8.POZIȚII PARTICULARE ALE UNUI PLAN FAȚĂ DE PLANELE DE PROIECȚIE

8.1. PLAN PARALEL CU UN PLAN DE PROIECȚIE

8.1.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ŞI ÎN EPURĂ

Un plan este paralel cu un plan de proiecție dacă toate elementele geometrice cuprinse în acest plan au aceeaşi cotă, dacă planul este paralel cu planul [**H**], aceeaşi depărtare, dacă planul este paralel cu planul| [**V**] şi aceeaşi abscisă, dacă planul este paralel cu planul [**L**].

Se consideră planul [**P**] paralel cu planul [**H**]. Ca o consecință a definiției anterioare, rezultă că urmele sale cu celelalte două plane de proiecție sunt paralele cu planul orizontal de proiecție şi, ca urmare, cu axele de coordonate **Ox**, respectiv **Oy** (fig.8.1). Adică :

$$P_v \parallel [H] \Rightarrow P_v \parallel Ox \Rightarrow P_v \perp [L]$$

$$P_L \parallel [H] \Rightarrow P_L \parallel Oy \Rightarrow P_L \perp [V]$$

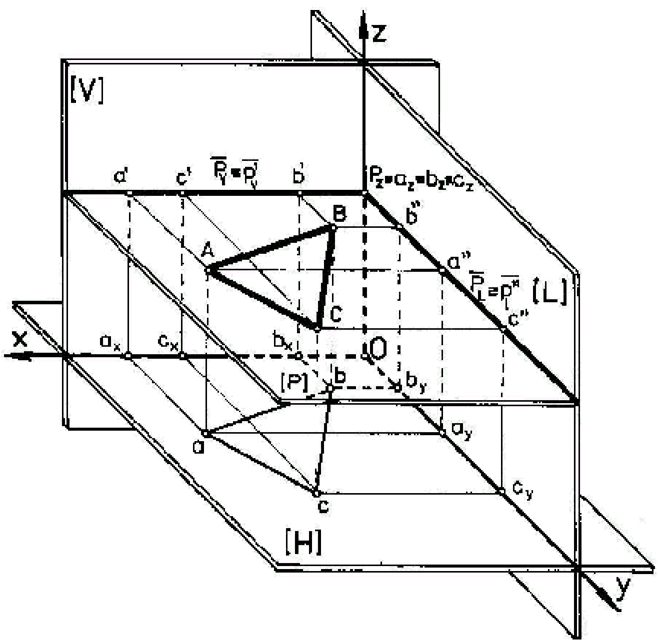


Figura 8.1

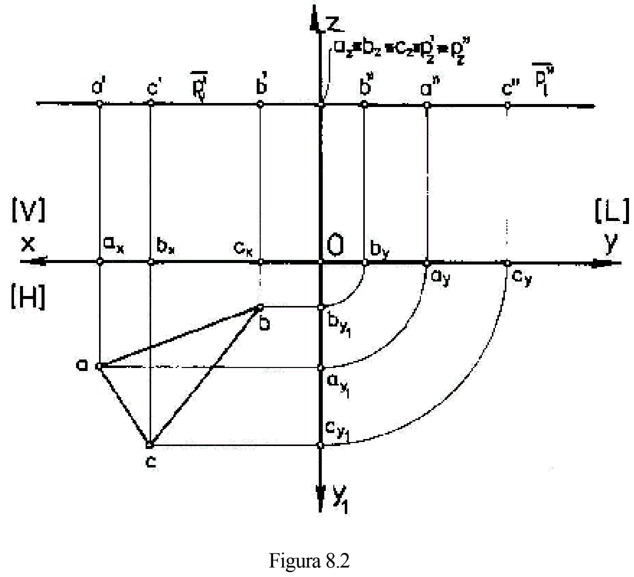


Figura 8.2

Fie punctele **A, B, C** ∈ [**P**] care formează triunghiul **ABC**. Să se demonstreze că figurile plane cuprinse în acest plan se proiectează în adevărată mărime pe planul cu care se află în relație de paralelism. Pentru aceasta se va demonstra grafic că triunghiul **ABC** este egal cu triunghiul **abc**, sau că **AB**=**ab**, **AC**=**ac** şi **BC**=**bc**. Demonstrația este redată în figurile 8.1 şi 8.2.

Se observă că mulțimea punctelor situate în planul [**P**], deci şi **A,B,C**, se proiectează pe planele [**V**] şi [**L**] pe urmele corespunzătoare ale planului [**P**] şi aceasta poate fi considerată o altă consecință a relației de paralelism dintre un plan şi planele de proiecție.

8.1.2. APLICAȚII

1. Se consideră două drepte $D_1 = AB \in [V]$ ($A \equiv a'$, $B \equiv b'$) şi $D_2 = MN \in [L]$ ($M \equiv m''$, $N \equiv n''$). Dacă $D_1 \parallel [H]$ şi $D_2 \parallel [H]$, iar $a_z \equiv m_z$, să se reprezinte planul [**P**] care are urmele D_1 şi D_2 cu planele [**V**], respectiv [**L**] (în imagine axonometrică şi în epură).
2. Pe dreptele D_1 şi D_2 din aplicația precedentă se află proiecțiile: **e'** şi **e''**, respectiv **f'** şi **f''**. Să se demonstreze grafic (în imagine axonometrică şi în epură) că figura geometrică plană [**ABCDEF**] poate fi minimum un patrulater şi maximum un hexagon neregulat. Care sunt condițiile ca hexagonul definit de vârfurile **A, B, C, D, E** şi **F** să fie un hexagon regulat ?
3. Se consideră cunoscute punctele $A\ (a_x,a_y)$, $B\ (b_x,b_y)$ şi $C\ (c_x,c_y)$. Dacă $a_z \equiv b_z \equiv c_z$, să se reprezinte planul [**P**] definit de aceste puncte (în imagine axonometrică şi în epură). Cu care dintre planele de proiecție este paralel planul [**P**]?

8.2. PLAN PERPENDICULAR PE UN PLAN DE PROIECȚIE

8.2.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ŞI ÎN EPURĂ

Un plan este perpendicular pe un plan de proiecție dacă toate elementele geometrice cuprinse în acest plan se proiectează pe urma rezultată din intersecția planului cu acel plan de proiecție. Celelalte două urme sunt şi ele perpendiculare pe planul de proiecție. În consecință (fig.8.3, fig.8.4), celelalte două urme sunt, de asemenea, perpendiculare pe acelaşi plan de proiecție, adică:

$$[Q] \perp [V] \Rightarrow Q_H \perp [V] \text{ şi } Q_L \perp [V]$$

de unde rezultă :

$$Q_H \parallel Q_L \parallel Oy.$$

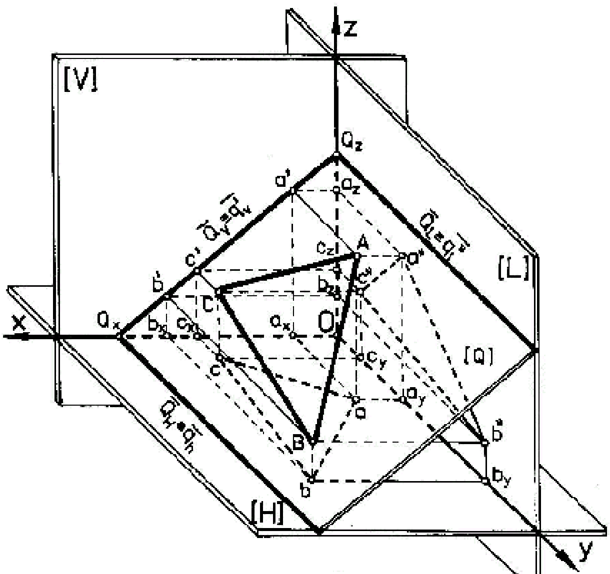


Figura 8.3

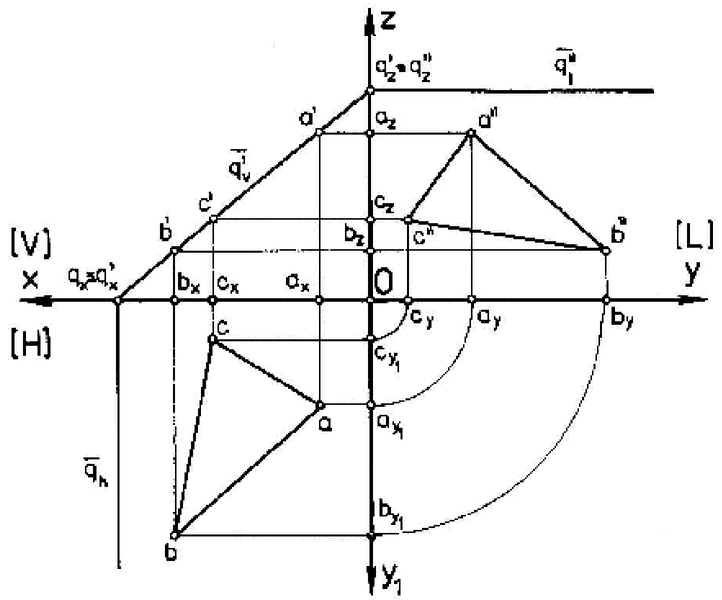


Figura 8.4

Se consideră planul [**Q**] perpendicular pe planul vertical de proiecție şi fie punctele **A,B,C** care formează triunghiul oarecare **ABC**. Să se demonstreze grafic că proiecțiile triunghiului pe planele [**H**] şi [**L**] diferă față de mărimea triunghiului spațial; acestea putând fi egale între ele, dar diferite de mărimea reală, numai dacă unghiul dintre urma $\mathbf{P_v}$ şi axa **Ox** este de 45°, sau unghiul dintre [**Q**] și [**H**] este 45°.

Triunghiul **ABC** este diferit de triunghiul **abc** şi de triunghiul **a"b"c"**, pentru un unghi, format de planele [**Q**] şi [**H**], diferit de 45°; triunghiul **ABC** este diferit de triunghiul **abc**, dar egal cu triunghiul **a"b"c"** , dacă unghiul format de planele [**Q**] şi [**H**] este diferit de 45°.

8.2.2.APLICAȚII

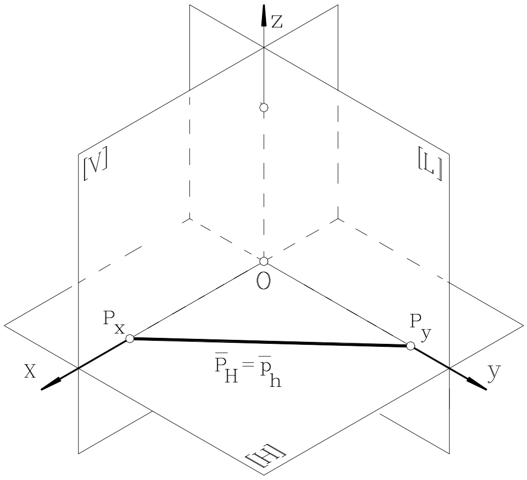
1. Se consideră un plan [**Q**] perpendicular pe planul vertical [**V**] de proiecție. Să se reprezinte un triunghi [**ABC**] care să aparțină acestui plan [**Q**]. Care sunt condițiile ce trebuie îndeplinite pentru ca proiecțiile triunghiului [**ABC**] pe planul orizontal [**H**] şi lateral [**L**] de proiecție să aibă aria egală cu jumătate din aria triunghiului [**ABC**] (se va efectua construcția grafică în imagine axonometrică şi în epură)?

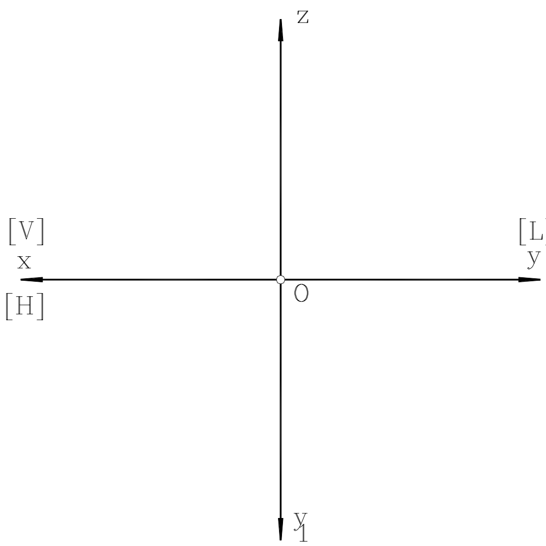
2. Pe urma $\mathbf{Q_V}$ a planului [**Q**], perpendicular pe planul vertical de proiecție [**V**], se află proiecțiile **a', b'** şi **c'**. ştiind că $\mathbf{a_y} = \mathbf{c_y} \neq \mathbf{b_y}$ şi **b'≡ c'**, să se demonstreze grafic (în imagine axonometrică şi în epură) că triunghiul [**ABC**] este dreptunghic şi aparține planului [**Q**] (punctul **B** se alege de către executant, convenabil, respectând datele problemei).

3. Fie dreapta $\mathbf{D_1}$ = **AB** oarecare, având proiecțiile cunoscute. Să se construiască un plan [**P**] care să conțină această dreaptă şi să fie paralel cu planul lateral de proiecție [**L**]. Să se construiască un plan [**Q**] care să conțină această dreaptă şi să fie perpendicular pe planul lateral de proiecție [**L**].

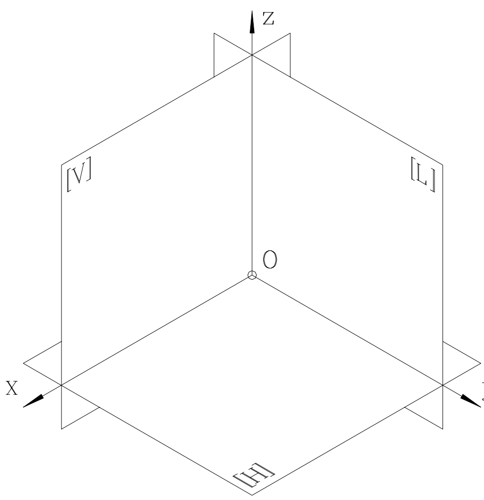
4. Fie planul [**Q**], perpendicular pe planul vertical de proiecție [**V**] şi dreapta **D=MN** cuprinsă în acest plan. Să se determine urmele dreptei (punctele **A, B** şi **C**).

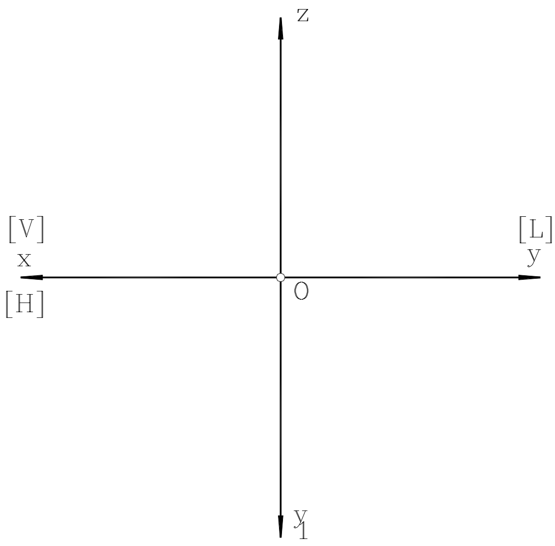
5. Să se construiască celelalte două urme ale planului P astfel încât acesta să fie perpendicular pe planul orizontal.





6. Să se construiască un plan paralel cu planul lateral de proiecție.





7. Să se construiască un plan paralel cu planul vertical de proiecție.