

# 1. PROBLEMELE REZISTENȚEI MATERIALELOR

## 1.1. Obiectul și problemele rezistenței materialelor

Rezistența materialelor este o **disciplină de cultură tehnică generală**, situată între științele fizico-matematice și disciplinele de specialitate ale inginerului. Ea este o continuare logică a mecanicii teoretice, o dezvoltare a acesteia prin introducerea în calcule a **caracteristicilor mecanice și elastice ale materialelor**.

**Rezistența materialelor are ca obiect stabilirea metodelor și procedeele de calcul ale eforturilor, tensiunilor și deformațiilor ce apar în diferite puncte ale elementelor de rezistență, când asupra acestora acționează forțe, precum și stabilirea și utilizarea relațiilor dintre eforturi și dimensiunile secțiunii.**

Rezolvarea problemelor în cadrul rezistenței materialelor are în vedere următoarele trei aspecte :

- I. **aspectul static**, prin care se stabilesc, pe baza legilor mecanicii, relații între forțele exterioare și eforturi (forțe interioare) și respectiv relații între eforturi și tensiuni;
- II. **aspectul geometric**, prin care se analizează deformațiile corpului sub acțiunea sarcinilor;
- III. **aspectul fizic**, prin care se determină pe cale experimentală relațiile de legătură (legile) dintre forțe și deformații, precum și caracteristicile mecanico-elastice ale materialului respectiv.

Rezistența materialelor rezolvă următoarele **trei categorii** de probleme:

- a) **probleme de verificare**, prin care se determină dacă un element de rezistență cu anumite dimensiuni îndeplinește sau nu, sub acțiunea forțelor, condițiile de rezistență, rigiditate și stabilitate;
- b) **probleme de calcul a sarcinii capabile**, prin care, cunoscându-se materialul și caracteristicile sale mecanice și elastice, dimensiunile și modul de solicitare ale elementului de rezistență, se determină valoarea sarcinilor pe care le poate suporta.
- c) **probleme de dimensionare**, prin care se stabilesc dimensiunile optime ale pieselor proiectate.

Fiecare din aceste probleme se rezolvă printr-un **calcul de rezistență**. La baza calculului de rezistență stau **două criterii**:

I. **de bună funcționare**, ceea ce presupune asigurarea la piesa proiectată a:

- a) - rezistenței;
- b) - rigidității;
- c) - stabilității.

II. **de eficiență**, care urmărește ca piesa proiectată să reprezinte soluția cea mai economică posibilă în privința consumului de material și de manoperă.

Din aceste două criterii se observă întrepătrunderea tehnicului (criteriul unu) cu economicul (al doilea criteriu). Pentru ca un calcul de rezistență să poată fi considerat corespunzător trebuie ca acesta să îndeplinească simultan cele două criterii.

Primul criteriu presupune:

- a) Fiecare element de rezistență al unui ansamblu **trebuie să reziste** tuturor solicitărilor ce apar în acesta pe toată durata de exploatare și de aceea **condiția de rezistență se impune prima**. În acest scop în Rezistența materialelor se învață cum **să se aleagă materialul corespunzător, forma secțiunii cea mai avantajoasă și se stabilesc relații între secțiunea transversală și solicitări**, în așa fel ca la solicitările maxime, eforturile care apar în secțiunea respectivului element de rezistență să fie inferioară celei ce produce ruperea.
- b) **Condiția de rigiditate** impune **valori limită pe care să le atingă deformațiile** elementelor de rezistență ale unui ansamblu în timpul solicitării maxime, în exploatare. De aceea Rezistența materialelor stabilește relații între secțiunea transversală a corpului și deformațiile ce apar datorită acțiunii forțelor și ele servesc la calculul de rezistență (verificare, calculul capacității de încărcare și dimensionare). Capacitatea corpurilor de a avea deformații mici sub acțiunea forțelor se numește **rigiditate**.
- c) **Condiția de stabilitate** impune menținerea formei inițiale de echilibru stabil al elementului de rezistență, sub acțiunea forțelor. De multe ori în practică apar cazuri când dimensiunile elementului de rezistență satisfac condițiile de rezistență și rigiditate impuse pentru solicitarea maximă, însă la forțe inferioare își pierd stabilitatea formei inițiale de echilibru. Fenomenul se manifestă prin apariția bruscă

a unei deformații foarte mari care poate duce, adesea, la ruperea respectivului element de rezistență și distrugerea întregii construcții.

Exemplul clasic de pierderea stabilității forme de echilibru este cazul unei bare drepte lungi și subțiri (zvelte) comprimate. Pentru forțe mici bara își păstrează forma rectilinie. Dacă se mărește forța, la o anumită valoare a acesteia, bara se încovoie brusc, putând să se rupă. Fenomenul este cunoscut sub numele de **flambaj la compresiune** sau **pierderea stabilității**, iar forța la care a avut loc fenomenul se numește **forță critică de flambaj**.

## 1.2. Terminologie

Rezistența materialelor utilizează noțiuni specifice ale altor discipline cum ar fi matematica, fizica, mecanica, tehnologia materialelor etc, dar și simboluri și noțiuni proprii. În țara noastră sunt o serie de standarde care definesc noțiunile rezistenței materialelor dintre care menționăm:

STAS 1963-83 - Rezistența materialelor. Terminologie și simboluri;

STAS 8147-86 - Tensometrie. Terminologie;

SR EN 1002-1: 1994 - Materiale metalice. Încercarea la tracțiune. Partea 1.

SR EN 1002-2 : 1994 - Materiale metalice. Încercarea la tracțiune. Partea 2.

Determinarea caracteristicilor elastice.

STAS 10108 / 0,1,3 -78 - Calculul elementelor din oțel.

S-au amintit doar câteva din standarde pentru a sublinia că terminologia, simbolurile și noțiunile utilizate în Rezistența materialelor sunt reglementate și utilizarea acestora este obligatorie. Terminologia specifică se va introduce progresiv, pe parcursul cursului și se va repeta, ceea ce va ușura asimilarea ei.

## 1.3. Clasificarea corpurilor în rezistența materialelor

Din totalitatea caracteristicilor elementelor de rezistență, în Rezistența materialelor, se rețin numai acele caracteristici necesare calculului de rezistență făcând abstracție de celelalte. În acest scop corpurile se schematizează în **modele**

**matematice** ce au **anumite caracteristici mecanice și elastice**. Ca urmare, corpurile se vor încadra în următoarele cinci modele: **fir, bară, membrană, placă și bloc**. Prin aceste modele Rezistența materialelor schematizează, printr-o **metodă de calcul**, numeroase organe de mașini și elemente de construcții și deci, calculul de rezistență are o largă generalizare.

În raport cu geometria lor, corpurile se împart în trei grupe:

a) **Corpurile cu fibră medie**, cele ce au una din dimensiuni, lungimea, mult mai mare decât celelalte două, lățimea și grosimea. Ele se definesc prin:

- **axa longitudinală** - ce poate fi dreaptă, curbă, linie frântă, etc.
- **secțiunea transversală** - ce poate fi constantă sau variabilă în lungul axei longitudinale.

Din această grupă fac parte:

- **firele**- care pot fi solicitate numai la întindere și nu opun practic nici o rezistență solicitărilor transversale sau de compresiune;
- **barele** - care rezistă atât la solicitări axiale cât și transversale.

După destinație și modul de solicitare barele poartă diferite denumiri specifice: **tiranți** - când sunt solicitate la întindere, **stâlpi** - când sunt solicitate la compresiune, **grinzi** - când sunt solicitate la încovoiere, **arbori** - când sunt solicitate, în special, la torsiune.

Prin **fibră medie** sau **axă** se înțelege locul geometric al centrelor de greutate al secțiunilor plane normale, pe axa barei (sau a firului), iar prin **secțiune normală**, secțiunea plană perpendiculară pe axă.

b) **Corpurile cu suprafață mediană** au una din dimensiuni - grosimea - relativ mică în raport cu celelalte două - lățimea și lungimea -. Din această grupă fac parte membranele și plăcile.

- **Membranele**, ce au grosimea foarte mică, nu rezistă la sarcini transversale sau de compresiune ci numai la sarcini de întindere.
- **Plăcile**, plane sau curbe, pot prelua și sarcini transversale și de compresiune.

Exemple de plăci : capace și pereți de rezervoare, cupole, planșee, etc. iar de membrane: pânza de cort, membrane amortizoare etc.

c) **Blocuri** sau **corpuri masive** , care au dimensiunile de același ordin de mărime. Exemple : bilele și rolele de rulment, blocurile de fundații, etc.

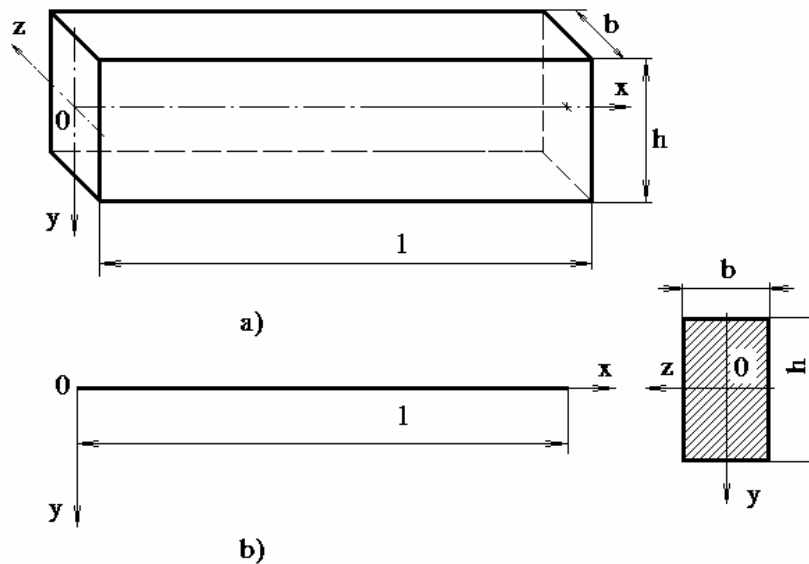
Calcululele de rezistență diferă de la o grupă la alta, ele fiind cele mai simple la fire și la bare drepte, cresc în complexitate la barele curbe și cadre, devenind deosebit de complicate la plăci și blocuri.

Rezistența materialelor prezintă modul de determinare a eforturilor, tensiunilor și deformațiilor în cele mai simple și des utilizate corpuri și din acest motiv studiul barei drepte, de secțiune constantă sau variabilă, formează baza și este tratată în cea mai mare parte din curs.

Modelul unei bare drepte (fig. 1.1,a) se schematizează ca în fig. 1.1,b. Astfel, modelul barei conține **axa barei**, de lungime **L** trasată **cu linie groasă** în figură și **secțiunea transversală**, dreptunghiulară în acest caz, de lățime **b** și înălțime **h**.

**Sistemul de axe atașat modelului**, este **un sistem triortogonal drept** cu **axa Ox -axa barei** și sistemul **yOz**, axele centrale principale ale secțiunii.

În general toate aceste modele se pot numi **elemente de rezistență**. În cele ce urmează, pentru noțiunea generală de element de rezistență se va folosi simbolul **ER** pentru forma singular și (**ER**) pentru forma plural.



**Fig. 1.1**

Un element de rezistență poate fi confecționat din diferite materiale și cu diferite dimensiuni. Comportarea (ER) la acțiunea sarcinilor depinde atât de dimensiunile și forma secțiunii transversale, cât și de anumite caracteristici mecanice și elastice ale materialului.

Rezolvarea problemelor de rezistență implică utilizarea atât a dimensiunilor geometrice cât și modul de încărcare, caracteristicile elastice și mecanice ale materialului fiecărui ER.

#### **1.4. Ipoteze de bază ale rezistenței materialelor**

Pentru a putea stabili relațiile de calcul simple, în Rezistența materialelor se folosesc anumite ipoteze referitoare atât la structura materialelor cât și la comportarea lor sub acțiunea sarcinilor aplicate. Aceste ipoteze sunt uneori în concordanță cu realitatea, iar alteori ele reprezintă simplificări ale fenomenelor reale, care duc la rezultate verificate experimental și deci acceptabile pentru scopul rezistenței materialelor.

Ipotezele de mai jos sunt de bază și în afară de acestea s-au făcut sau se vor mai face și alte ipoteze specifice în anumite capitole. Ca primă ipoteză expusă a fost schematizarea corpurilor în fire, bare, membrane, plăci și blocuri.

Ipotezele de bază ale rezistenței materialelor sunt :

**I. Ipoteza mediului continuu**, prin care se admite că **materialul ER se consideră un mediu continuu ce ocupă întregul spațiu delimitat de volumul său**. Această ipoteză corespunde satisfăcător materialelor amorfe dar nu corespunde realității la cele cristaline. Ipoteza este necesară întrucât mărimile din rezistența materialelor, cum sunt tensiunile, deplasările, deformațiile, etc. pot fi scrise ca funcții continue de punct și nu ca funcții discrete specifice pentru fiecare cristal sau particulă, permițând folosirea calculului și metodelor analizei matematice .

**II. Ipoteza mediului omogen**, prin care se admite că **materialul ER are în toate punctele din volumul său aceleași mărimi fizice** . Nici această ipoteză nu concordă în totalitate cu realitatea în special în cazul betonului, lemnului și chiar al metalelor. Astfel, la metale prin diverse tratamente termice sau mecanice se creează cruste dure și caracteristici mecanice diferite de ale miezului.

**III. Ipoteza izotropiei**. **Materialele se consideră izotrope când au pe toate direcțiile aceleași caracteristici elastice  $E$ ,  $G$  și  $\nu$** . În caz contrar materialele se consideră **anizotrope**. În rezistența materialelor, toate materialele se consideră izotrope.

**IV. Ipoteza elasticității perfecte**. Dacă tensiunile nu depășesc **anumite valori limită, materialele utilizate de ingineri se consideră perfect elastice**. Cea ce înseamnă că deformațiile produse de sarcini se anulează odată cu anularea sarcinilor.

**V. Ipoteza proporționalității între tensiuni și deformații specifice**. **Pentru solicitări în domeniul elastic se consideră că între tensiuni și deformații specifice există o relație liniară, adică este valabilă legea lui Hooke**.

**VI. Ipoteza deplasărilor mici**. În afară de unele excepții, în Rezistența materialelor se consideră că **deformațiile ER sunt foarte mici în raport cu dimensiunile acestuia**. Ipoteza este foarte importantă întrucât **ecuațiile de echilibru static se pot**

**scrie raportând forțele la starea inițială nedeformată a ER.** Tot pe baza acestei ipoteze, în calculele analitice, **termenii ce conțin deformații specifice sau deplasări la puteri superioare se pot neglija în raport cu termenii la puterea întâi** (teoria de ordinul întâi).

**VII. Ipoteza proporționalității dintre deformații specifice și deplasări.** În domeniul elastic se consideră că **între deformațiile specifice și deplasări există o relație liniară.** Ipoteza este o consecință a ipotezei deformațiilor mici.

**VIII. Ipoteza secțiunilor plane (Bernoulli). Secțiunile plane și normale pe axa barei rămân plane și normale și după deformarea produsă de sarcini.** Această ipoteză se verifică experimental pe conturul barelor și se admite valabilă și în interiorul acestora.

Astfel în cazul barei din figura 1.2-a, supusă la întindere, secțiunea BC se deplasează în  $B\sim C\sim$  dar rămâne plană și normală pe axa barei. La fel pentru bara din figura 1.2-b supusă la încovoiere secțiunea AB se deplasează și se rotește în poziția  $B\sim C\sim$ , dar rămâne plană și normală pe axa barei.

**IX. Principiul lui Saint-Venant.** Dacă se înlocuiesc forțele care **acționează pe o porțiune mică a ER cu un alt sistem de forțe echivalent din punct de vedere static cu primul, noua distribuție a forțelor produce în locul de aplicare diferențe apreciable față de prima dar rămâne fără efect, sau cu efect neglijabil, la distanțe mari de locul de aplicare a forțelor.**

**X. Principiul suprapunerii efectelor.** Prin aplicarea unei sarcini **asupra unui ER până la limita prescrisă de proporționalitate a materialului, eforturile, tensiunile, deformațiile și deplasările ce se produc în ER depind exclusiv de mărimea acelei sarcini și nu sunt influențate de efectele altor sarcini aplicate anterior sau concomitent.** Acest principiu este o consecință a legii lui Hooke (deformațiile sunt proporționale cu sarcinile) și a ipotezei deformațiilor mici ce indică teoria de ordinul întâi.



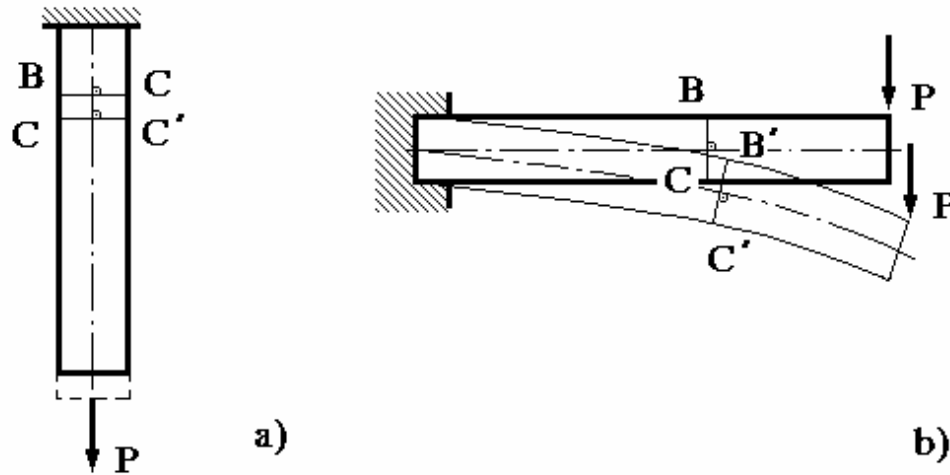


Fig. 1.2

### 1.5. Siguranța în funcționare. Coeficienți de siguranță. Rezistențe admisibile.

În rezolvarea problemelor de rezistența materialelor, (ER) dimensionate sau verificate li se pot impune anumite condiții, care să le asigure o bună funcționare pe toată durata de utilizare. Aceste condiții sunt :

- a) -condiții de rezistență;
- b) -condiții de rigiditate;
- c) -condiții de stabilitate.

### 1.5.1. Condiții de rezistență

Spunem că un ER este corespunzător, din punct de vedere al condițiilor de rezistență, atunci când tensiunile care se produc în acesta, datorită sarcinilor, nu depășesc anumite limite, stabilite convențional, dar corelate cu caracteristicile mecanice ale materialului din care este confecționat ER.

**Valoarea convențională aleasă în calcul, pe baza practicii, pentru tensiunea maximă care se poate produce într-o piesă, în condiții date de material și de solicitare se numește rezistență admisibilă.**

Ținând seama de deformațiile care se produc, până la rupere, materialele se împart în două grupe :

**-tenace**, care se deformează mult înainte de rupere (ex : oțelurile de rezistență mică și mijlocie);

**-fragile**, care nu se deformează sau se deformează foarte puțin, fără producerea fenomenului de gătuire înainte de rupere (exemplu : fonta, sticla, otelul de rezistență mare, etc.).

Rezistența admisibilă poate fi definită în comparație cu **o stare limită, periculoasă**, care trebuie evitată .

La materialele tenace, care au limita de curgere  $\sigma_c$ , rezistența admisibilă se definește prin relația :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_c}{c_c} \quad (1.1a)$$

unde:  $c_c$  este **coeficientul de siguranță** față de limita de curgere.

Alegând în calcul un coeficient de siguranță corect, se va evita atingerea limitei de curgere, deci producerea de deformații mari, care pot scoate piesa din funcțiune.

La materialele fragile rezistența admisibilă se definește în funcție de rezistența la rupere :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{c_r} \quad (1.1b)$$

unde:  $c_r$  este **coeficientul de siguranță** față de rezistența la rupere.

Verificările efectuate pe diferite (ER) au arătat care ar trebui să fie valorile cele mai potrivite pentru coeficienții de siguranță și deci și pentru rezistențele admisibile. Spre exemplu, dacă ne referim la oțel rezistența admisibilă trebuie să fie inferioară nu numai limitei de curgere ci și limitelor de elasticitate și proporționalitate.

La alegerea coeficientului de siguranță trebuie să ținem seamă de următorii factori :

- a) **Natura materialului și tehnologia de fabricație.** Fiecare material are anumite caracteristici mecanice care determină rezistența admisibilă. Coeficientul de siguranță este cu atât mai mare cu cât materialul este mai neomogen. Astfel, pentru fontă coeficientul de siguranță este mai mare decât pentru oțel, la beton, lemn, coeficientul de siguranță este mai mare decât la metale. Structura neuniformă a materialului, existența crustelor de turnare, forjare, laminare sunt factori tehnologici care au efect negativ asupra rezistenței admisibile și deci vom lua în calcul un coeficient de siguranță mai mare.
- b) **Felul solicitării.** Prin efectuarea de încercări mecanice (întindere, compresiune, încovoiere, etc.) s-a constatat că materialele au caracteristici mecanice diferite în funcție de modul de solicitare. Unele materiale au totuși rezistențe admisibile egale pentru diferite solicitări de exemplu, oțelul pentru întindere, compresiune, încovoiere .
- c) **Modul de acțiune a sarcinilor în timp.** La solicitări ale ER cu sarcini statice coeficientul de siguranță este mai mic decât la sarcini variabile în timp sau la sarcini aplicate cu șoc. S-a constatat experimental că un material cu rezistența de rupere  $\sigma_r$  , supus unor solicitări variabile în timp se rupe la valori  $\sigma_{max}$  inferioare lui  $\sigma_r$ . Acestui fenomen i s-a dat numele de **oboseală a materialului**. Valoarea limită superioară a lui  $\sigma_{max}$  la care materialul rezistă la un număr foarte mare de cicluri (ex.  $5 \cdot 10^7$ .. $10^8$  cicluri) fără a se rupe se numește **rezistență la oboseală**.

- d) Modul de evaluare a sarcinilor și de realizare a ipotezelor de calcul.** Cu cât sarcinile sunt mai incert evaluate, cu cât ipotezele și schemele de calcul au un grad mai mare de aproximare, cu atât rezistențele admisibile trebuie să fie mai mici și coeficienții de siguranță mai mari.
- e) Durata de folosire a piesei.** Pentru piese cu durată scurtă de funcționare, se pot lua coeficienți de siguranță mai mici, deci rezistențe admisibile mai mari.
- f) Temperatura.** Temperaturile înalte sau scăzute influențează negativ rezistențele admisibile. Pentru (ER) importante care vor lucra la temperaturi ridicate sau joase, rezistența admisibilă se alege în funcție de caracteristicile mecanice la temperatura respectivă.

### 1.5.2. Condiții de rigiditate

Funcționarea unor piese este posibilă numai atunci când deformațiile lor nu depășesc anumite limite. Ca exemplu: un arbore ce are deformații mari la încovoiere provoacă o uzură prematură a lagărelor. Din această cauză în calculul de rezistență se impun anumite limite pentru mărimea deformațiilor și se spune că ER trebuie să răspundă unor anumite condiții de rigiditate date.

### 1.5.3. Condiții de stabilitate

La problemele de stabilitate elastică, deși condițiile de rezistență sunt satisfăcute, la anumite valori ale sarcinilor, numite **valori critice**, piesele își pot pierde echilibrul stabil, fapt ce duce la distrugerea lor. Aceste (ER) trebuie să satisfacă **condițiile de stabilitate**, adică sarcinile aplicate să fie inferioare celor critice.

Se dau câteva valori orientative ale rezistențelor admisibile în anexa 1. Din acest tabel se observă că rezistențele admisibile la încovoiere sunt de obicei cu 10-20%

superioare celor de tracțiune, pe când cele de la forfecare și răsucire sunt 60-80% din cele de tracțiune. O excepție de la această regulă face fonta, ce are rezistențe admisibile la compresiune de 2...5 ori mai mari decât la tracțiune.