α (fig. 11.8.a).



- fig. 11.8 -

Pentru cadre din material omogen și elastic, un studiu mai detaliat al stării de eforturi în zona de fringere a axelor, efectuat prin procedeele Teoriei Elasticității [2] [5] [9], aduce față de această schemă simplificată următoarele precizări:

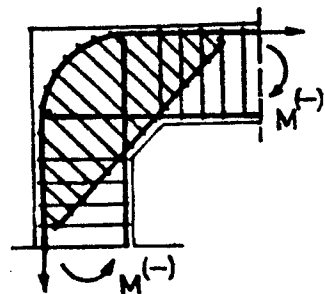
- Colțul de cadru se comportă ca și cum între axele riglei și stîlpului ar apărea o racordare locală printr-o curbă ca în fig. 11.8.a, astfel că zona exterioară (hașurată în desen) rămîne aproape inactivă și comportarea se apropie mai mult de cea a unui nod curbat ca în fig. 11.8.b.

- Axa neutră se apropie deci de unghiul intrînd, astfel că într-o secțiune diagonală prin colțul de cadru diagrama de eforturi σ_x se depărtează de la cea liniară și eforturile în vecinătatea unghiului intrînd se concentrează, putînd lua valori mari. Este de subliniat că axa se aplatisează și în raport cu axa geometrică a racordării curbe (fig. 11.8.b), datorită eforturilor radiale σ_y , dirijate spre interior, provocate de curbura, similar cu situația din fig. 11.2.d.

- Concentrarea de eforturi spre unghiul intrînd poate fi evitată dacă se introduce o racordare printr-o vută, dreaptă sau curbă, între riglă și stîlp (fig. 11.8.c). Cu cât dimensiunile vutei sînt mai mari, cu atât concentrarea de eforturi se atenuază.

La cadrele de beton armat, în stadiul II de lucru, prezintă importanță în primul rînd semnul momentului la colț :

a. În cazul obișnuit al colțurilor de cadru cu moment negativ (eforturi de întindere la fața exterioară), problema unor măsuri speciale de alcătuire și dimensionare în sensul celor arătate mai sus se pune practic numai la cadre cu deschideri mari (peste 10 m). La acestea se recomandă (fig. 11.9) :



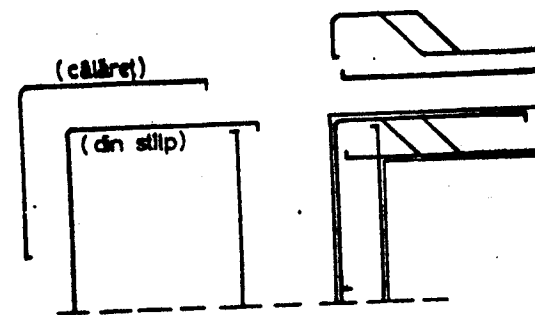
- fig. 11.9 -

- prevederea la unghiul intrînd a unei vute, armate constructiv cu bare longitudinale (vutari) și cu strieri perpendiculare pe vută, îndesiți la 10 - 15 cm ;

- racordarea cu o rază suficientă a armăturilor întinse de la exterior,

pentru a evita strivirea betonului sub acțiunea eforturilor radiale la contactul cu barele de armătură (raza racordării este limitată superior de condiția ca pe diagonala colțului de cadru înălțimea utilă a secțiunii să nu scadă sub cea a barelor concurente în nod [9]).

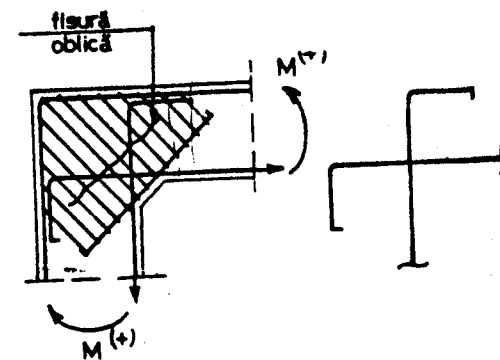
Tot o dată, la orice cadru de beton armat, în zona de colț nu se opresc și nu se înnădesc armăturile exterioare,



- fig. 11.10 -

tinse (fig. 11.10). De regulă, barele exterioare din stîlp și eventualii câșcați și eventualele rețele suplimentare se prelungesc în grindă, iar barele înclinate din grindă se întorc pe verticală pe înălțimea grinzii (prelungirea lor în stîlp nu ar permite turnarea stîlpului pînă sub grindă înainte de montarea armăturilor respective).

În cazul special al colțurilor de cadru cu moment pozitiv, în care se înscriu și exemplele din fig. 11.5 și 11.6 :



- fig. 11.11 -

cercetări mai recente [10] (v. și [9]) au arătat că intervin eforturi periculoase de întindere după diagonala colțului, putînd provoca fisuri ca în fig. 11.11. De aceea, la cadre cu solicitări mai importante de acest tip, se cere ca, în afară de ancorarea barelor întinse interioare ca în figură, să se prevadă vuturi și strieri înclinați traversînd fisurile respective.

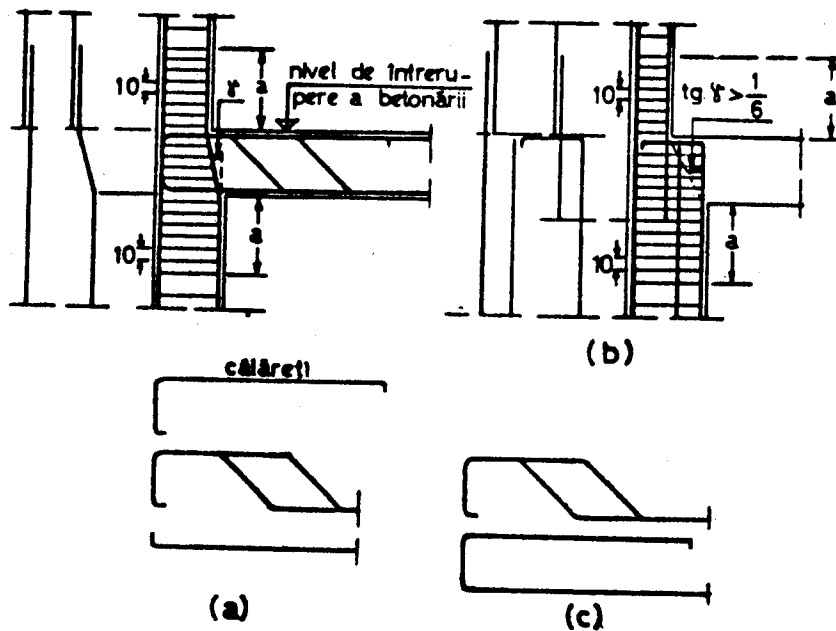
11.3. Noduri curente ale cadrelor etajate

Cu privire la alcătuirea și dimensionarea nodurilor cadrelor etajate, în prezentul capitol sînt date elemente preliminare. Date suplimentare mai detaliate, în corelare cu principiile de conformare antisismică a acestor structuri, vor fi cuprinse în partea V a cursului (Structuri pentru clădiri etajate).

11.3.1. Armarea stîlpilor

La execuția structurii monolite a unei clădiri etajate, după turnarea fiecărui planșeu se intrerupe betonarea și se trece la montarea cofrajelor și armăturilor pentru stîlpii etajului următor. Rostul de turnare, de la care se începe înădrirea armăturilor longitudinale ale stîlpilor, este deci situat la fața superioară a planșeului.

Din stîlful etajului inferior se lasă bare longitudinale sub forma de mustăți (fig. 11.12), care se înădesc în prelungire cu cele ale stîlpului etajului superior. Dacă secțiunea



- fig. 11.12 -

acestia se micșorează în raport cu cea a stîlpului dedesubt, barele care se scot ca mustăți se înclină (se graifuesc) pe înălțimea grinzii, urmărind reducerea dimensiunii stîlpului (fig. 11.12.a). Panta maximă admisă a graifuirii este $tg \delta \leq 1/6$. În cazurile cînd diferența între dimensiunile stîlpului dedesubt și dedesubtul nodului este mai mare, conducînd la $tg \delta > 1/6$, se adoptă rezolvarea din fig. 11.12.b. (În detaliile din fig. 11.12 s-a considerat că armăturile stîlpilor sînt din oțel PC 52 sau PC 60, astfel că nu necesită cîlcări).

Momentele încovoietoare în stîlpi sînt maxime la noduri. În zonele de moment maxim, deasupra și dedesubtul nodurilor, se urmărește îmbunătățirea ductilității la compresiune a stîlpilor printr-o fretare suplimentară a secțiunii lor, învedind etrierii. După prevederile prescripțiilor noastre pentru proiectarea antisismică a construcțiilor (P.100-78), etrierii stîlpilor se învedesc de fiecare parte a nodului pe o lungime a care trebuie să îndeplinească condițiile :

- $a \geq 60 \text{ cm} ; \quad a \geq \text{înălțimea secțiunii stîlpului} ;$
- $a \geq 1/8 \text{ din înălțimea liberă a stîlpului între fețele grinzilor.}$

Etrierii stîlpului se mențin și pe înălțimea intersecției cu grinda.

11.3.2. Ancorarea armăturilor riglelor în noduri

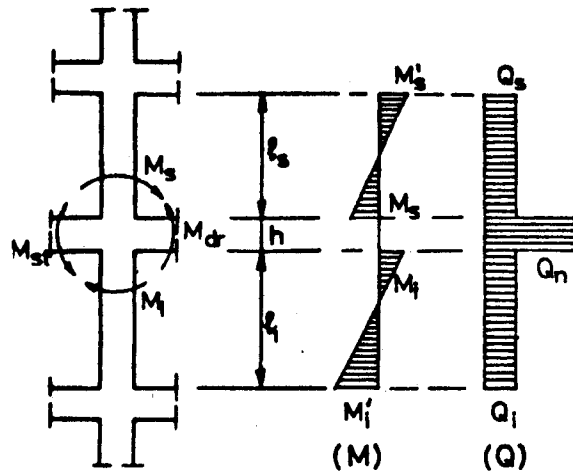
La nodurile marginale ca în fig. 11.12, barele superioare ale riglelor (călăreții) se întorc vertical în stîlp și se ancorează cu lungimea de aderență.

La construcțiile situate în zone cu grad mai ridicat de seismicitate este posibil ca momentul pozitiv pe răsenașul riglei, produs de forțele orizontale seismice, să fie mai mare decît cel negativ din acțiunea încărcărilor verticale. În acest caz este necesar ca și barele de la partea inferioară să se ancoreze în nod la fel ca și cele de la partea superioară, eventual reunindu-se cu acestea (fig. 11.12.c).

11.3.3. Verificarea nodurilor la forță tăietoare

În fig. 11.13 sînt reprezentate, pentru un cadru etajat acționat de forțe orizontale aplicate la noduri, diagramele de momente în stîlpii de deasupra și dedesubtul unui nod.

M_2, M'_2 = momentele la capetele stîlpului superior ;
 l_2 = lămina liberă a stîlpului superior ;
 M_1, M'_1 = momentele la capetele stîlpului inferior ;
 l_1 = lămina liberă a stîlpului inferior.



- fig. 11.13 -

$$Q_2 = \frac{M_2 + M'_2}{l_2} ; \quad Q_1 = \frac{M_1 + M'_1}{l_1}$$

iar pe înălțimea nodului :

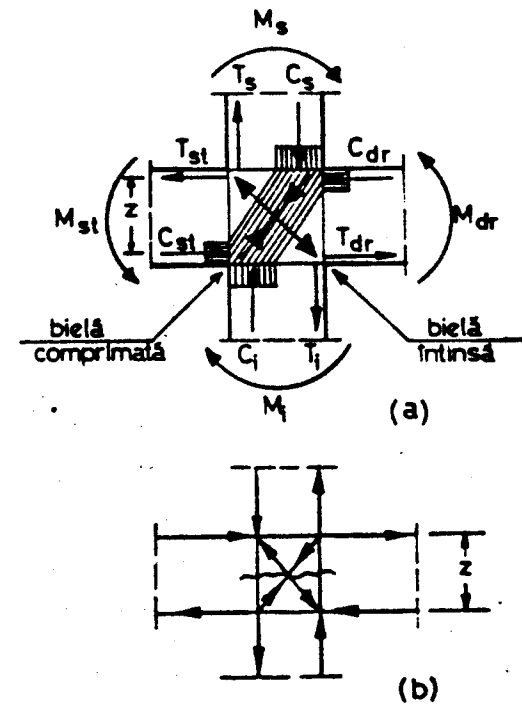
$$Q_n = \frac{M_2 + M_1}{h} \quad (h = \text{înălțimea riglei}) \quad (11.1)$$

Intrucît $h < l_2, l_1$, Q_n va fi în acelaș raport mai mare decît Q_2, Q_1 (vezi diagrama de forțe tăietoare din dreapta figurii). Deci pe înălțimea nodului, forța tăietoare atinge valori mai mari decît pe înălțimile libere ale stîlpilor și în consecință la această solicitare nodul reprezintă o secțiune critică, necesitînd o verificare prin calcul.

Cercetările mai noi referitoare la această problemă [6] [11] [12] [13] adoptă pentru verificarea nodurilor la

asupra nodului, M_2 și M_1 acțiunează în acelaș sens. Echilibrul în jurul nodului este asigurat de momentele M_{st} și M_{dr} de la capetele riglelor din stînga și din dreapta.

Forțele tăietoare în stîlpi, pe înălțimile lor libere, sînt :



- fig. 11.14 -

Modelul din fig. 11.14.a. poate fi schematizat sub o formă simplificată ca în fig. 11.14.b. Pe această schemă, în expresia (11.1) a forței tăietoare din nod trebuie să se înlocuiască h cu brațul de pirghie s al eforturilor interioare din secțiunile riglelor și rezultă :

$$Q_n = \frac{M_2 + M_1}{s}$$

care, ținînd seama că din echilibrul momentelor în jurul nodului : $|M_2 + M_1| = |M_{st} + M_{dr}|$, se poate scrie :

$$Q_n = \frac{M_{st} + M_{dr}}{s} = T_{st} + T_{dr} \quad (11.2)$$

(forța tăietoare din nod este egală cu suma eforturilor din armăturile întinse de la cele două capete de rigle).

Se pune condiția ca nodul să fie astfel dimensionat

forță tăietoare modelul din fig. 11.14.

În fig. 11.14.a s-au înscris la capetele celor 4 bare conținute în nod momentele încovoietoare cu sensurile lor și rezultantele eforturilor de compresie (C) și de întindere (T) din secțiunile respective: indicii (s), (i), (st) și (dr) păstrează aceeași semnificația ca în figura 11.13.

Se vede din figură că în interiorul nodului se formează o diagonală (bielă) comprimată și una întinsă.

La această forță tăietoare încît să nu cedese înaintea secțiunilor de la capetele barelor. La solicitări seismice, dacă structura este corect conformată, atunci la o creștere a forțelor orizontale, primele secțiuni în care se formează articulații plastice trebuie să fie cele de la capetele riglelor, prin atingerea limitei de cîrgeră R_a în armăturile întinse $A_a(st)$ și $A_a(dr)$: $T_{st} = A_a(st) R_a$; $T_{dr} = A_a(dr) R_a$.

În această situație :

$$Q_n = T_{st} + T_{dr} = [A_a(st) + A_a(dr)] R_a$$

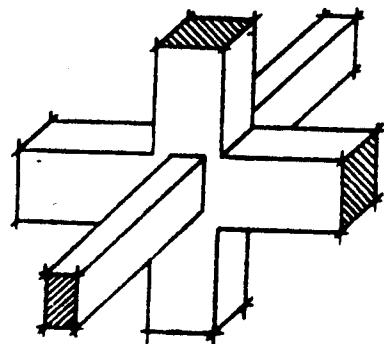
În modelul din fig. 11.14.b, nodul constituie un element cu săbrele, cu două diagonale încruciate între care se repartizează Q_n . Diagonala comprimată fiind mult mai rigidă decît cea întinsă, care este fisurată, se poate admite că preia practic în întregime forța Q_n , astfel că verificarea nodului se reduce la o verificare a bielei comprimate. Normele americane [1] recomandă ca aceasta să fie efectuată sub forma simplificată a unui calcul convențional la forfecare, cu o relație de forma :

$$Q_n = [A_a(st) + A_a(dr)] R_a \leq Q_{cap} = A_{nod} R_{nod} \quad (11.3)$$

unde :

A_{nod} = aria secțiunii orizontale prin nod, egală cu aria secțiunii stîlpului ;

$R_{nod} \approx 3,5 R_t$ (R_t = rezistența de calcul la întindere a betonului).



- fig. 11.15 -

Dacă nodul este frezat prin existența unor rigle perpendiculare pe planul cadrului considerat (fig. 11.15), se poate lua pentru R_{nod} o valoare majorată :

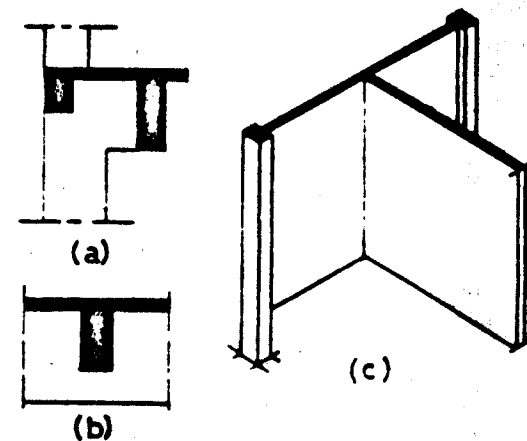
$$R_{nod} \approx 5 R_t$$

În partea V a cursului se va relua la nivel mai detaliat analiza stării de solicitare în nodurile de ca-

dre sub acțiunea solicitărilor seismice, ținînd seama și de caracterul dinamic al acestora.

11.4. Încrucisări de nivel

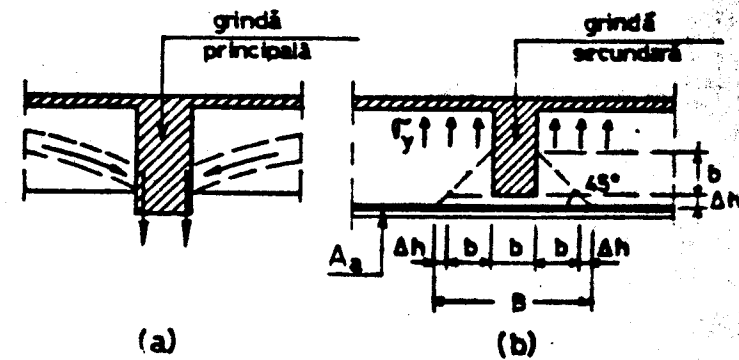
O caracteristică a structurilor din beton armat monolit o constituie rezemările de nivel ale elementelor secundare pe cele principale,



pe cele principale, cu care fac corp comun. Exemplu este arătat în fig. 11.16 : (a) e grindă de țelare rezemată pe cîștile scurte ale unui stîlp ; (b) e grindă secundară de planșă rezemată pe o grindă principală ; (c) e grindă-perete rezemată pe o altă grindă-perete.

- fig. 11.16 -

Printr-un efect similar celui al unei descărcări în bătă (fig. 11.17.a), cea mai mare parte a încărcării transmise de elementul secundar celui principal se concentrează în partea inferioară a suprafeței de contact, deci acționează asupra ale-



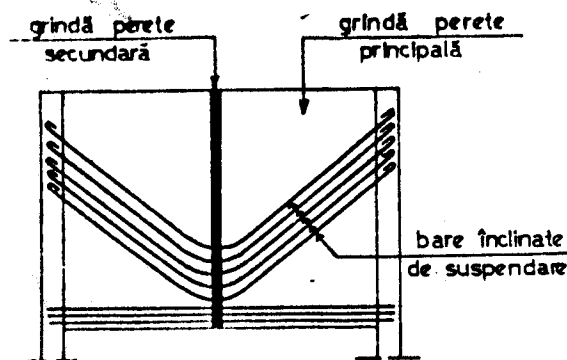
- fig. 11.17 -

mentului principal în vecinătatea tălpii lui inferioare, ca o încărcare suspendată, producând eforturi verticale (σ_y) de întindere. Pentru preluarea acestora, este necesară o armătură locală de suspendare, dimensionată la întindere centrică pentru încărcarea respectivă.

În cazul grinzilor secundare de plase rezanate pe grinzi principale, prescripțiile sovietice [15] admit ca această funcție să fie îndeplinită de etrierii de pe o lungime $B = 3b + 2\Delta h$ (fig. 11.17.b), unde :

b = lățimea grinzii secundare ;

Δh = diferența de înălțime de la baza grinzii secundare pînă la armătura întinsă a grinzii principale.



- fig. 11.18 -

Pentru cazul din fig. 11.16.a, problema a mai fost tratată în cadrul cap. 7.5 din curs. La grinzile-pereți ca în fig. 11.16.c, armătura de suspendare din inima grinzii principale se recomandă să se realizeze prin bare suplimentare înclinate,

dispuse în modul arătat în fig. 11.18 [9].

11.5. Articulații

Într-o structură din beton armat monolit, legăturile firești între elemente sînt cele de continuitate, rezultate neajlocit din caracterul de monobloc al structurii. Legăturile articulate, justificate și ușor de realizat la construcțiile alcătuite prin asamblarea unor elemente disparate, cum sînt cele metalice sau din prefabricate de beton armat, - reprezintă în cazul structurilor monolite întreruperi de continuitate introduse în mod artificial și cu o execuție dificilă.

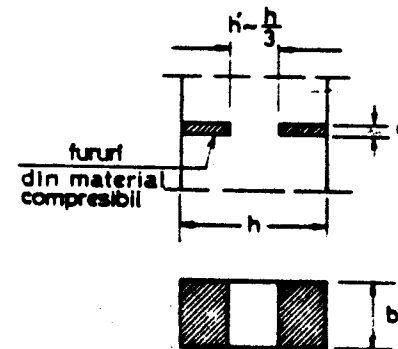
De aceea, astăzi în structurile monolite ale construcțiilor civile și industriale articulațiile se utilizează numai

în situații speciale, cînd se justifică prin avantaje deosebite. De exemplu, la o hală de deschidere mare cu structură ca în fig. 11.19, prin introducerea unor legături articulate la capetele superioare ale stîlpilor se diminuează substanțial rigiditățile lor la deplasări laterale și se reduc în acest mod momentele în stîlpi provocate de alungirile tiranților sub acțiunea încălzirilor verticale și a variațiilor de temperatură.



- fig. 11.19 -

În general în astfel de cazuri nu sînt necesare articulații perfecte, de felul celor folosite la construcțiile metalice, ci sînt suficiente articulații din beton armat, realizate prin reducerea locală a secțiunii, deci articulații imperfecte (parțiale). Cînd acestea trebuie să permită rotații relative după o singură direcție (articulații cilindrice), schema lor constructivă este cea din fig. 11.20, de tipul Freyssinet : secțiunea elementului se reduce la un nucleu de lățime $b' \approx 1/3$ din lățimea b a secțiunii curente, pe o grosime d stabilită în așa fel ca să permită rotații în limitele necesare. Pentru

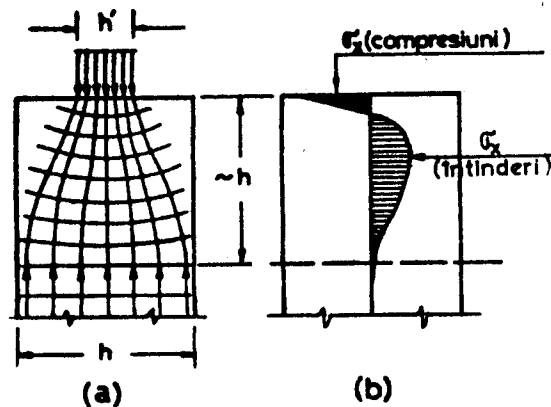


- fig. 11.20 -

realizarea acestui nucleu, la execuție se introduce în cofraj, de o parte și de alta a lui, fururi dintr-un material compresibil (pielă minerală, polistiren etc.), care cofrează conturul articulației și rămîn înglobate în construcție.

Secțiunea nucleului unei articulații introduse la capătul unui stîlp trebuie să preia prin compresione componenta verticală a reacțiunii pe care o transmite și prin forfecare componenta orizontală.

Pe zona din stîlp situată dedesubtul articulației (fig. 11.21), încărcarea verticală se distribuie de la lățimea b' a



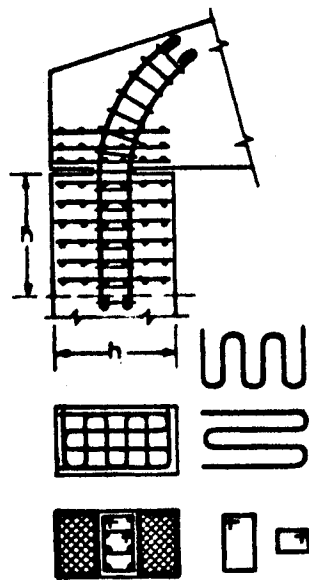
- fig. 11.21 -

aproximativ egală cu h , iar traectoriile eforturilor principale se prezintă ca în fig. 11.21.a. Pe lângă eforturile longitudinale de compresiune σ_y apar deci și eforturi transversale σ_x , a căror diagramă de variație în lungul axului stîlpului este reprezentată în fig. 11.21.b. Din figură se vede că

pe aproape toată înălțimea zonei de distribuție eforturile σ_x sînt de întindere. Preluarea lor necesită o armare cu plase orizontale. O situație similară apare și în elementul de deasupra articulației.

Detalii mai ample asupra comportării articulațiilor de beton armat, bazate pe date experimentale, sînt cuprinse în lucrările [8] și [14].

Ținînd seama de cele arătate mai sus, armarea articulațiilor și a zonelor de distribuție aferente se alcătuește ca în fig. 11.22 :



- fig. 11.22 -

- nucleul se armează cu bare longitudinale și cu strieri deși

sau frețe ;

- Pe înălțimile zonelor de distribuție se prevede, pentru preluarea eforturilor transversale de întindere, plase orizontale, care se recomandă a fi realizate din bare continue însoțite sub forma de bucle, avînd în vedere lungimile reduse de ancoraj disponibile în sens transversal.

Bibliografie selectivă la cap. 11.

- [1] A.C.I. - A.S.C.E. Committee 352 : Recommendations for Design of Beam-Column Joints in Monolithic Reinforced Concrete Structures. In: Journal of the American Concrete Institute, iulie 1976.
- [2] Beyer, K. : Die Statik im Stahlbetonbau, Ed.2. Springer-Verlag, Berlin, 1956. Paragr. 77. Angewandte Untersuchung des Spannungszustandes in Rahmenecken și paragr. 78. Der Spannungszustand im Rahmenknoten, pag. 777-782.
- [3] Brankov, G.I. : Masivni konstrukții (în l. bulgară), Ed. IV. Izd. "Tehnika", Sofia, 1978. Paragr.2.9 - 2.10, pag. 198 - 211.
- [4] Frans, G. : Konstruktionslehre des Stahlbetons, Band I, Ed. II. Springer-Verlag, Berlin, 1966. Paragr. 1.271. Leitungskräfte, pag. 78 - 84.
- [5] Hangan, H.D. : Construcții de beton armat. Ed. Tehnică, București, 1969. Paragr. VII.C. Starea de eforturi în articulațiile și ramificațiile cadrelor, pag. 245 - 248.
- [6] Hanson, N.W. și Conner, W. : Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints. In: Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E., oct. 1967.
- [7] Kerdina, K. : Bewehrungsführung in Rahmenecken und Rahmenknoten. In: Vorträge auf dem Betontag 1975. Deutscher Beton-Verein, Wiesbaden, 1976, pag. 401 - 421.
- [8] Leonhardt, Fr. și Riemann, K. : Betongelenke. In: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 175. V. Ernst & Sohn, Berlin, 1965.

- [9] Leonhardt, Fr. și Münnig, E. : Vorlesungen über Massivbau. Teil III. Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer-Verlag, Berlin, 1977. Cap. 6. Umlenkkräfte infolge Richtungsänderungen von Zug- und Druckgliedern, pag. 65 - 70 ; cap. 11. Rahmenecken, pag.159-172 și cap. 15. Krafteinleitungsbereiche, pag. 207-212.
- [10] Nilsson, J. și Losberg, A. : Reinforced Concrete Corners and Joints, Subjected to Bending Moments. In: Journal of the Structural Division, Proceedings of the A.S.C.E., Iunie 1976.
- [11] Park, R. și Paulay, T. : Behaviour of Reinforced Concrete External Beam-Column Joints under Cyclic Loading. In : Proceedings of the Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Roma, 1973, vol.I., pag. 772 - 781.
- [12] Park, R. și Paulay, T. : Reinforced Concrete Structures. J.Wiley & Sons, New York, 1975. Paragr. 13.3. Directional Changes of Internal Forces, pag. 665 - 669 și paragr. 13.8. Beam-Column Joints, pag. 716 - 758.
- [13] Paulay, T., Park, R. și Priestley, M. : Reinforced Concrete Beam-Column Joints under Seismic Actions. In: Journal of the American Concrete Institute, nov. 1978.
- [14] Robinson, J.R. : Éléments constructifs spéciaux du béton armé. Eyrolles, Paris, 1975. Cap. 5. Articulations, pag. 197 - 264.
- [15] SNIP II-21-75 : Betonnie i jelezobetonnie konstrukcii. Normi proektirovania. Stroizdat, Moscova, 1976.
- [16] Van Dijk, H.A. : Onvemoed gedrag kolombalkverbindigen in portalen van gewapend beton. In: Betononderzoek 1971 - 75. Technische Hogeschool Delft, sept. 1976. Paragr. 2.2.2, pag. 79 - 82.

C U P R I N S

Partea II. ELEMENTE DE CONSTRUCȚII DIN BETON ARMAT MONOLIT

Cap. 6. Grinzi

6.1. Alcătuirea secțiunii de beton

6.2. Armarea cu bare independente

6.3. Armarea cu carcasa sudate

6.4. Grinzi întoarse

6.5. Brațul de pirghie al eforturilor interioare ..

Bibliografie selectivă la cap. 6

Cap. 7. Grinzi-pereti și console scurte

7.1. Grinzi-pereti. Definiție și domeniu de utilizare

7.2. Comportarea grinzilor-pereti în domeniul elastic

7.3. Comportarea grinzilor-pereti din beton armat după fisurare (în stadiul II) și modal de cedare

7.4. Alcătuire constructivă și armare

7.5. Console scurte

Bibliografie selectivă la cap. 7

Cap. 8. Plăci plane cu rezeme continue

8.1. Generalități

8.2. Plăci armate pe o direcție

8.3. Plăci armate încrucișat

8.4. Plăci cu goluri

Bibliografie selectivă la cap. 8

Cap. 9. Plăci plane cu rezeme concentrate

9.1. Definiții. Clasificare

9.2. Plăci cu perți

9.3. Plăci de dimensiuni mari

9.4. Domenii avantajoase de utilizare

Bibliografie selectivă la cap. 9

Cap. 10. Flanșee din plăci și grinzi 99

10.1. Generalități. Clasificare 99

10.2. Flanșee cu grinzi pe o direcție 100

10.3. Flanșee cu grinzi încrucișate, rezemate pe
contur (flanșee în casete) 106

10.4. Flanșee rezemate pe stâlpi 117

Bibliografie selectivă la cap. 10 121

Cap. 11. Moduri caracteristice ale structurilor
monolite 122

11.1. Unghiuri înfrinse 123

11.2. Colțuri de cadru 127

11.3. Moduri curente ale cadrelor 130

11.4. Incrucișări de nivel 135

11.5. Articulații 136

Bibliografie selectivă la cap. 11 139

Sumarul celorlalte volume ale cursului

Partea I (apărută în 1975). Elemente introductive. Caracteristici generale tehnico-economice, de comportare și de calcul ale elementelor și structurilor din beton armat.

Cap.1. Definiții. Nomenclatură.

Cap.2. Domeniul de utilizare al betonului armat la structurile construcțiilor civile, industriale și agrosotehnice.

Cap.3. Particularități ale comportării și calculului structurilor din beton armat.

Cap.4. Particularități ale calculului structurilor din beton armat în domeniul post-elastic.

Cap.5. Comportarea la solicitări din deformații impiedecate (variații de temperatură, contracția betonului). Rosturi de deformație.

Partea III. Elemente prefabricate. Probleme generale constructive și de calcul. Imbinări. Flanșee.

Partea IV. Structuri prefabricate pentru hale industriale parter.

Partea V. Structuri monolite, prefabricate și mixte pentru clădiri etajate.

Tiraj	500 exemplare
Predat multiplicare: 12 mai 1979	
Multiplicarea s-a făcut sub comanda nr. 88e/10 V.1979 în atelierul de reprografice al I.C.B.	

INSTITUTUL DE C

Nr. 185673

Inv.

Cya avd