

GEOMETRIA DESCRIPTIVĂ A CORPURILOR GEOMETRICE

14.PROIECTAREA CORPURILOR GEOMETRICE ÎN SISTEMUL PARALEL ORTOGONAL. STABILIREA VIZIBILITĂȚII PROIECȚIILOR CORPURILOR GEOMETRICE

14.1.PROIECTAREA CORPURILOR GEOMETRICE

Problema proiectării corpurilor geometrice se reduce, practic, la proiectarea elementelor geometrice ale acestora (puncte, drepte, plane) ce caracterizează aceste corpuri.

Față de sistemul de referință triortogonal, un corp geometric se poate afla într-o poziție oarecare, sau particulară (de ex. axa de simetrie a conului paralelă cu unul din planele de proiecție).

Proiectarea unui corp geometric constă în identificarea punctelor sale caracteristice și, apoi, proiectarea acestora, obținând imaginea intuitivă și/sau epura proiecțiilor corpului geometric considerat (fig.14.1 - fig.14.8).

14.2.STABILIREA VIZIBILITĂȚII PROIECȚIILOR CORPURILOR GEOMETRICE

O problemă mai delicată constă în determinarea vizibilității diferitelor elemente (puncte, muchii sau generatoare) ale corpurilor geometrice, pentru fiecare proiecție

separat, cu precădere în cazul proiecțiilor corpurilor prismatice. Pentru aceasta se vor avea în vedere următoarele reguli:

- conturul aparent care delimitează o proiecție este vizibil și se trasează cu linie continuă groasă,
- dacă o muchie are un punct vizibil într-o proiecție, atunci aceasta este vizibilă în acea proiecție; pentru stabilirea vizibilității unui punct se apelează la regula generală prezentată în capitolul 5, sau la una din regulile ce urmează,
- la stabilirea vizibilității unei muchii situată în interiorul conturului aparent al unei proiecții, se va avea în vedere mărimea cotei, a depărtării, sau a abscisei unui vârf al muchiei respective; dacă vârful este vizibil atunci și muchia va fi vizibilă și invers. Astfel, dintre două vârfuri aparținând unor muchii diferite ale aceleiași proiecții, va fi vizibil vârful care are cea mai mare cotă, dacă se analizează vizibilitatea în proiecție orizontală, cea mai mare depărtare, dacă se are în vedere vizibilitatea proiecției din planul vertical, respectiv cea mai mare abscisă, atunci când se dorește determinarea vizibilității proiecției corpului geometric pe planul lateral de proiecție,
- un vârf care nu face parte din conturul aparent al unei proiecții, dacă este vizibil, atunci toate muchiile ce pornesc din acest punct, situate în aceeași proiecție, vor fi vizibile și invers,
- două suprafețe laterale ale unei proiecții a corpului geometric, dacă se intersectează după o muchie comună ce aparține conturului aparent al proiecției respective, atunci una va fi vizibilă, iar cealaltă invizibilă; pot fi ambele vizibile sau invizibile într-o proiecție, dacă muchia lor comună este cuprinsă în interiorul conturului aparent al acelei proiecții,

14.3. STABILIREA VIZIBILITĂȚII ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ A PROIECȚIILOR UNEI PIRAMIDE

Se consideră o piramidă triunghiulară oblică $\{SABC\}$, având baza $\Delta[ABC]$, situată în planul orizontal de proiecție. Dacă ne imaginăm că vârful S al acestei piramide rămâne fix în spațiu și piramida se rotește în spațiu, baza rămânând în permanență în planul orizontal de proiecție, rezultă situațiile posibile prezentate în figurile 14.1-14.6. În figurile 14.7 și 14.8 este redat cazul în care piramida are ca bază un patrulater oarecare $[ABEF]$.

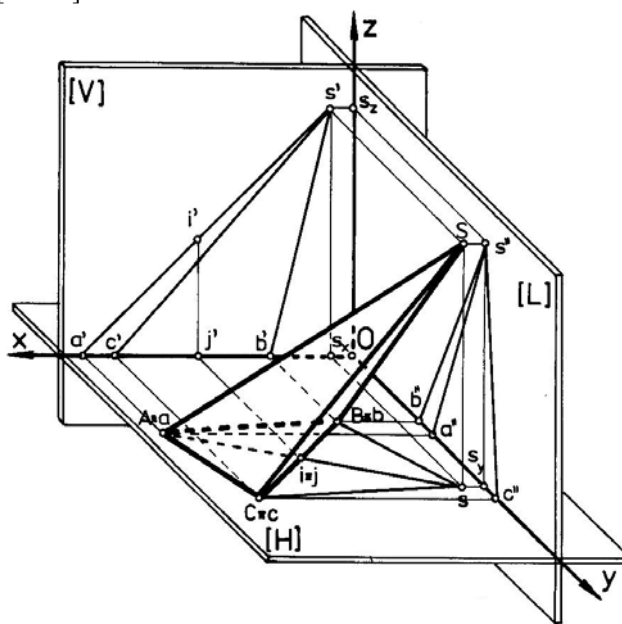


Figura 14.1

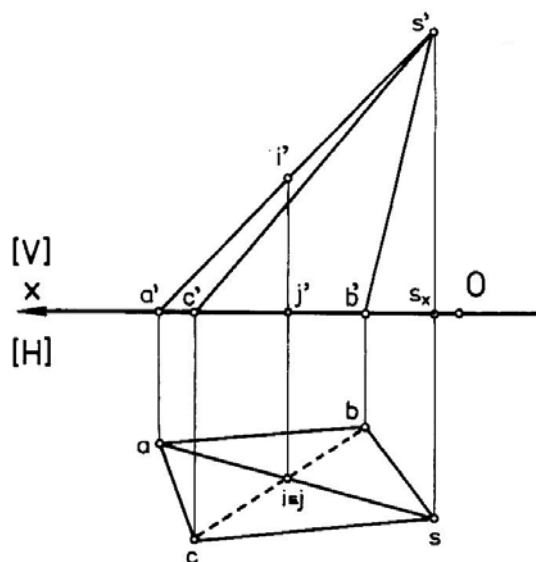


Figura 14.2

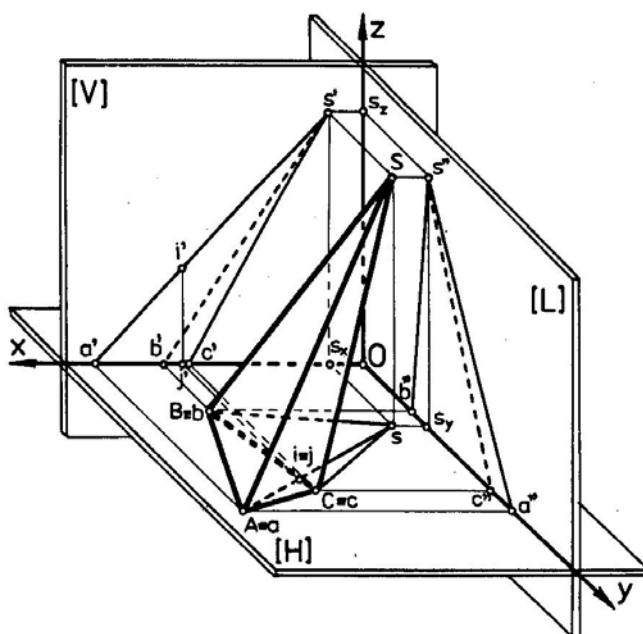


Figura 14.3

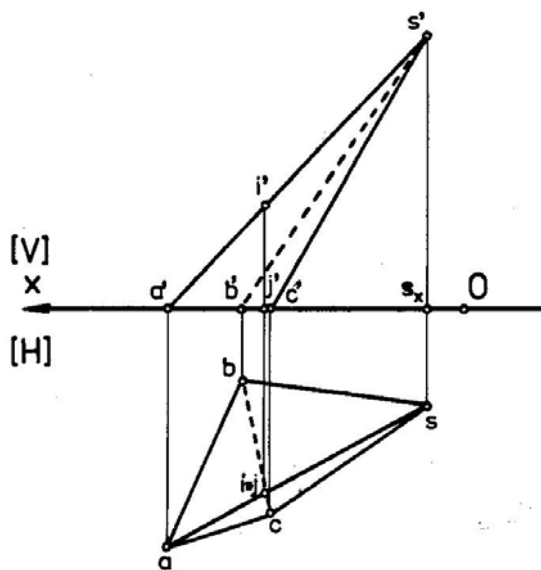


Figura 14.4

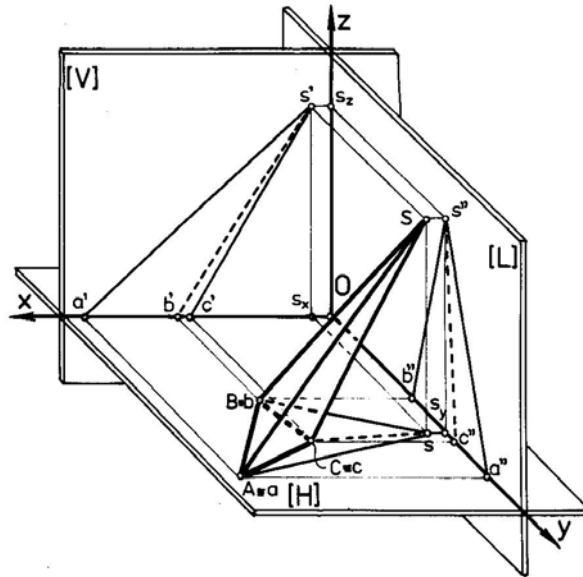


Figura 14.5

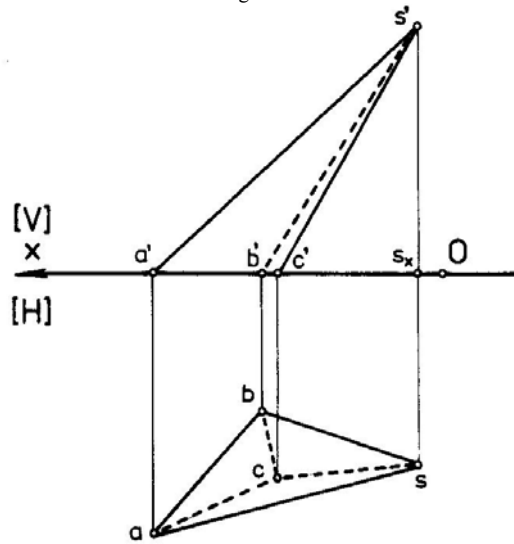


Figura 14.6

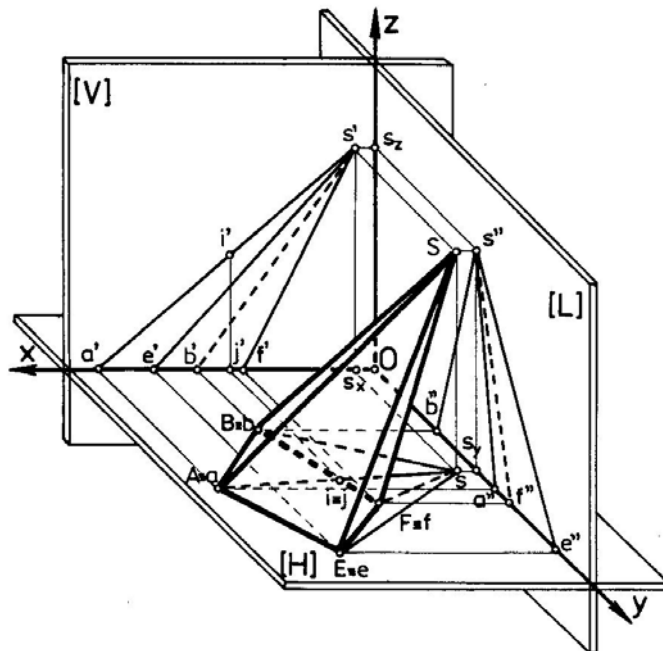


Figura 14.7

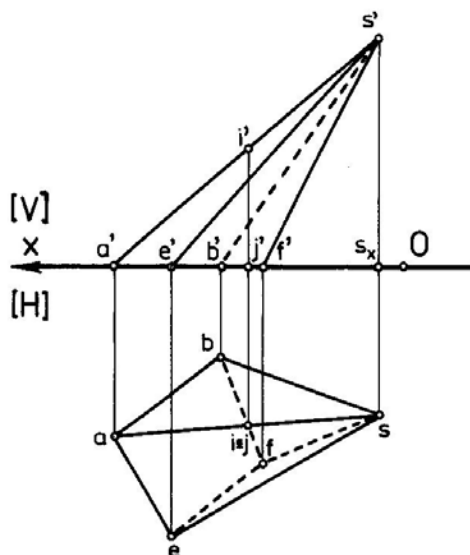


Figura 14.8

Observații

- La figura 14.1:
 - conturul aparent al proiecțiilor este:
 $[absca] \in [H]$, $[a's'b'a'] \in [V]$, $[b''s''c''b''] \in [L]$,
 - muchia $c's'$ este vizibilă deoarece punctul C are cea mai mare depărtare,
 - muchia $a''s''$ este vizibilă deoarece punctul A are cea mai mare abscisă.
- La figura 14.3:
 - conturul aparent al proiecțiilor este:
 $[absca] \in [H]$, $[a's'c'a'] \in [V]$, $[b''s''a''b''] \in [L]$,
 - muchia $b's'$ este invizibilă deoarece există alte puncte care au depărtarea mai mare decât a punctului B (A și C) (a se vedea, comparativ, figurile 14.1 și 14.3),
 - muchia $c''s''$ este invizibilă deoarece există punctul A care are abscisa mai mare decât punctul C.
- La figura 14.5:
 - conturul aparent al proiecțiilor este:
 - $[absa] \in [H]$, $[a's'c'a'] \in [V]$, $[b''s''a''b''] \in [L]$,
 - muchia $b's'$ este invizibilă deoarece există alte puncte situate în planul orizontal care au depărtarea mai mare (A și C) decât punctul B,
 - muchia $c''s''$ este invizibilă deoarece există alte puncte care au abscisa mai mare (B și A) decât punctul C,
 - muchia bs este rezultatul intersecției a două fețe și aparține conturului aparent:
 $[abs] \cap [bcs] = bs$,
 - dintre care numai una este vizibilă $[abs]$, ca făcând parte din conturul aparent și, ca urmare, muchiile bc și cs nu sunt vizibile; pe de altă parte, unui punct ce nu face parte din conturul aparent îi corespund numai muchii invizibile, sau vizibile, de unde rezultă că și muchia ac este invizibilă (sau se apelează, de asemenea, la varianta de stabilire a vizibilității care are în vedere intersecția fețelor poliedrului).
- La figura 14.7:
 - conturul aparent al proiecțiilor este:
 $[absea] \in [H]$, $[a's'f'a'] \in [V]$, $[b''s''e''b''] \in [L]$,
 - muchia $e's'$ este vizibilă deoarece punctul E are cea mai mare depărtare,
 - muchia $b's'$ este invizibilă deoarece există alte puncte care au depărtarea mai mare (A, E, F),
 - muchia $f''s''$ este invizibilă deoarece există alte vîrfuri care au abscisa mai mare (A, B, E),
 - muchia $a''s''$ este vizibilă deoarece vîrfurile A are cea mai mare abscisă.

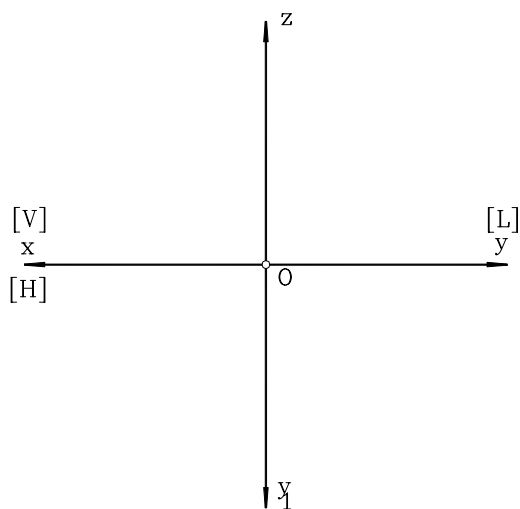
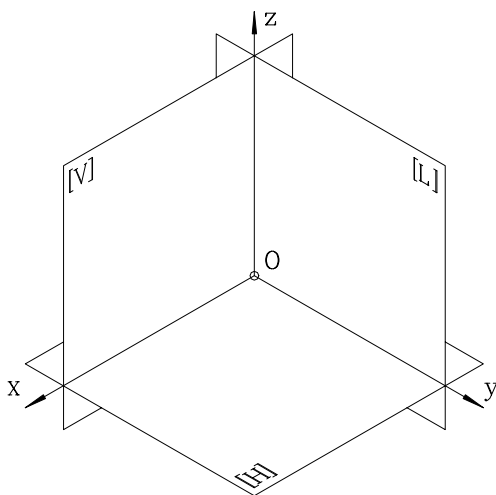
14.4. STABILIREA VIZIBILITĂȚII ÎN EPURĂ A PROIECȚIILOR UNEI PIRAMIDE

Pentru aceleași cazuri prezentate anterior, în continuare s-a stabilit vizibilitatea în epură a proiecțiilor piramidei $\{SABC\}$ (fig.14.2, fig.14.4, fig.14.6) și $\{SABEF\}$ (fig.14.8), considerând numai proiecțiile din planul orizontal și vertical de proiecție.

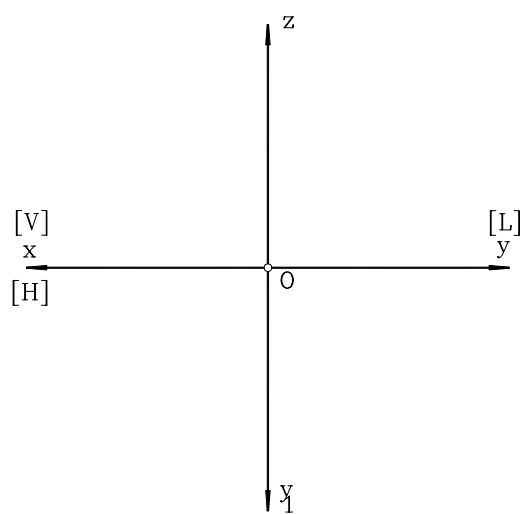
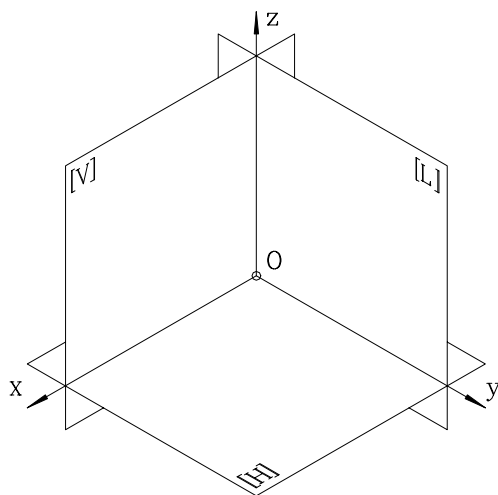
Vizibilitatea în epură se stabilește cu ajutorul regulilor prezentate anterior și pe baza observațiilor efectuate la figurile 14.1, 14.3, 14.5, 14.7. Se poate sesiza corespondența între imaginile intuitive (figurile 14.1, 14.3, 14.5, 14.7) și proiecțiile plane (figurile 14.2, 14.4, 14.6, 14.8).

14.5.APLICAȚII

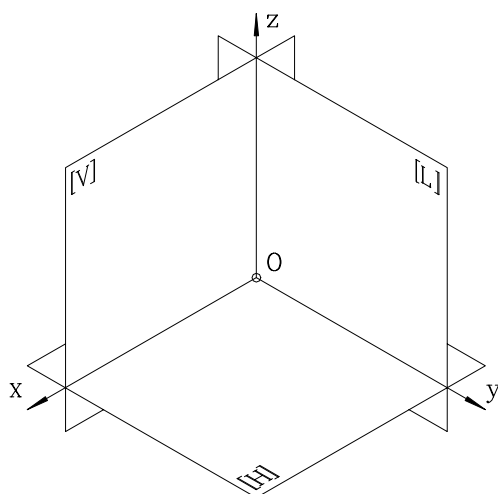
1. Se consideră o piramidă dreaptă $\{SABC\}$, având baza un triunghi oarecare, $\Delta[ABC]$, situată într-un plan perpendicular pe planul vertical de proiecție. Să se determine adevărata mărime a triunghiului bazei, prin metoda rotației. Să se stabilească, în epură, vizibilitatea piramidei.

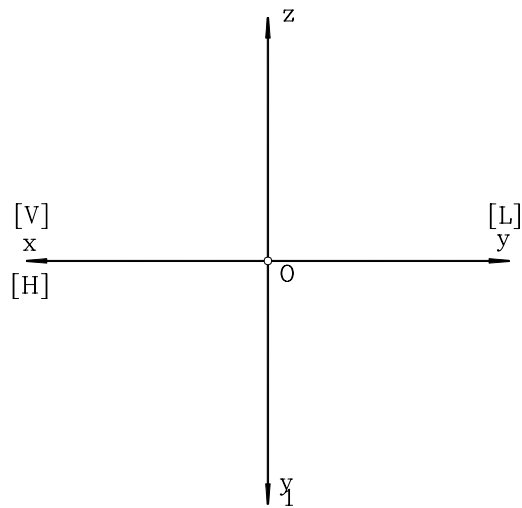


2. Fie o prismă triunghiulară înclinată, având ca bază triunghiurile $\Delta[ABC]$ și, respectiv $\Delta[A_1B_1C_1]$. Baza $\Delta[ABC]$ se află în planul vertical de proiecție. Să se proiecteze această prismă cunoscând că suprafețele bazelor sunt paralele. Să se determine vizibilitatea în epură a proiecțiilor prisme.

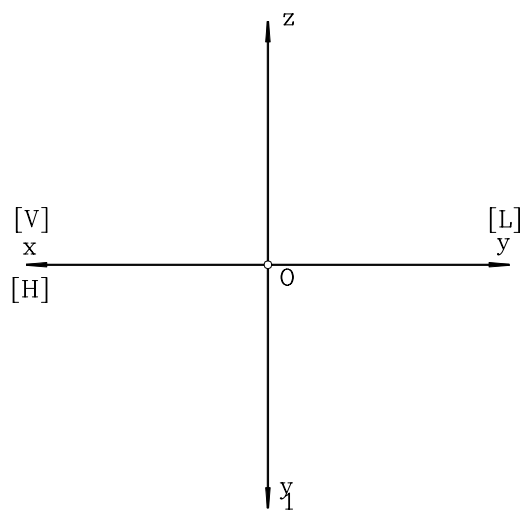
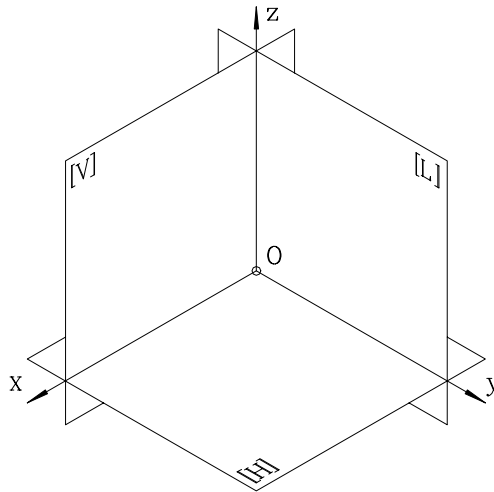


3. Să se stabilească vizibilitatea în epură a unei prisme hexagonale oblice având bazele cuprinse în planul orizontal, respectiv lateral de proiecție.

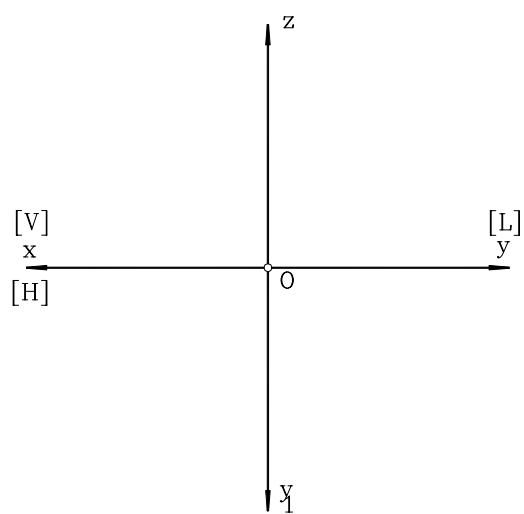
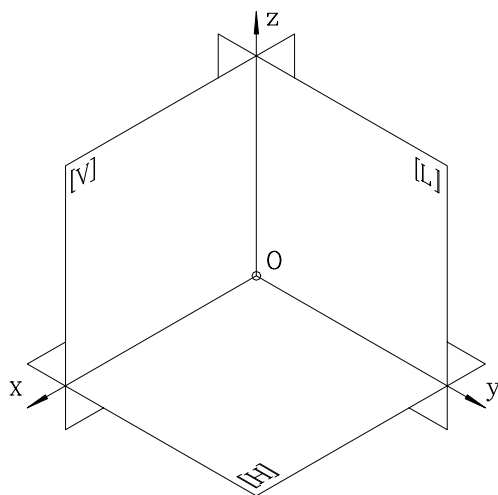




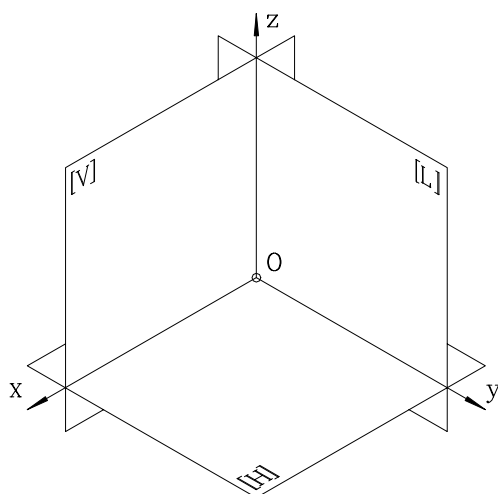
4. Să se proiecteze și, apoi, să se stabilească vizibilitatea proiecțiilor unui trunchi de piramidă triunghiulară oblică, dacă baza mare se află în planul orizontal, iar baza mică este situată într-un plan perpendicular pe planul lateral de proiecție.

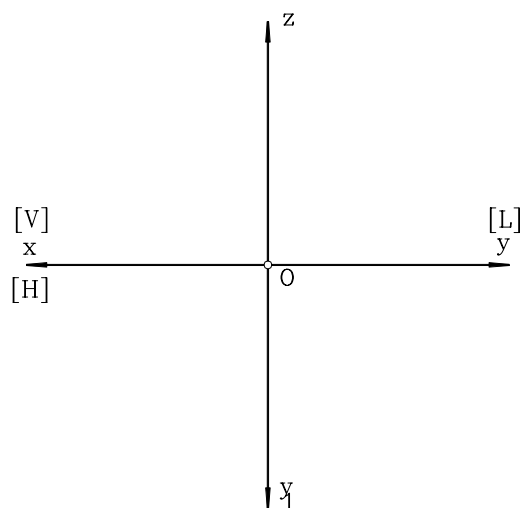


5. Fie piramida triunghiulară oblică $\{SABC\}$, cu baza $\Delta[ABC]$, situată pe planul lateral de proiecție, în primul triedru de proiecție. Să se construiască piramida $\{S_1ABC\}$, simetrică față de planul lateral de proiecție cu cea inițială. Să se proiecteze cele două piramide și să se stabilească vizibilitatea acestor proiecții, în epură.



6. O piramidă dreptunghiulară oblică {SABEF} are baza în planul vertical de proiecție, în primul triedru. Vârful S se află în triedrul V de proiecție. Să se stabilească vizibilitatea în epură a proiecțiilor acestei piramide.





7. Să se reprezinte axonometric și în epură un con ale cărui elemente cunoscute sunt: coordonatele vârfului $S(s,s',s'')$, raza cercului de bază R , coordonatele centrului cercului de bază $\Omega(\omega,\omega',\omega'')$ și planul în care se situează cercul de bază (de ex. planul orizontal).

MOD DE LUCRU

Se vor respecta etapele de mai jos:

- se reprezintă punctul $S(s,s',s'')$, vârful conului,
- se reprezintă punctul $\Omega(\omega,\omega',\omega'')$, centrul cercului de bază,
- cunoscând planul de proiecție în care este poziționat cercul de bază, se va reprezenta, în acest plan, cercul de rază R , în adevărată mărime; se observă că pe celelalte plane de proiecție cercul este deformat, el degenerând într-o dreaptă,
- se unește vârful conului cu cercul de bază, astfel încât generatoarele care formează conturul aparent al conului vor fi tangente la cercul de bază,
- problema vizibilității se rezolvă conform principiilor de vizibilitate studiate.

EXEMPLU NUMERIC

Să se reprezinte conul având coordonatele vârfului $S(5,60,55)$, respectiv al centrului cercului bazei, $\Omega(45,30,0)$, și raza $R = 16\text{mm}$ (fig.14.9, fig.14.10).

Pentru extinderea aplicațiilor, în tabelul 14.1 sunt prezentate diferite combinații numerice pentru coordonatele punctelor caracteristice ale conului, precum și pentru raza bazei acestuia.

Tabelul 14.1

Nr. variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
Ω	ω_x	90	100	95	95	105	105
	ω_y	50	40	40	45	50	45
	ω_z	0	0	0	0	0	0
S	s_x	90	100	95	95	105	105
	s_y	50	40	40	45	50	45
	s_z	120	120	120	115	115	115
R [mm]	32	32	32	30	30	30	

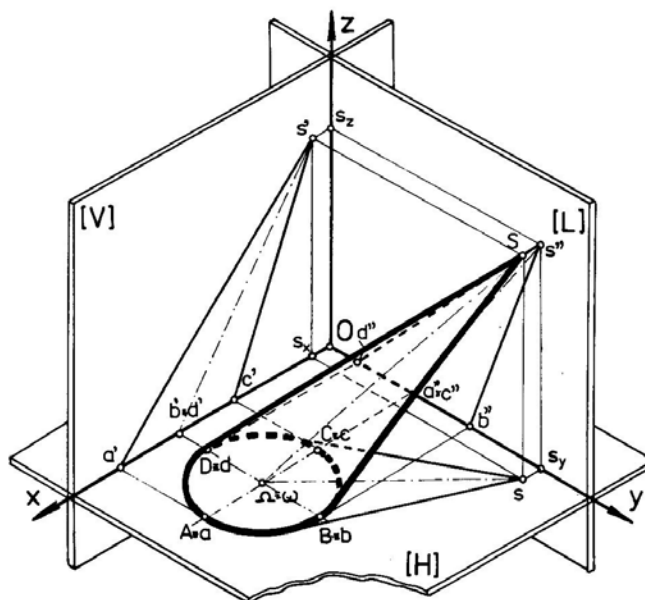


Figura 14.9

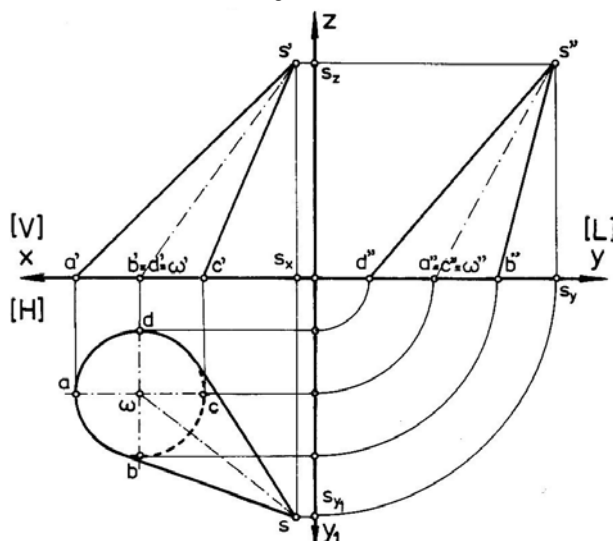


Figura 14.10