

# METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE

Metodele geometriei descriptive realizează transformarea proiecțiilor elementelor geometrice, din pozițiile inițiale date, în alte poziții, mai avantajoase, în vederea rezolvării unor probleme grafice, ca de exemplu: măsurarea unei distanțe, a unor suprafețe sau unghiuri, cu aplicație directă în desenul tehnic. Astfel de probleme pot fi rezolvate numai dacă respectivul element geometric se află proiectat în adevărată mărime. Se cunoaște, de exemplu, că măsurarea unei distanțe, suprafețe, sau a unui unghi se poate face pe o proiecție în care elementul care trebuie măsurat se află în adevărată mărime. Dacă acestea sunt deformat proiectate, este necesară aflarea mărimii lor reale. În general se impune, pentru aceasta, fie o modificare a sistemului de referință (a planelor de proiecție), fie o modificare a poziției spațiale a elementului geometric și, astfel, să putem obține adevărata lui mărime în proiecție plană.

Metodele geometriei descriptive utilizate la transformarea proiecțiilor sunt: metoda schimbării planelor de proiecție, metoda rotației și metoda rabaterii (caz particular al metodei rotației).

## 11. METODA SCHIMBĂRII PLANELOR DE PROIECȚIE

Această metodă permite schimbarea unuia dintre planele de proiecție, astfel încât elementul proiectat să ocupe o poziție particulară, în general, paralelă față de noul plan de proiecție.

### 11.1. SCHIMBAREA PLANULUI DE PROIECȚIE PENTRU O DREAPTĂ. CONȘTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Pentru prezentarea metodei, s-a ales schimbarea planului vertical de proiecție pentru o dreaptă (fig.11.1, fig.11.2).

Noul plan vertical  $[V_1]$  se alege astfel încât dreapta dată să fie paralelă cu acest plan. Este cunoscut că o dreaptă este paralelă cu un plan, dacă este paralelă cu o dreaptă conținută în acel plan.

#### Observații

Atât în imaginea spațială, cât și în epură sesizăm următoarele:

$$\mathbf{O_1x_1} \parallel \mathbf{d}$$

$$\mathbf{aa_{x1}} \perp \mathbf{O_1x_1}$$

$$\mathbf{bb_{x1}} \perp \mathbf{O_1x_1} \text{ (condiția de proiectante în sistemul ortogonal)}$$

dreapta  $D$  este paralelă cu planul  $[V_1]$  și, ca urmare, toate punctele situate pe această dreaptă au aceeași depărtare.

Grafic, înseamnă că proiecția orizontală  $\mathbf{d}$  este paralelă cu axa  $\mathbf{O_1x_1}$ , respectiv:

$$\mathbf{Aa_1'} = \mathbf{Bb_1'} = \mathbf{aa_{x1}} = \mathbf{bb_{x1}}$$

$$\mathbf{Aa_1'} \perp \mathbf{[V_1]} \quad \mathbf{Bb_1'} \perp \mathbf{[V_1]}$$

Din aceste două observații rezultă că:

$$\mathbf{AB} \parallel \mathbf{a_1'b_1'}$$

$$\mathbf{a_xa'} = \mathbf{a_{x1}a_1'}$$

$$\mathbf{b_xb'} = \mathbf{b_{x1}b_1'}$$

punctele, prin proiectarea lor pe planele verticale  $[V]$  și  $[V_1]$ , își păstrează cotele:

$$\mathbf{a_xa'} = \mathbf{a_{x1}a_1'}$$

$$\mathbf{b_xb'} = \mathbf{b_{x1}b_1'}$$

în epură, segmentul de dreaptă  $\mathbf{AB}$  se proiectează în adevărată mărime, prin segmentul  $\mathbf{a_1'b_1'}$ , iar unghiul  $\alpha$  format de axa  $\mathbf{O_1x_1}$  și segmentul  $\mathbf{a_1'b_1'}$  este adevărata mărime a unghiului pe care îl face dreapta  $\mathbf{D}$  cu planul orizontal de proiecție  $[\mathbf{H}]$ .

Proiecția dreptei  $\mathbf{D}$  pe noul plan de proiecție  $[V_1]$  respectă regulile prezentate la proiecția punctului, respectiv a dreptei pe un plan, anterior studiate.

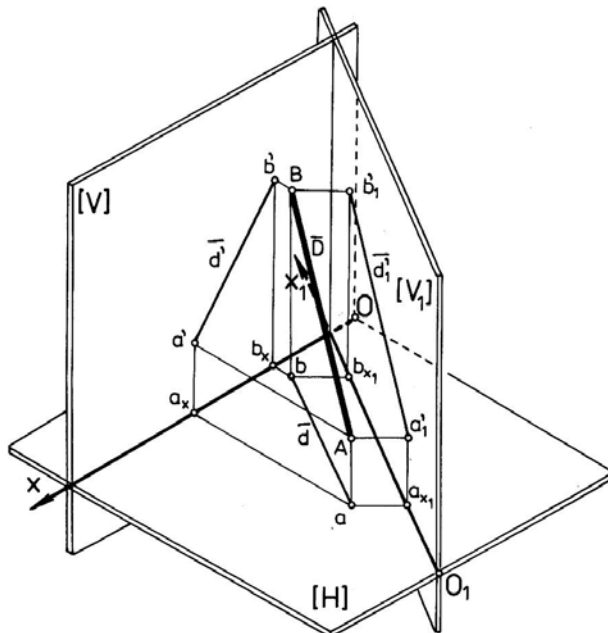


Figura 11.1

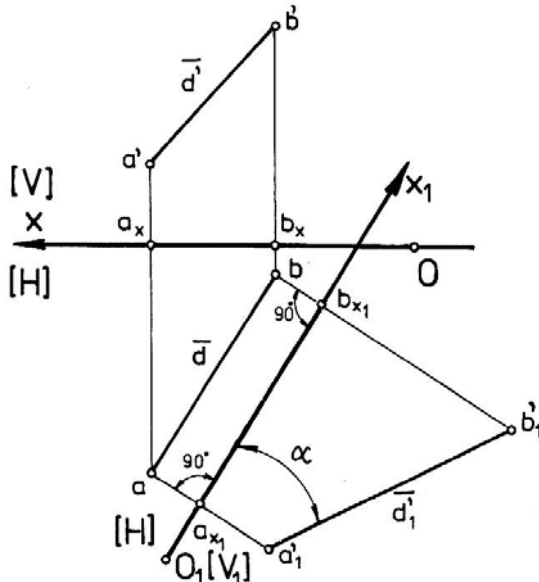


Figura 11.2

## 11.2. SCHIMBAREA PLANULUI DE PROIECȚIE PENTRU UN PLAN. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Prin schimbarea de plan de proiecție se urmărește, de obicei, transformarea unui plan oarecare  $[P]$ , într-un plan proiectant (în general, paralel cu unul din planele de proiecție).

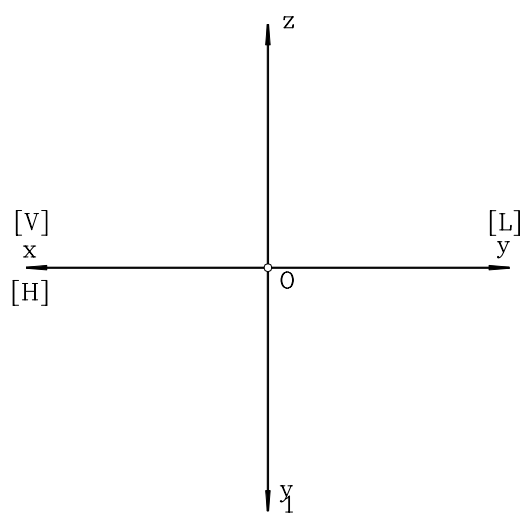
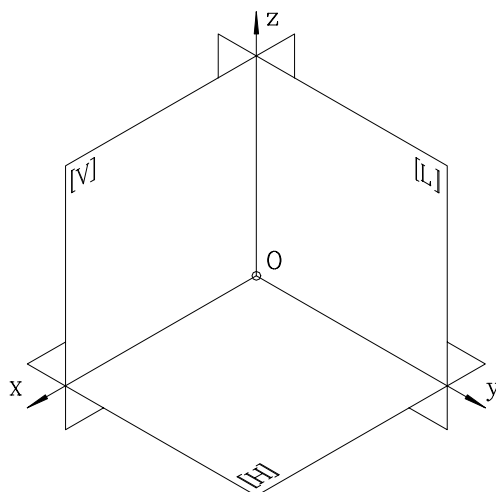
Aplicarea metodei schimbării unui plan de proiecție, în cazul unui plan, este asemănătoare schimbării planului de proiecție pentru o dreaptă. Noul plan de proiecție se va alege astfel încât planul oarecare să ocupe o poziție particulară, paralelă.

În figurile 11.3 și 11.4, se prezintă imaginea axonometrică și epura pentru cazul schimbării planului vertical de proiecție. Unghiul  $\alpha$  este adevărata mărime a unghiului pe care planul  $[P]$  îl face cu planul orizontal de proiecție  $[H]$ .

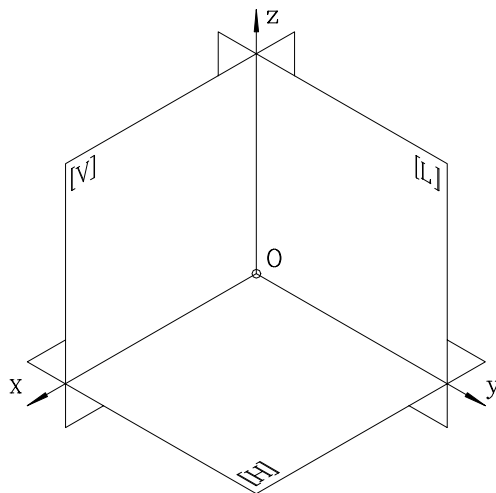
În mod asemănător se realizează construcția grafică a epurei, în cazul schimbării de plan orizontal, sau schimbarea ambelor plane de proiecție, vertical și orizontal, sau alte combinații, în care poate interveni și planul lateral de proiecție.

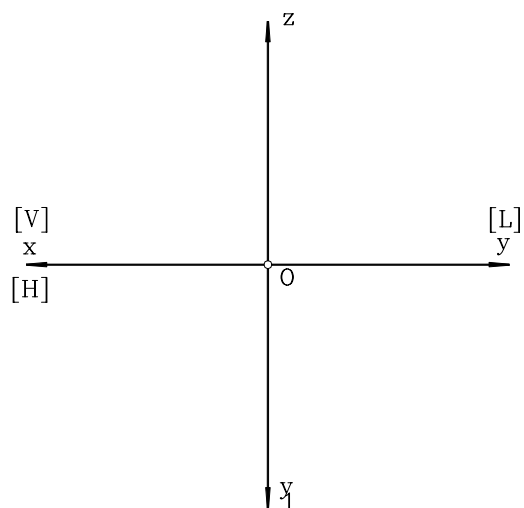
## 11.3. APLICAȚII

1. Se consideră o dreaptă  $D = AB$ , oarecare. Apelând la metoda schimbării planelor de proiecție, să se determine adevărata mărime a segmentului de dreaptă  $AB$ .

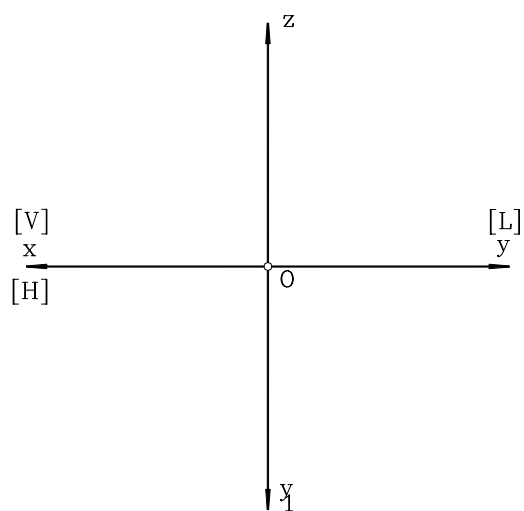
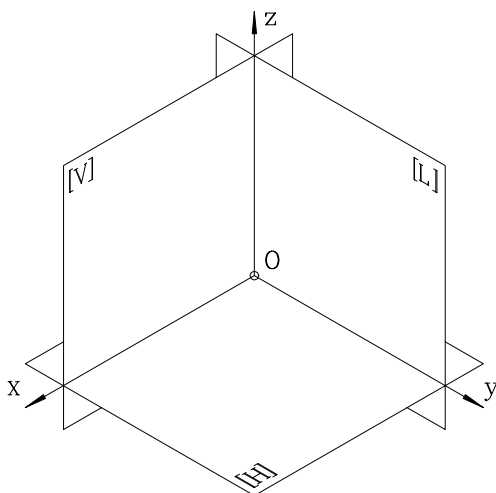


2. Prin schimbarea de plan vertical și orizontal, să se determine mărimea reală a laturilor triunghiului  $[ABC]$ , dat prin proiecțiile sale: triunghiurile  $[abc]$  și  $[a'b'c']$ .





3. Să se determine adevărata mărime a unui triunghi  $[ABC]$ , folosind metoda schimbării planelor de proiecție. Se va determina mărimea reală a segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  precum și a unghiurilor  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (numai în epură).



#### MOD DE LUCRU:

Se vor parcurge etapele de mai jos:

- se reprezintă punctele  $A, B, C$ , respectiv proiecțiile lor pe cele trei plane,

- se observă că triunghiul  $[ABC]$  aparține planului  $[P]$ ,
- în exemplul considerat,  $[P] \perp [V]$ ,
- se trasează noua axă  $O_1x_1$ , astfel încât  $O_1x_1 = [H_1] \cap [V_1]$  ( $D[a'b'c'] \in [H_1]$ ),
- se duc proiectante din  $a', b', c'$ , care intersectează axa  $O_1x_1$  în  $a_{x1}, b_{x1}, c_{x1}$ ,
- din  $a_{x1}, b_{x1}, c_{x1}$  se duc perpendiculare ce aparțin lui  $[H_1]$  și pe acestea se măsoară:

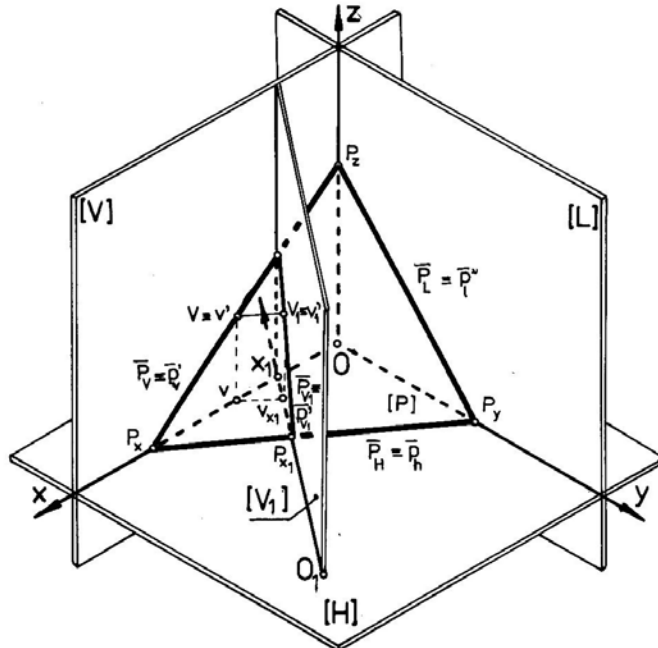


Figura 11.3

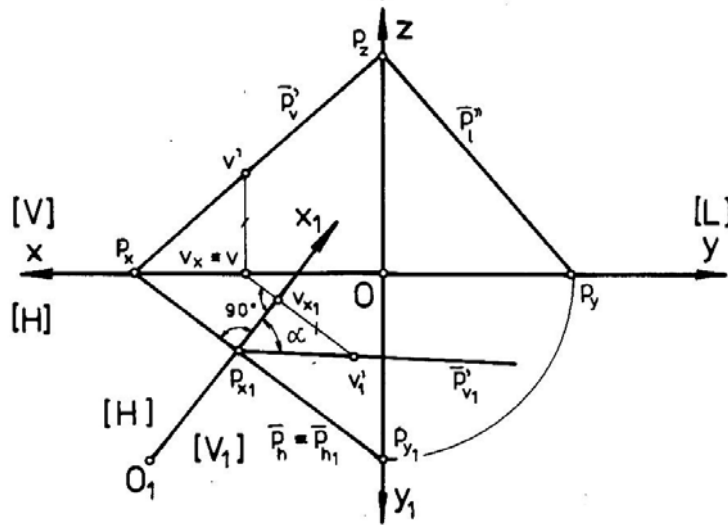


Figura 11.4

$$a_{x1}a_1 = a_x a \Rightarrow a_1,$$

$$b_{x1}b_1 = b_x b \Rightarrow b_1,$$

$$c_{x1}c_1 = c_x c \Rightarrow c_1,$$

- s-a determinat, astfel,  $\Delta[a_1b_1c_1]$ , proiecția triunghiului  $\Delta[ABC]$  pe planul  $[H_1]$ ,
- se măsoară laturile  $a_1, b_1, a_1c_1, b_1c_1$  și unghiurile  $c_1, a_1b_1, a_1c_1, b_1c_1$ .

Prin aceste măsurători se determină, de fapt, mărimea reală a acestor elemente (măsurătorile se vor face numai în epură, deoarece dimensiunile sunt deformate în reprezentarea axonometrică).

Dacă se cere schimbarea planului vertical de proiecție, noua axă  $O_1x_1$ , va fi rezultatul intersecției dintre planele  $[V_1]$  și  $[H]$ :

$$O_1x_1 = [V_1] \cap [H]$$

**EXEMPLU NUMERIC**

Se cunosc punctele  $A(60,47,6)$ ,  $B(8,27,36)$  și  $C(27,10,25)$ , care formează triunghiul  $[ABC]$ . Să se determine, prin schimbarea planului orizontal de proiecție, adevărata mărime a laturilor  $AB, AC$  și  $BC$  (figurile 11.5 și 11.6).

Pentru extinderea aplicației, în tabelul 11.1 sunt cuprinse diferite valori pentru coordonatele celor trei puncte **A, B** și **C** care definesc triunghiul spațial **[ABC]**.

Tabelul 11.1

Nr. variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
A	$a_x$	60	70	40	50	60	70
	$a_y$	10	50	50	40	70	60
	$a_z$	10	60	50	30	10	65
B	$b_x$	35	10	10	30	35	10
	$b_y$	20	10	10	20	45	15
	$b_z$	55	0	20	5	55	5
C	$c_x$	10	35	25	10	10	35
	$c_y$	30	25	35	0	20	30
	$c_z$	20	25	35	60	20	30
Metoda	sch. pl. V	sch. pl. H	sch. pl. H	sch. pl. V	sch. pl. V	sch. pl. H	

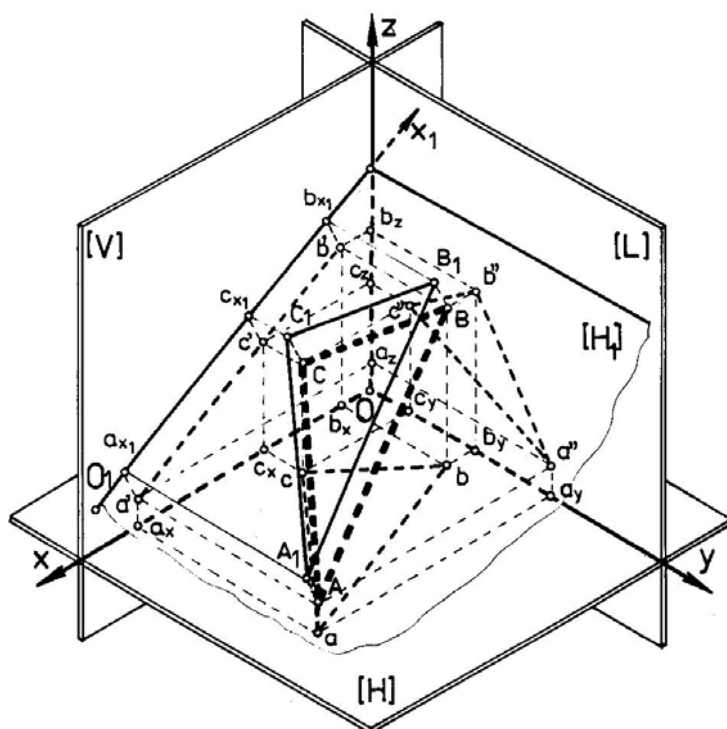


Figura 11.5

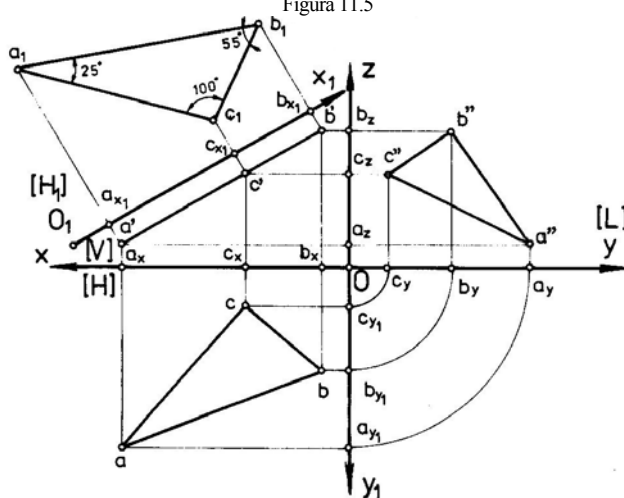


Figura 11.6