

TUDOR CLIPII  
VALERIU STOIAN  
DAN PINTEA  
LUMINIȚA FEKETE-NAGY  
GABRIEL SAS

CALCULUL  
ELEMENTELOR  
DIN BETON ARMAT  
METODE CLASICE  
ȘI ALTERNATIVE



EDITURA ORIZONTURI UNIVERSITARE  
TIMIȘOARA

**Tudor CLIPII**  
**Dan PINTEA**

**Valeriu STOIAN**  
**Luminița FEKETE-NAGY**  
**Gabriel SAS**

**CALCULUL ELEMENTELOR**  
**DIN BETON ARMAT**  
**METODE CLASICE ȘI ALTERNATIVE**



---

**EDITURA ORIZONTURI UNIVERSITARE**  
**TIMIȘOARA**

**Prof. dr. ing. Tudor CLIPII**  
**Prof. dr. ing. Valeriu STOIAN**  
**Şef lucr. dr. ing. Dan PINTEA**  
**Şef lucr. dr. ing. Luminiţa FEKETE-NAGY**  
**Drd. ing. Radu Gabriel SAS**

Universitatea "Politehnica" din Timișoara  
Facultatea de Construcții

E-mail: tudor.clipii@ct.upt.ro, valeriu.stoian@ct.upt.ro, dan.pintea@ct.upt.ro

Aportul autorilor la realizarea lucrării

Tudor Clipii	capitolele 3, 4 și 7
Valeriu Stoian	capitolele 1, 2, 5 și 6
Dan Pinte	capitolul 6
Luminița Fekete-Nagy	capitolul 5
Gabriel Sas	capitolul 7

*Autorii își exprimă recunoștința referentului științific, Prof.dr.ing. Ovidiu Mârșu, pentru deosebita atenție acordată la recenzia lucrării*

Referent științific

**Prof. dr. ing. Ovidiu MÂRȘU** – Universitatea "Politehnica" din Timișoara

Consilier editorial

**Prof. dr. ing. Ștefan KILYENI**

Pregătire pentru tipar

**Valentina ȘTEF**

Coperta

**Ioana BOTE**

**Dan STOIAN**

**Dan NIȚU**

# PREFAȚĂ

*Betonul armat este un material compozit al cărui calcul la diferitele stări limită trebuie să se bazeze pe anumite modele de calcul, acuratețea acestora evoluând în timp odată cu acumularea de noi cunoștințe.*

*Metoda clasică de proiectare a elementelor din beton armat este aceea prin care se realizează dimensionarea și conformarea plecând de la secțiunea elementului. Adoptând procedeul – secțiune cu secțiune – se determină armarea longitudinală și apoi cea de transversală pe baza înfășurătoarei eforturilor secționale. Interacțiunea dintre momentul încovoietor și forța tăietoare, pe de o parte, respectiv forța tăietoare și momentul de torsiune, pe de altă parte, este fie ignorată, fie tratată empiric. Un astfel de procedeu nu este valabil în toate situațiile și în toate zonele unui element, totuși această abordare este folosită în mod curent pentru calculele practice.*

*În situațiile în care metoda clasică este îndepărtată de comportarea reală a elementului, se impune utilizarea unei metode alternative de calcul care să țină seama de comportarea de ansamblu a elementului și prin care efectele de interacțiune dintre diferitele tipuri de solicitări să poată fi corect evaluate. O astfel de abordare se poate realiza prin folosirea procedeeului modelului de bare. Pornind de la imaginea grafică a stării de tensiuni, foarte dificil de evaluat în anumite cazuri, se concepe un model de bare întinse și comprimate. Pe baza forțelor de întindere din barele modelului se calculează și se detaliază armăturile elementului. Forțele axiale din barele modelului permit rezolvarea unor zone critice ale elementului (reazeme, forțe concentrate cu intensități semnificative, ancorarea și devierea barelor, etc.).*

*Lucrarea de față se dorește a fi un manual privind aplicarea metodei clasice de calcul, respectiv a uneia alternative, fiind structurată în două părți.*

*Prima parte se referă la aspecte legate de utilizarea unor programe de calcul, simple, scrise în limbaj BASIC. Setul de programe utilizate în mecanica construcțiilor are în vedere analiza statică, dinamică sau de stabilitate a structurilor de construcții alcătuite din bare sau plăci plane. Pe baza noțiunilor asociate calculului elementelor de beton armat, prezentate într-unul din primele capitole, au fost elaborate o serie de programe pe tipuri de solicitări și forme de secțiuni transversale, aceste programe dorindu-se a fi un exemplu de modul în care relațiile de calcul se pot transpune într-o succesiune de instrucțiuni executabile. Programele pot fi modificate, completate sau reunite în programe mai mari conform dorințelor fiecărui utilizator.*

*Cea de a doua parte a lucrării este dedicată în întregime procedeeului modelului de bare, făcându-se o descriere largă a aspectelor teoretice referitoare la discontinuitățile elementelor structurale din beton armat, analiza elementelor cu discontinuități, cele trei posibilități de alegere a modelului de bare, calculul armăturilor și verificarea compresiunilor în beton, precum și detalierea elementelor, în special a zonelor aferente nodurilor modelului de bare. În cazurile simple modelul de bare se stabilește intuitiv, în schimb în cazurile complexe este necesară analiza elastică a stării de tensiuni care, însă, poate face dificilă aplicarea procedeeului. Pentru depășirea acestui impediment semnificativ a fost elaborat un program*

*de calcul, care sub mediul grafic AutoCAD, reunește analiza stării de tensiuni efectuată cu metoda elementelor finite cu analiza statică a modelului de bare. Având în vedere cele de mai sus, este evidentă necesitatea unei anumite experiențe în proiectare. De aceea, pentru o mai bună înțelegere a procedeeului, în ultima parte se prezintă o serie de aplicații numerice. Pentru a evidenția corectitudinea procedeeului s-a realizat o comparație cu teoria clasică a betonului armat și cu rezultatele unor încercări experimentale efectuate pe elemente structurale din beton armat.*

*Lucrarea este însoțită de un CD pe care sunt inscripționate fișierele sursă ale programelor pentru mecanica construcțiilor și cele pentru calculul elementelor din beton armat, utilitarul pentru instalarea programului PMB pentru utilizarea procedeeului modelului de bare, precum și exemple de calcul. Legat de utilizarea acestor programe, autorii așteaptă observațiile și propunerile de îmbunătățire a acestora.*

*Prin conținut și modul de abordare a subiectelor, cartea se adresează atât studenților constructori, în special prima parte a materialului, cât și inginerilor din proiectare.*

*Autorii lucrării sunt cadre didactice ale Facultății de construcții din Universitatea POLITEHNICA din Timișoara și aparțin școlii de beton, creată de eminentul prof. emerit Constantin Avram. Preocupările în domeniul programelor de calcul pentru mecanica construcțiilor și calculul elementelor din beton armat au existat de o lungă perioadă de timp. Cercetările privind procedeeul modelului de bare, abordate în câteva granturi CNCSIS și lucrări de doctorat, reprezintă preocupări mai recente, validându-se utilitatea procedeeului în proiectarea elementelor din beton armat cu discontinuități.*

*Îmi exprim speranța că cititorii vor aprecia lucrarea, precum și programele puse la dispoziția lor de către autori, și o vor considera utilă în activitatea lor.*

*Prof. dr. ing. Ovidiu Mirșu*

# CUPRINS

<b>PREFAȚĂ.....</b>	<b>5</b>
<b>CUPRINS.....</b>	<b>7</b>
<b>1. PROIECTAREA ELEMENTELOR STRUCTURALE DIN BETON ARMAT.....</b>	<b>11</b>
<b>2. PROGRAME BASIC UTILIZATE ÎN MECANICA STRUCTURILOR .....</b>	<b>15</b>
2.1. Noțiuni generale.....	15
2.2. Descrierea programelor de calcul.....	16
2.2.1. Calculul static .....	17
2.2.1.1. Grinzi continue .....	17
2.2.1.2. Structuri plane articulate.....	17
2.2.1.3. Cadre plane oarecare .....	18
2.2.1.4. Cadre plane regulate .....	19
2.2.1.5. Pereți structurali.....	19
2.2.1.6. Plăci în starea plană de tensiuni sau de deformații .....	19
2.2.1.7. Plăci încovoiate .....	20
2.2.2. Calculul dinamic al cadrelor plane .....	21
2.2.3 Calculul de stabilitate al cadrelor plane.....	21
2.3. Algoritmi de calcul.....	21
2.3.1. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare .....	21
2.3.2. Obținerea valorilor și vectorilor proprii.....	22
<b>3. PRINCIPIILE DE CALCUL ALE ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT.....</b>	<b>23</b>
3.1. Analiza stării de eforturi unitare normale în domeniul elastic .....	23
3.1.1. Ipoteze simplificatoare pentru calculul eforturilor unitare.....	23
3.1.2. Calculul eforturilor unitare în elementele cu axa neutră plasată în secțiune.....	23
3.1.3. Calculul eforturilor unitare în elementele întinse cu secțiunea transversală fisurată .....	25
3.2. Calculul la încovoiere cu forță axială.....	26
3.2.1. Situații de solicitare .....	26
3.2.2. Influența zvelteții elementelor comprimate .....	28
3.2.3. Calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară .....	29
3.2.3.1. Secțiunea dreptunghiulară simplu armată supusă la încovoiere .....	29
3.2.3.2. Secțiunea dreptunghiulară dublu armată supusă la încovoiere .....	31
3.2.3.3. Secțiune dreptunghiulară simplu armată supusă la încovoiere oblică.....	32
3.2.3.4. Secțiunea dreptunghiulară aflată în cazul I de compresiune.....	34
3.2.3.5. Secțiunea dreptunghiulară aflată în cazul II de compresiune .....	36

3.2.3.6. Secțiunea dreptunghiulară supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică .....	38
3.2.3.7. Secțiunea dreptunghiulară supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare .....	39
3.2.4. Calculul elementelor cu secțiune în formă de T supuse la încovoiere .....	39
3.2.4.1. Secțiunea T simplu armată supusă la încovoiere .....	39
3.2.4.2. Secțiunea T dublu armată supusă la încovoiere .....	41
3.2.5. Calculul elementelor cu secțiune circulară supuse la compresiune excentrică .....	42
3.2.6. Calculul elementelor cu secțiune inelară supuse la compresiune excentrică .....	45
3.3. Calculul la forță tăietoare .....	47
3.3.1. Calculul direct al etrierilor .....	49
3.3.2. Calculul barelor înclinate .....	50
3.4. Calculul la torsiune .....	51
<b>4. PROGRAME BASIC PENTRU CALCUL ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT .....</b>	<b>53</b>
4.1. Programe pentru calculul eforturilor unitare normale în stadiul elastic .....	54
4.2. Programe pentru calculul elementelor încovoiate .....	55
4.2.1. Elemente încovoiate cu secțiune dreptunghiulară .....	55
4.2.2. Elemente încovoiate cu secțiune în formă de T .....	56
4.3. Programe pentru calculul elementelor supuse la compresiune excentrică .....	56
4.3.1. Efectele de ordinul II ale elementelor comprimate .....	56
4.3.2. Elemente cu secțiune dreptunghiulară supuse la compresiune excentrică .....	57
4.3.3. Elemente cu secțiune circulară supuse la compresiune excentrică .....	57
4.3.4. Elemente cu secțiune inelară supuse la compresiune excentrică .....	58
4.4. Programe pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară supuse la întindere excentrică .....	58
4.5. Program pentru calculul la forță tăietoare și torsiune .....	59
<b>5. PROCEDEUL MODELULUI DE BARE .....</b>	<b>61</b>
5.1. Principii de bază .....	61
5.2. Analiza elementelor cu discontinuități .....	62
5.3. Stabilirea modelului de bare .....	64
5.4. Elementele componente ale modelului .....	67
5.4.1. Barele modelului .....	67
5.4.2. Nodurile modelului .....	68
5.5. Determinarea eforturilor în barele modelului .....	69
5.6. Calculul modelului de bare .....	71
5.6.1. Dimensionarea barelor de armătură solicitate la întindere .....	71
5.6.2. Verificarea barelor de beton solicitate la compresiune .....	71
5.6.3. Verificarea nodurilor .....	72
5.6.3.1. Noduri distribuite (continue) .....	72
5.6.3.2. Noduri singulare (concentrate) .....	72

5.7. Prevederile normelor europene EC2 .....	74
5.7.1. Barele comprimate de beton .....	74
5.7.2. Armăturile .....	74
5.7.3. Nodurile .....	75
5.7.4. Console scurte .....	77
5.7.5. Colțuri de cadre .....	78
<b>6. PROIECTAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR PRIN PROCEDUREL MODELULUI DE BARE .....</b>	<b>81</b>
6.1. Programul de calcul Strut and Tie .....	81
6.2. Modulul de program pStress .....	84
6.2.1. Pregătirea datelor .....	84
6.2.2. Introducerea datelor .....	86
6.2.3. Rezultatele oferite de modulul de program pStress .....	92
6.3. Modulul de program pTruss .....	93
6.3.1. Introducerea datelor .....	93
6.3.2. Rezultatele oferite de modulul pTruss .....	98
<b>7. EXEMPLE DE PROIECTARE PRIN PROCEDUREL MODELULUI DE BARE .....</b>	<b>99</b>
7.1. Procedeeul intuitiv de stabilire a modelului de bare .....	99
7.1.1. Console scurte .....	99
7.1.2. Etrieri ca armătură de suspendare .....	102
7.1.2.1. Grinda GTI .....	103
7.1.2.2. Grinda GL .....	103
7.2. Metoda traseului de scurgere a încărcărilor exterioare .....	105
7.3. Metoda bazată pe imaginea distribuției eforturilor unitare principale .....	108
7.3.1. Grindă perete cu gol .....	108
7.3.2. Rezemare prin suspendare .....	111
7.4. Comparație între teoria betonului armat și procedeeul modelului de bare .....	116
7.4.1. Calculul curent conform teoriei betonului armat .....	116
7.4.2. Calculul prin procedeeul modelului de bare .....	117
7.5. Compararea procedeeului modelului de bare cu rezultate experimentale .....	118
7.5.1. Modelul experimental .....	119
7.5.2. Calculul elementului experimental cu ajutorul procedeeului modelului de bare .....	119
<b>BIBLIOGRAFIE .....</b>	<b>123</b>
<b>ANEXE .....</b>	<b>125</b>
Anexa 1. Rezistențele caracteristice și valorile de bază ale rezistențelor de calcul ale betonului .....	125
Anexa 2. Coeficienții condițiilor de lucru pentru beton, $m_{bc}$ și $m_{bt}$ .....	126
Anexa 3. Modulul de elasticitate al betonului, $E_b$ .....	126
Anexa 4. Valoarea de bază a caracteristicii deformației în timp a betonului, $\varphi_0$ .....	126



Anexa 5. Valorile coeficienților de corecție $k_1, k_2, k_3, k_4$ .....	127
Anexa 6. Rezistențele caracteristice și de calcul ale armăturilor pentru betonul armat .....	128
Anexa 7. Aria secțiunii armăturilor la plăci armate cu plase legate .....	129
Anexa 8. Ariile secțiunilor transversale și masa armăturilor din bare laminate.....	130
Anexa 9. Caracteristicile plaselor sudate tipizate de serie mare .....	131
Anexa 10. Aria secțiunilor transversale ale barelor plaselor sudate.....	132
Anexa 11. Lungimea de ancorare a barelor de oțel beton.....	132

# 1

## PROIECTAREA ELEMENTELOR STRUCTURALE DIN BETON ARMAT

Proiectarea unei structuri de rezistență înseamnă alegerea celui mai adecvat tip de structură, determinarea acțiunilor directe (încărcări) și indirecte (deformații impuse) care solicită structura precum și combinațiile acestora, calculul eforturilor și al deplasărilor în secțiunile sau punctele caracteristice ale structurii. Pe baza rezultatelor calculului static, structura se dimensionează și alcătuieste așa încât să satisfacă condițiile de rezistență, stabilitate, oboseală, deformații, fisurare și de eficiență economică. Pentru structurile static nedeterminate, calculul eforturilor și al deplasărilor constituie partea cea mai dificilă.

În procesul de rezolvare al unei probleme de mecanica a structurilor (calculul static, dinamic sau de stabilitate) trebuie parcurse următoarele etape: stabilirea obiectului real (structura reală); alegerea modelului fizic (ipotezele simplificatoare); alegerea modelului matematic (ecuațiile problemei); rezolvarea problemei matematice; interpretarea fizică a rezultatelor matematice (eforturi și deplasări).

În etapele de mai sus, aspectul cel mai dificil îl constituie construirea modelului matematic și rezolvarea problemei matematice. De multe ori, pentru structurile bi- și tridimensionale de forme oarecare multiplu conexe, la care ecuațiile problemei sunt reprezentate în mod obișnuit de ecuații cu derivate parțiale (uneori ecuații integrale), modelul matematic nici nu poate fi construit sau sistemul de ecuații cu derivate parțiale nu poate fi rezolvat pe cale analitică; în aceste cazuri se face apel la aproximarea funcțiilor și la tehnica calculului numeric.

Pentru structurile formate din bare, în calculul static modelul matematic este constituit dintr-un sistem de ecuații algebrice liniare, modelul fizic putând fi un model complex cât mai apropiat de structura reală.

În cazul structurilor realizate din elemente bi- și tridimensionale (plăci plane și curbe, structuri masive), uneori chiar și în cazul cadrelor, ocolirea dificultăților de rezolvare poate fi realizată folosind procedee de discretizare matematică (metoda diferențelor finite) sau discretizare fizică (metoda elementelor finite, teoria echivalențelor). Procedeele de discretizare fizică practic s-a generalizat deoarece permite folosirea unui model fizic cât mai complet care poate să ia în considerare proprietățile reale ale materialelor folosite precum și comportarea reală sub încărcări a structurilor de rezistență și a terenurilor de fundare. Metoda elementelor finite reprezintă în momentul de față cea mai eficientă cale pentru calculul structurilor de construcții inginerești, indiferent de formă și de material.

Metoda elementelor finite este o procedura numerică de analiză în vederea obținerii unor soluții aproximative la o mare varietate de probleme inginerești. Datorită diversității și flexibilității sale ca instrument de analiză, metodei i s-a acordat o atenție sporită în inginerie și, în cadrul acestei ramuri, în domeniul ingineriei civile.

Explicația acestei dezvoltări a metodei se datorează și faptului că, din ce în ce mai des, soluțiile aproximative sunt preferate soluțiilor exacte la o întreagă gamă de probleme ale ingineriei de construcții. Așa de exemplu, pentru determinarea capacității portante a unei

plăci cu goluri dispuse aleator, se pot scrie ecuațiile care guvernează cazul, condițiile de rezemare, însă, se poate observa imediat că rezolvarea analitică nu poate fi obținută foarte ușor. Deși soluția există, ea nu poate fi ușor cunoscută fiind necesar un efort considerabil pentru a o obține. O posibilitate de a obține răspunsul ar fi aplicarea unor simplificări care să conducă la o situație care poate fi ușor rezolvată. Uneori această alternativă poate fi utilizată, alteori însă acest lucru nu este posibil deoarece oferă soluții inadecvate sau false. Din acest motiv este de preferat a păstra complexitatea problemei încercând găsirea unei soluții numerice aproximative, în această categorie încadrându-se și metoda elementelor finite. În asemenea cazuri de abordare acuratețea soluției depinde numai de dimensiunea și numărul elementelor discrete utilizate, precum și de tipul funcțiilor de interpolare utilizate.

Etapile care trebuie parcurse prin metoda elementelor finite sunt:

- discretizarea mediului continuu;
- alegerea tipului funcțiilor de interpolare;
- stabilirea caracteristicilor elementelor finite (matricele elementelor);
- asamblarea caracteristicilor elementelor finite pentru obținerea sistemului de ecuații;
- rezolvarea sistemului de ecuații;
- calculul parametrilor specifici în elementele finite (deformații, eforturi).

Analiza structurală, parte componentă a procesului de proiectare, presupune următoarele etape:

- evaluarea și determinarea încărcărilor;
- calculul solicitărilor secționale din elementele structurii;
- determinarea eforturilor unitare;
- verificarea capacității de preluare a eforturilor.

Verificarea eforturilor se face în conformitate cu normele în vigoare, norme care sunt supuse unor adaptări continue determinate de îmbunătățirea calității materialelor, de cunoștințele din domeniul construcțiilor și al materialelor de construcții etc. În același timp, există norme specifice fiecărui tip de structură. Deoarece determinarea solicitărilor se face de regulă în domeniul elastic, programele și algoritmul de calcul respectiv își păstrează autenticitatea în timp.

Utilizarea modelului structural în proiectare este o etapă esențială, care trebuie abordată cu foarte mare responsabilitate deoarece:

- alegerea unui model adecvat depinde de înțelegerea comportării structurii;
- conceperea modelului este o activitate de sinteză, în timp ce verificarea rezultatelor este o activitate de analiză; sinteza și analiza constituie activități cu un potențial înalt de creare a competențelor ingineresti mai degrabă decât aplicarea unor reguli;
- utilizarea calculatoarelor pentru calculele ingineresti presupune conceperea modelului și validarea acestuia, calculul modelului structural, respectiv verificarea și interpretarea rezultatelor.

Validarea reprezintă activitatea prin care se poate confirma sau infirma dacă modelul și programul de calcul satisfac cerințele contextului, verificarea reprezentând activitatea prin care se confirmă sau nu implementarea corectă a modelului în calcul. Interpretarea rezultatelor, împreună cu validarea și verificarea, constituie cheia reușitei procesului de modelare, cu atât mai mult cu cât, în principiu, educația inginerului se concentrează numai asupra etapei de calcul.

Folosirea metodelor numerice de calcul și a calculatoarelor electronice nu pot să înlocuiască gândirea inginerescă, ele fiind doar instrumente de lucru ale inginerului, experiența în domeniul construcțiilor, intuiția și înțelegerea fenomenelor fizice rămân elementele de bază. În prezent dezvoltarea modelului este o etapă mult mai importantă deoarece numai utilizarea corectă a modelului structural poate crea premisa reducerii riscului de a greși în analiza structurii.

Procedeul tradițional de proiectare al elementelor din beton armat este acela prin care se realizează dimensionarea și conformarea plecând de la secțiunea elementului. Sub efectul eforturilor secționale, de exemplu în număr de patru ( $N$ ,  $Q$ ,  $M$ , și  $M_t$ ) secțiunea se caracterizează printr-o distribuție complexă a rezultatelor interioare (fig.1.1). Utilizarea unei asemenea distribuții de eforturi îngreunează calculul în proiectarea curentă, de aceea eforturile secționale se grupează după natura eforturilor unitare pe care le produc și anume  $M$  și  $N$ , respectiv  $Q$  și  $M_t$ .

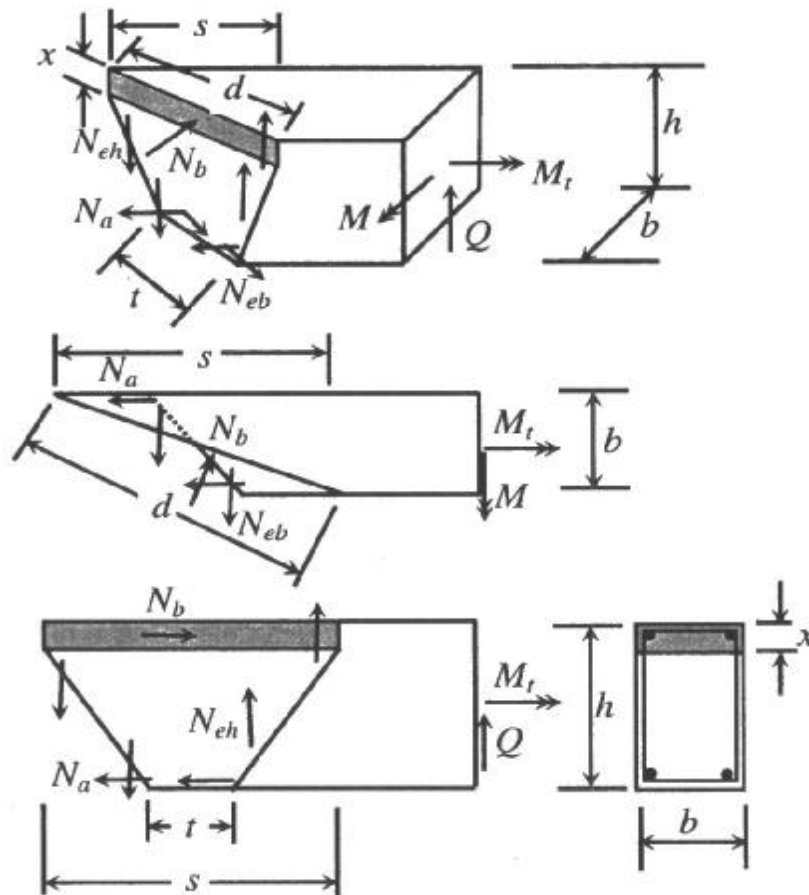


Fig. 1.1. Schema de cedare la încovoiere și torsiune cu tăiere

În cazul eforturilor  $M$  și  $N$  modul de cedare al secțiunii este descris de curba de interacțiune  $M$ - $N$ , curbă care este prevăzută și în normele românești actuale. În cazul eforturilor  $Q$  și  $M_t$  o asemenea interacțiune nu este prevăzută, calcul făcându-se separat pentru fiecare solicitare după care rezultatele se adăunează. În final se face comasarea armăturilor obținute din încovoierea cu forță axială cu cele rezultate din torsiune și tăiere.

Interacțiunea dintre tăiere și încovoiere este fie ignorată, fie tratată empiric. Un astfel de procedeu nu este valabil în toate situațiile și în toate zonele unui element. În consecință se impune utilizarea unui procedeu de proiectare care să țină seama de comportarea de ansamblu a elementului și prin care efectele de interacțiune dintre diferitele tipuri de solicitări să poată fi corect evaluate. Acest mod de proiectare presupune însă, seturi de eforturi determinate pentru fiecare ipoteză de încărcare deoarece dimensionarea se face în funcție de starea de eforturi pe întregul element. Implicarea proiectantului crește și ca atare procedeu nu este justificat pentru elemente simple, fiind însă recomandat la elementele complexe sau pentru detalierea anumitor zone din element, mai ales în contextul diversificării soluțiilor constructive.

Pentru situațiile semnalate mai sus, procedeu modelului de bare este o modalitate de proiectare a elementelor din beton structural. Procedeu reprezintă o generalizare a analogiei

structurilor din bare, astfel încât să poată fi aplicat sub forma modelului de bare întinse și comprimate pentru orice parte din structura. Utilizarea acestui procedeu se justifică prin aceea că structurile din beton armat transmit solicitările prin intermediul unui set de bare comprimate legate prin bare de armătură întinse. Plecând de la această constatare, structura poate fi înlocuită cu un set de bare comprimate și întinse legate între ele prin noduri. Totodată, procedeu acoperă și zonele elementului care erau rezolvate în mod obișnuit prin alcătuirii constructive de detaliu, eliminând empirismul.

Proiectarea cu ajutorul modelului de bare reprezintă un proces influențat de experiența și aprecierea subiectivă a proiectantului. Prin excelență, procedeu este folositor la realizarea detaliilor conducând proiectantul spre o soluție simplă și intuitivă, constituind totodată o modalitate de verificare în detaliu a structurii.

Inițial procedeu modelului de bare a fost propus și dezvoltat ca un procedeu de proiectare manual, bazat pe experiența și intuiția inginerescă pentru a trasa scurgerea eforturilor în structură prin intermediul unui sistem de bare, care ulterior este analizat și dimensionat cu metodele de dimensionare în vigoare. Proiectantul se folosește de direcțiile eforturilor principale obținute dintr-o analiză în domeniul elastic, efectuată cu metoda elementelor finite, metodă care este eficientă numai în contextul utilizării unor programe de calcul concepute în acest scop. Programele de calcul utilizate în procedeu modelului de bare vizează stabilirea optimă a modelului de bare, verificarea nodurilor modelului, optimizarea cantității de armătură din barele întinse. Calculul automatizat oferă proiectantului posibilitatea alegerii rapide a celui mai bun model de calcul și poate permite, în viitor, analize în domeniul neliniar.

# 2

## PROGRAME BASIC UTILIZATE ÎN MECANICA STRUCTURILOR

### 2.1. Noțiuni generale

Programele de calcul prezentate în cele ce urmează se pot utiliza pentru determinarea răspunsului static sau dinamic în domeniul elastic al celor mai frecvente tipuri de structuri utilizate în construcții – schelet structural, pereți structurali sau plăci.

Toate programele au la bază un algoritm de calcul bazat pe principiul metodei elementelor finite. În acest context, toate programele generează matricile caracteristice ale structurii - matricea de rigiditate, matricea încărcărilor și/sau matricea maselor, după care, printr-un algoritm de rezolvare a sistemului de ecuații liniare, respectiv de vectori și valori proprii, se obțin mărimile caracteristice. Schema bloc, de principiu, a parcurgerii acestor secvențe de calcul este prezentată în figura 2.1.

Pentru rezolvarea sistemului de ecuații liniare s-au utilizat algoritmi de calcul Gauss și Choleski, iar pentru calculul valorilor proprii algoritmul v.Mises. În toate cazurile, stocarea matricei de rigiditate în memoria calculatorului se face pe semibandă. Pentru obținerea unei lățimi de semibandă cât mai redusă, numerotarea nodurilor structurii discretizate în elemente finite interconectate în noduri trebuie să fie cât mai ordonată, orientată după direcția scurtă, în așa fel încât diferența dintre numerele de ordine ale nodurilor aferente elementelor finite să fie minimă.

Referitor la construirea modelelor de calcul cu elemente finite se fac următoarele precizări:

- o rețea densă de elemente finite dă o aproximare mai bună, dar sporește numărul de date și timpul de execuție al programului;
- în zonele susceptibile de apariție a unor concentrații mari de eforturi sau a unor variații bruște ale deformațiilor, rețeaua trebuie să fie mai densă; astfel de zone sunt cele din vecinătatea forțelor concentrate, a schimbărilor bruște de secțiune, a colțurilor intrânde, a liniilor unde proprietățile materialului se modifică;
- folosind numai elemente finite cu margini rectilinii, un contur curb se înlocuiește printr-o linie poligonală; acolo unde curbura este pronunțată, este indicat ca rețeaua să fie mai densă;
- cele mai eficiente elemente finite sunt cele cu formă geometrică regulată; în acest context, se vor evita elementele finite mult alungite.

În ceea ce privește obținerea și prelucrarea rezultatelor obținute prin aplicarea unui program de calcul, se face observația că interpretarea corectă de către utilizator a rezultatelor, presupune pe de o parte, cunoașterea metodei de calcul și a programului, iar, pe de altă parte, un minimum de experiență în analiza structurală. De aceea, se recomandă, ca întotdeauna, rezultatele obținute din analiza numerică să fie analizate comparându-le cu cele calculate prin metode simplificate.

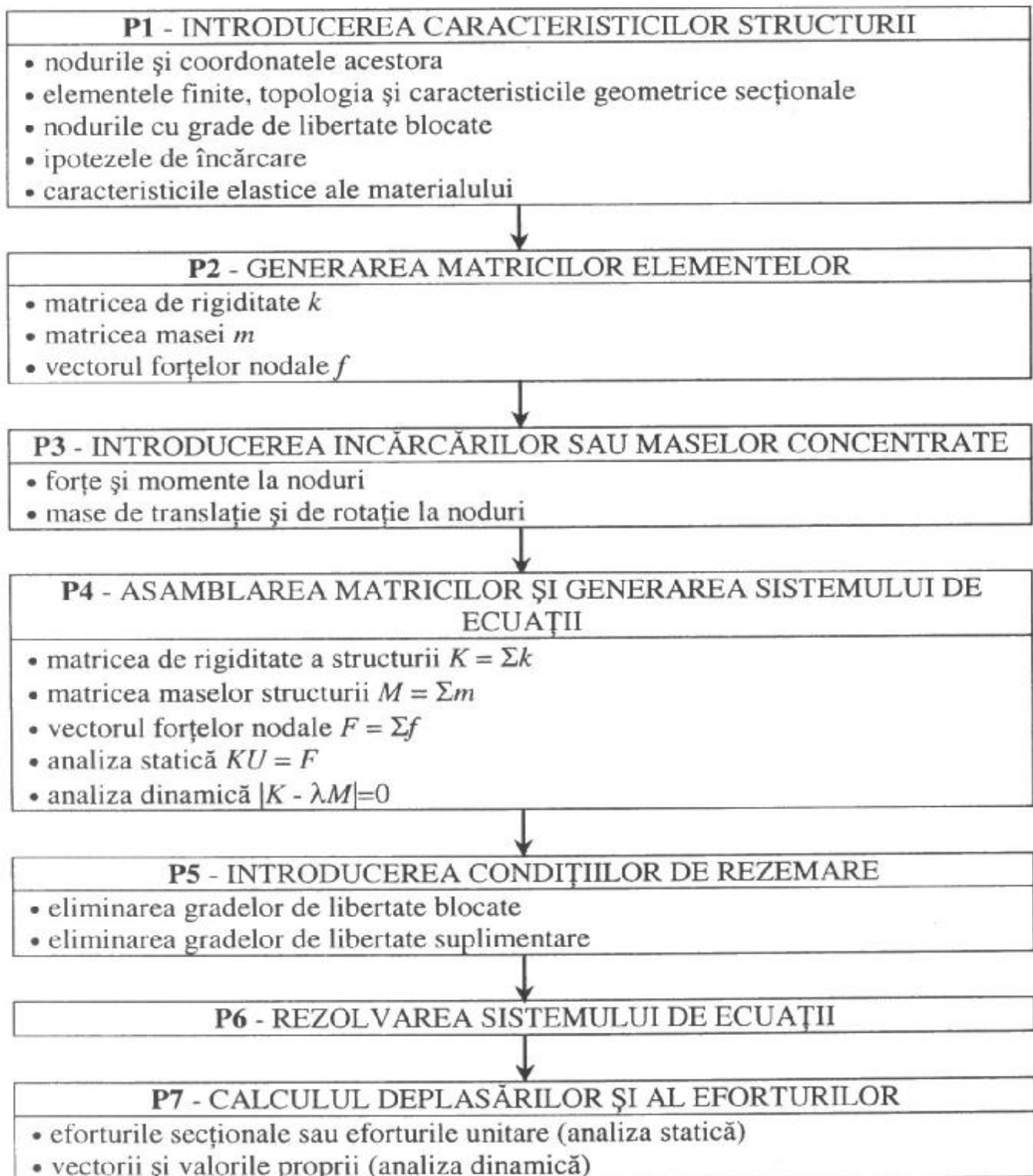


Fig. 2.1 Schema bloc a programelor de calcul static

## 2.2. Descrierea programelor de calcul

Prezentarea fiecărui program se face în următoarea succesiune:

- scopul programului – în care se precizează ce tip de analiză efectuează programul respectiv, domeniul de aplicabilitate și rezultatele pe care le oferă;
- descrierea programului – în care sunt prezentate aspectele specifice de alcătuire și performanțele programului.

Pe CD-ul anexat cărții se află depuse sursele acestor programe, precum și exemplele de calcul corespunzătoare, pentru fiecare exemplu de calcul prezentându-se fișierul de date și cel cu rezultate.

## 2.2.1. Calculul static

### 2.2.1.1. Grinzi continue

Programul **GRIC** se utilizează la calculul static al **GRINZILOR Continue**. Grinzile pot avea caracteristici geometrice și elastice diferite în fiecare deschidere. Încărcările ce pot fi luate în considerare sunt normale pe axa grinzii putând fi forțe concentrate sau uniform distribuite în lungul acesteia cu valori distincte în fiecare deschidere. Ele pot proveni dintr-o grupare de încărcări permanente și/sau încărcări datorate procesului de exploatare (utile).

Din calcul se obțin momentele încovoietoare și forțele tăietoare la extremitățile fiecărei deschideri, momentele încovoietoare la mijlocul deschiderilor, precum și reacțiunile verticale din reazeme.

Eforturile se calculează pentru fiecare ipoteză de încărcare. Ipotezele considerate în calcul sunt încărcarea permanentă în toate deschiderile și încărcarea utilă dispusă succesiv în fiecare deschidere. Prin combinarea acestora se obține înfășurătoarea momentelor maxime (pozitive și/sau negative) împreună cu forțele tăietoare aferente.

Algoritmul de calcul presupune că structura este alcătuită din elemente finite de bara dreaptă cu un singur grad de libertate pe nod (rotirea la nod în planul structurii). Matricea de rigiditate a elementului finit utilizat în program se obține particularizând matricea de rigiditate a elementului finit de bară plană dreaptă cu trei grade de libertate pe nod (două deplasări și o rotire) eliminând liniile și coloanele aferente deplasărilor.

Fiecare deschidere a grinzii este discretizată în câte un element finit de bara dreaptă. Acesta este definit prin următoarele caracteristici: momentul de inerție față de axa  $z - z$  (orizontală) a secțiunii transversale, modulul de elasticitate longitudinal al materialului și lungimea măsurată între nodurile de conexiune.

Deoarece, în cazul grinzilor static determinate și/sau nedeterminate, condițiile de rezemare presupun blocarea deplasărilor în dreptul nodurilor de reazem, iar varianta de discretizare în elementele finite nu generează noduri intermediare, în deschideri se poate utiliza matricea de rigiditate suficientă a structurii, astfel încât sistemul de ecuații de echilibru nu conține decât necunoscutele rotiri la noduri, translațiile fiind eliminate implicit, încă de la asamblarea matricei de rigiditate. În consecință nu mai este necesară etapa de introducere a condițiilor de rezemare (pasul P5 din figura 2.1).

Programul generează încărcările aferente fiecărei ipoteze de încărcare dintre cele specificate. Sistemul de ecuații este rezolvat succesiv pentru fiecare ipoteză de încărcare utilizând algoritmul Gauss.

Programul are o structura tipică. Deoarece modelul structural este compus din elemente legate consecutiv, numerotarea nodurilor și a elementelor se face prin program, succesiv crescător, lățimea de semibandă fiind minimală. Dimensiunile matricei de rigiditate și cea a vectorilor încărcărilor sunt determinate de numărul deschiderilor. Se pot, astfel, analiza structuri cu un număr foarte mare de deschideri.

### 2.2.1.2. Structuri plane articulate

Programul **SPA** se utilizează la calculul static al **Structurilor Plane Articulate**. Structura, trebuie să respecte principiile de alcătuire a grinzilor cu zăbrele, putând avea orice configurație geometrică plană. Barele structurii trebuie să fie din același material.



Încărcările pot fi aplicate numai la noduri și pot fi numai forțe dirijate pe direcțiile axelor unui sistem rectangular (plan) de referință, față de care se definesc și coordonatele nodurilor. Sensul pozitiv al forțelor horizontale este în direcția axei X, a celor verticale în sens gravitațional. Se pot lua în considerare mai multe ipoteze de încărcare. Structura trebuie să fie rezemată în cel puțin două noduri distincte, astfel încât să poată fi blocate gradele de libertate de corp rigid plan (doua translații și o rotire).

Din calcul rezultă deplasările nodurilor și forțele axiale în barele structurii.

În program se utilizează elementul finit de bară dublu articulată, cu două grade de libertate pe nod (translații după două direcții ortogonale), generate de deformația axială a barei. Matricea de rigiditate a elementului se obține prin particularizarea matricei de rigiditate a barei drepte încastrate la extremități eliminând liniile și coloanele corespunzătoare rotirilor de noduri. Modelul structural este alcătuit din elementele finite de bară caracterizate prin aria secțiunii transversale, modulul de elasticitate longitudinal al materialului și lungimea măsurată între nodurile de conexiune.

Încărcările se introduc pe ipoteze de încărcare. După asamblarea matricei de rigiditate a structurii se precizează condițiile de rezemare. La fiecare nod pot fi blocate una sau ambele translații. Rezolvarea sistemului de ecuații se face simultan, pentru toate ipotezele de încărcare, după care eforturile se determină succesiv, pe ipoteze. Sistemul de ecuații se rezolvă utilizând algoritmul Gauss.

În cazul structurilor plane simple, cu topologie regulată, lățimea semibenzii este mică. Deoarece numărul ipotezelor de încărcare este, în general, redus la aceste tipuri de structuri, pot fi abordate structuri cu un număr mare de noduri.

### 2.2.1.3. Cadre plane oarecare

Programul CPN se utilizează la calculul static al Cadrelor Plane Neregulate. Structura poate fi alcătuită din bare dublu încastrate și/sau încastrat-articulate. Fiecare nod al structurii are trei grade de libertate (două translații și o rotire). Barele pot avea caracteristici elastice și geometrice diferite, constante în lungul acestora.

Încărcările pot fi forțe concentrate și/sau momente încovoietoare direct aplicate la noduri, precum și încărcări uniforme distribuite pe bare. Programul admite numai încărcări uniforme distribuite normale pe axa barei. Alte tipuri de încărcări pe bare pot fi luate în considerație prin reacțiunile de la capetele acestora, ca încărcări nodale echivalente. Se pot lua în considerare mai multe ipoteze de încărcare, inclusiv deplasări impuse la noduri.

Rezultatele calculului sunt deplasările nodurilor și eforturile secționale - forțe axiale, forțe tăietoare, momente încovoietoare. Se obțin, de asemenea, reacțiunile în nodurile cu deplasări blocate.

În cadrul programului de calcul se utilizează trei tipuri de elemente finite de bară dreaptă și anume:

- bara dublu încastrată (denumită în program: tipul 0);
- bara articulată - încastrată (denumită în program: tipul 1).
- bara încastrată - articulată (denumită în program: tipul 2);

Aceste elemente se definesc prin lungimea lor măsurată între noduri, aria și momentul de inerție al secțiunii transversale, modulul de elasticitate longitudinal al materialului.

După introducerea caracteristicilor barelor, matricea de rigiditate a structurii este asamblată folosind matricile de rigiditate ale acestora. Se constituie apoi vectorii încărcărilor din sarcinile pe bare, din forțele și momentele la noduri, precum și din deplasările impuse.

Rezolvarea sistemului de ecuații se face utilizând algoritmul Cholesky. În etapa rezolvării sistemului de ecuații se obțin atât deplasările la noduri, cât și reacțiunile la nodurile cu deplasări blocate sau impuse. Ipotezele de încărcare se rezolvă simultan. În final se calculează eforturile secționale la capetele barelor.

#### 2.2.1.4. Cadre plane regulate

Programul **CPR** se utilizează la calculul static al **Cadrelor Plane Regulate** (cadre rectangulare de tip scară) alcătuite din bare drepte legate rigid la noduri. Cadrul poate fi încărcat cu sarcini concentrate la noduri - forțe și/sau momente - și cu încărcări uniform distribuite pe bare. Reazemele cadrului (reazeme simple, articulații sau încastrări), pot fi specificate numai în nodurile de la bază. Dată fiind topologia ordonată a cadrului, numerotarea nodurilor și a barelor se face automat prin program. Cadrele tip scară la care anumite bare lipsesc, pot fi calculate cu acest program prin introducerea unor bare fictive (bare cu moment de inerție și arie neglijabilă în comparație cu cele reale).

Încărcările concentrate pe bare sau cu distribuție variabilă în lungul barei pot fi introduse numai prin reacțiunile de la capetele acestora.

Utilizând tehnica de preprocesare a coordonatelor și topologiei, implementată în program, este obligatorie discretizarea în elemente finite de bara dreaptă având lungimea egală cu deschiderile riglelor, respectiv înălțimile de nivel. O discretizare mai intensă poate fi realizată numai cu programul **CPN**, la care însă trebuie declarate coordonatele nodurilor și topologia barelor.

Algoritmul de calcul al acestui program este similar cu cel al programului **CPN** conceput după schema bloc din figura 2.1, cu deosebirea că, la introducerea datelor preprocesorul generează coordonatele nodurilor și topologia structurii.

Pentru rezolvarea sistemului se folosește algoritmul Gauss.

Reacțiunile în nodurile de reazem nu sunt explicitate ca atare, ele putând fi evaluate direct, din eforturile secționale de la capetele inferioare ale stâlpilor primului nivel. Programul admite mai multe ipoteze de încărcare.

#### 2.2.1.5. Pereți structurali

Programul **DIAF** se utilizează la calculul static al pereților structurali cu alcătuire monotonă (**DIAF**ragme) solicitați de o încărcare orizontală distribuită triunghiular.

Algoritmul de calcul permite modelarea zonei cu rigiditate infinită a riglelor de cuplare.

Încărcările orizontale cu distribuție triunghiulară sunt constituite din forțe aplicate la partea superioară a fiecărui nivel. Rezultanta acestora are valoarea 1000, astfel că nu mai este necesară etapa de introducere a încărcărilor pe structură. Pentru alte valori ale rezultantei încărcărilor orizontale este necesară scalarea eforturilor rezultante.

Peretele structural se consideră încastrat la bază, în dreptul montanșilor.

Topologia, caracteristicile elastice și geometrice sunt generate automat, având în vedere că peretele este presupus a fi monoton.

Din calcul rezultă deplasările și eforturile secționale în riglele de cuplare și în montanși.

#### 2.2.1.6. Plăci în starea plană de tensiuni sau de deformații

Programul **SPTD** efectuează analiza statică a structurilor plane în **Starea Plană de Tensiuni** sau de **Deformații**, utilizând elemente finite. Încărcările pot fi forțe concentrate acționând în planul structurii în nodurile rețelei de discretizare, după una sau două din direcțiile

unui sistem rectangular de referință. În această categorie intră grinzile pereți, pereții structurali (diafragme verticale), planșeele încărcate în planul lor (diafragme horizontale), cadrele plane, nodurile de cadru etc. - pentru starea plană de tensiuni, respectiv barajele, fundațiile continue etc. - pentru starea plană de deformații.

Condițiile de rezemare ale structurii se pot introduce prin blocarea gradelor de libertate de translație în nodurile rețelei de discretizare, după una sau două direcții ale axelor de coordonate.

Din calcul se obțin deplasările nodurilor rețelei de discretizare, eforturile normale și cele tangențiale în elementele finite.

Programul utilizează elemente finite dreptunghiulare cu două grade de libertate (translații) pe nod. Matricea de rigiditate a elementului se definește în funcție de coordonatele nodurilor elementului, grosimea elementului, de coeficientul Poisson și de modulul de elasticitate longitudinal al materialului.

După asamblarea matricei de rigiditate a structurii se introduc condițiile de rezemare și se rezolvă sistemul de ecuații cu algoritmul Gauss obținându-se deplasările nodurilor. Cu ajutorul acestora și prin intermediul matricei de elasticitate se determina eforturile  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  și unghiul  $\alpha$  în centrul fiecărui element finit.

Opțiunea de stare plană de tensiuni sau deformație se face la precizarea caracteristicilor generale ale structurii.

Numărul de noduri ale structurii, lățimea semibenzii și numărul ipotezelor de încărcare sunt parametrii care determină dimensiunea problemelor ce pot fi abordate într-o configurație de memorie dată. Memoria disponibilă impune, în contextul semnificației parametrilor enumerați anterior, un anumit grad de discretizare în elemente finite a structurii și determină ordinul de precizie al rezultatelor.

### 2.2.1.7. Plăci încovoiate

Programul de calcul **PLINCO** se utilizează la calculul static al **PLăcilor plane INCO**voiate.

Placa poate fi încărcată cu sarcini uniforme distribuite și/sau concentrate, cele concentrate putând fi forțe normale pe placă sau momente dirijate după două direcții ortogonale.

Placa se consideră cu grosime constantă și cu caracteristici elastice constante pe suprafața ei.

Rezemările plăcii pot fi rezeme punctuale sau liniare, rezeme simple sau încastrări, dispuse perimetral sau în interiorul panoului de placă.

Din calcul se obțin deplasările, momentele încovoietoare și reacțiunile la noduri.

Programul utilizează elemente finite dreptunghiulare încovoiate, cu trei grade de libertate la nod (două rotiri în planul plăcii și o translație perpendiculară pe plan).

Elementele finite sunt interconectate între ele în nodurile rețelei de discretizare. Rețeaua de discretizare are axele paralele cu un sistem de coordonate ortogonal *OXY*. În fiecare nod al rețelei se definesc trei grade de libertate: o deplasare normală pe placă și două rotiri după două axe paralele cu axele sistemului de coordonate.

După asamblarea matricei de rigiditate și a vectorului încărcărilor, se impun condițiile de rezemare și se rezolvă sistemul de ecuații cu algoritmul Gauss.

În final se calculează eforturile secționale în elemente finite și anume: momentele încovoietoare  $M_x$ ,  $M_y$  și  $M_{xy}$  în cele patru noduri ale elementului finit, respectiv  $M_x$ ,

$M_y$ ,  $M_{xy}$  și momentele încovoietoare principale  $M_1$  și  $M_2$  în centrul elementului finit.

Memoria necesară unei aplicații depinde de numărul de noduri, de lățimea semibenzii și de numărul de elemente finite. Pentru a obține o lățime de semibandă cât mai redusă, structura se discretizează astfel încât numărul de noduri de pe o direcție să fie mai mic decât numărul de noduri de pe direcția perpendiculară, iar numerotarea nodurilor să se facă de la stânga la dreapta în rânduri succesive. Această regulă este impusă de modul de declarare a topologiei nodurilor elementului finit, cu implicații în algoritmul de asamblare a matricei de rigiditate a structurii.

### 2.2.2. Calculul dinamic al cadrelor plane

Programul **CPNDIN** se utilizează la calculul **DINamic** al **Cadrelor Plane Neregulate** alcătuite din bare legate rigid în noduri. Cu ajutorul lui se pot analiza cadre plane având orice configurație.

Analiza se poate efectua luând în considerare masa proprie distribuită a barelor și/sau concentrată la noduri împreună cu alte mase concentrate provenind din sarcinile care acționează pe cadru.

Din calcul se obțin pulsația proprie fundamentală a cadrului și forma proprie de vibrație corespunzătoare.

Programul utilizează aceleași tipuri de elemente finite ca și programul **CPN**. Se utilizează matricea consistentă a maselor.

La asamblarea matricelor caracteristice, la matricea maselor structurii se adaugă și masele concentrate la noduri. Masele concentrate pot avea inerție la translație după două direcții și inerție de rotație.

Determinarea caracteristicilor dinamice se face cu algoritmul v.Mises utilizând semibanda matricelor caracteristice.

### 2.2.3 Calculul de stabilitate al cadrelor plane

Programul **CPNSTAB** se utilizează în calculul **STABilitații Cadrelor Plane Neregulate**, alcătuite din bare cu legături rigide în noduri. Programul poate fi folosit și pentru calculul stabilității grinzilor cu o singură deschidere, respectiv a grinzilor continue.

Barele structurii analizate pot avea caracteristici secționale variabile pe lungime (grinzi cu moment de inerție variabil, stâlpi cu secțiune variabilă în trepte, etc.).

Încărcările aplicate structurii pot fi concentrate la noduri sau pot fi uniform distribuite pe bare. Rezultatele reprezintă forțele critice de pierdere a stabilității și forma de pierdere a stabilității.

Programul utilizează elemente finite de bară dreaptă în plan cu trei grade de libertate pe nod. Se utilizează matricea de rigiditate tangentă a barei. Determinarea valorilor și vectorilor proprii se face cu algoritmul v.Mises.

## 2.3. Algoritmi de calcul

### 2.3.1. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare

Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații liniare și neomogene se pot utiliza:

- metode directe sau așa numitele metode exacte, care permit obținerea soluției exacte a sistemului de ecuații considerat, făcând abstracție de erorile de rotunjire sau trunchiere,

folosind un număr finit de operații elementare; din această categorie fac parte metodele Gauss și Cholesky;

- metode iterative, care se caracterizează prin faptul că soluția sistemului de ecuații considerat se obține ca o limită a unui șir de vectori ce reprezintă soluția pentru diversele iterații efectuate; în acest caz se pune problema adoptării celei mai convenabile metode din punctul de vedere al unei viteze sporite de convergență; din această categorie fac parte metoda Jacobi și metoda Gauss + Seidel.

### 2.3.2. Obținerea valorilor și vectorilor proprii

Valorile și vectorii proprii sunt asociați ecuației caracteristice:

$$A - \Lambda \cdot B = 0$$

în care  $A$  și  $B$  sunt două matrice pătrate de aceeași dimensiuni,  $\Lambda$  fiind vectorul valorilor proprii. Una dintre cele mai utilizate metode este metoda v.Mises. Metoda determină cea mai mică valoare proprie precum și vectorul propriu asociat ecuației caracteristice. Se face precizarea că, deoarece algoritmul v.Mises este un procedeu iterativ, acesta poate avea ca limită fie eroarea minimă admisă, fie numărul maxim de iterații. Dacă acești parametri nu sunt precizați de către utilizator, programul de calcul îi adoptă în mod implicit cu valorile  $EPS = 10^{-5}$ , respectiv 20 de iterații.

# 3

## PRINCIPIILE DE CALCUL ALE ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT

### 3.1. Analiza stării de eforturi unitare normale în domeniul elastic

Analiza stării de eforturi unitare se face sub încărcările de exploatare (de serviciu) în stadiul II, cu betonul întins fisurat, rezultatele acestora fiind necesare pentru verificările la stările limită de oboseală, fisurare și deformații.

#### 3.1.1. Ipoteze simplificatoare pentru calculul eforturilor unitare

Eforturile unitare în beton și armătură se determină pe baza următoarelor ipoteze:

- secțiunile plane înainte de deformare rămân plane și după deformare;
- se neglijează contribuția betonului întins dintre fisuri la preluarea eforturilor de întindere;
- pentru betonul comprimat și armături, relațiile între eforturile unitare și deformațiile specifice sunt liniare (reprezentând deci un comportament perfect elastic).

Pentru a ține cont de efectul curgerii lente și al eventualelor deformații plastice asupra eforturilor unitare (neluate în considerare ca urmare a celei de a treia ipoteze), modulul de elasticitate al betonului se introduce în calcule cu o valoare corectată, denumită modul de deformație. În cazul elementelor realizate din betoane cu agregate obișnuite, modulul de deformație se calculează cu relația:

$$E'_b = \frac{0,8}{1 + 0,5v\bar{\varphi}} E_b$$

în care  $v$  este raportul dintre momentul încovoietor din încărcările de exploatare de lungă durată ( $M_{ld}^E$ ) și cel din încărcările de exploatare totale ( $M^E$ ),  $\bar{\varphi}$  fiind valoarea maximă de calcul a caracteristicii deformației în timp a betonului.

Pentru calculul eforturilor unitare în stadiul II de exploatare, secțiunea neomogenă de beton armat se înlocuiește cu o secțiune omogenă de beton, în care ariile de armătură se înlocuiesc cu arii echivalente de beton, obținute prin înmulțire ariilor de armătură cu coeficientul de echivalență  $n_e = E_a/E'_b$ .

#### 3.1.2. Calculul eforturilor unitare în elementele cu axa neutră plasată în secțiune

Relațiile de calcul se obțin plecând de la starea de eforturi din figura 3.1, implicând un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute:  $\sigma_b$ ;  $\sigma_a$ ;  $\sigma'_a$  și  $x$ .

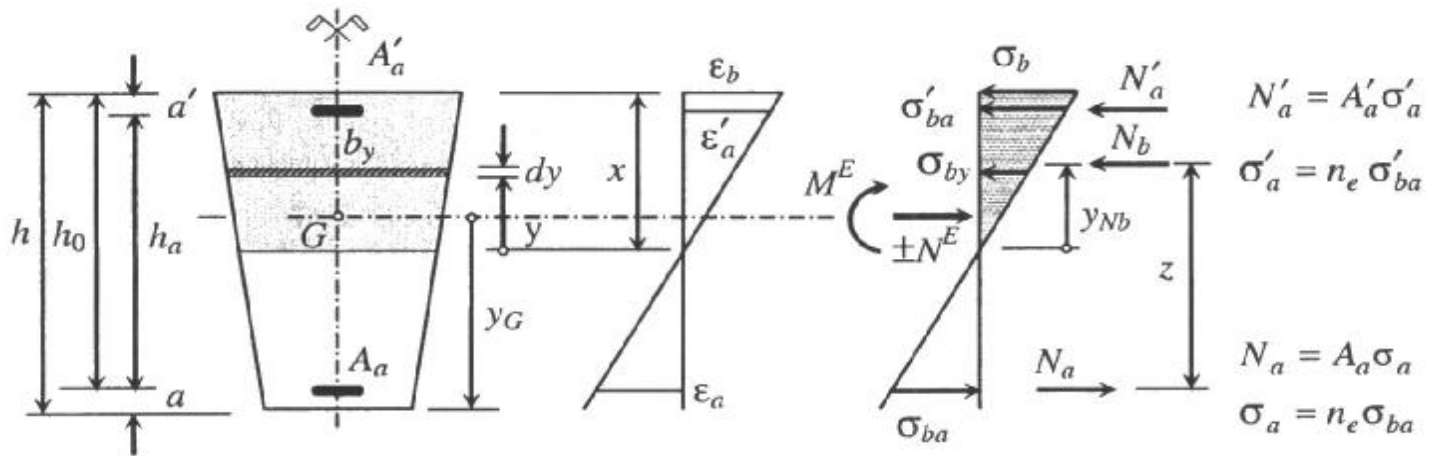


Fig. 3.1. Stadiul II – axa neutră în secțiune

Ecuțiile de echilibru static sunt:

$$N^E + N_a - N_b - N'_a = 0 \quad (3.1)$$

$$M^E + N^E(y_G - a) - N_b z - N'_a h_a = 0 \quad (3.2)$$

Ecuțiile de compatibilitate pentru deformațiile celor două armături sunt:

pentru armătura  $A_a$ :

$$\frac{\epsilon_a}{\epsilon_b} = \frac{h_0 - x}{x}$$

$$\epsilon_a = \epsilon_b \frac{h_0 - x}{x} \rightarrow \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \frac{h_0 - x}{x}$$

pentru armătura  $A'_a$ :

$$\frac{\epsilon'_a}{\epsilon_b} = \frac{x - a'}{x}$$

$$\epsilon'_a = \epsilon_b \frac{x - a'}{x} \rightarrow \frac{\sigma'_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \frac{x - a'}{x}$$

rezultând în final:

$$\sigma_a = n_e \sigma_b \frac{h_0 - x}{x}, \quad \sigma'_a = n_e \sigma_b \frac{x - a'}{x} \quad (3.3), (3.4)$$

Semnificațiile termenilor din relațiile de mai sus sunt:

$$N_b = \int_0^x \sigma_{by} b_y dy = \frac{\sigma_b}{x} \int_0^x b_y y dy = \frac{\sigma_b}{x} S_{b_{net}} \text{ – rezultanta compresiunilor în beton;}$$

$$\sigma_{by} = \sigma_b \frac{y}{x} \text{ – efortul unitar la nivelul } y \text{ la care lățimea secțiunii este } b_y;$$

$$S_{b_{net}} = S_{bc} - A'_a(x - a') \text{ – momentul static al ariei comprimate nete de beton în raport cu axa neutră;}$$

$$S_{bc} \text{ – momentul static al ariei comprimate brute de beton } A_{bc} \text{ în raport cu aceeași axă;}$$

$$z = h_0 - x + y_{Nb} \text{ – brațul de pârghie } N_a \text{ și } N_b;$$

$$y_{Nb} = \frac{\int_0^x \sigma_{by} b_y y dy}{N_b} = \frac{\frac{\sigma_b}{x} \int_0^x b_y y^2 dy}{\frac{\sigma_b}{x} S_{b_{net}}} = \frac{I_{b_{net}}}{S_{b_{net}}} \text{ – poziția rezultantei } N_b \text{ față de axa neutră;}$$

$$I_{b_{net}} = I_{bc} - A'_a(x - a')^2 \text{ – momentul de inerție al ariei comprimate nete în raport cu axa neutră;}$$

$$I_{bc} \text{ – momentul de inerție al ariei comprimate brute de beton } A_{bc} \text{ în raport cu aceeași axă.}$$

Sistemul format de ecuațiile (3.1...3.4) este un sistem neliniar, a cărui rezolvare directă este dificilă; pentru rezolvare se procedează în felul următor: expresiile  $\sigma_a$  și  $\sigma'_a$ , date de relațiile (3.3) și (3.4) se înlocuiesc în ecuația de proiecții (3.1), care ia forma:

$$\sigma_b = \frac{xN^E}{S_{b\text{net}} - n_e A_a (h_0 - x) + n_e A'_a (x - a')} \quad (3.5)$$

Calculul se face prin încercări:

- se alege  $x$ ;
- se calculează  $\sigma_b$  cu relația (3.5)
- se calculează eforturile unitare  $\sigma_a$  și  $\sigma'_a$  cu relațiile (3.3) și (3.4)
- se verifică satisfacerea relației (3.2).

Pentru determinarea eforturilor unitare în secțiunile dreptunghiulare și în formă de T solicitate excentric, cu axa neutră în secțiune, se poate utiliza programul de calcul **EFUNSE**.

În cazul *încovoierii*, pentru  $N^E = 0$  și ținând seama de relațiile (3.3) și (3.4), ecuația (3.1) devine în final:

$$S_{bc} + (n_e - 1)A'_a(x - a') = n_e A_a (h_0 - x) \quad (3.1a)$$

reprezentând ecuația de momente statice, în raport cu axa neutră, folosită în vederea stabilirii înălțimii zonei comprimate.

În urma unor transformări succesive ecuația (3.2) se scrie sub forma:

$$M^E = \frac{\sigma_b}{x} I_{bi}$$

care permite calculul efortului unitar de compresiune maxim:

$$\sigma_b = \frac{M^E}{I_{bi}} x \quad (3.5a)$$

Efortul unitar în cele două armături se calculează cu relațiile:

$$\sigma_a = n_e \sigma_{ba} = n_e \frac{M^E}{I_{bi}} (h_0 - x); \quad \sigma'_a = n_e \sigma'_{ba} = n_e \frac{M^E}{I_{bi}} (x - a') \quad (3.5b, c)$$

În relațiile de mai sus  $I_{bi}$  reprezintă momentul de inerție al secțiunii omogene în stadiul II fisurat cu neglijarea momentului de inerție al armăturilor în raport cu axa proprie:

$$I_{bi} = I_{bc} + n_e A_a (h_0 - x)^2 + (n_e - 1) A'_a (x - a')^2$$

Pentru determinarea eforturilor unitare în secțiunile dreptunghiulare și în formă de T supuse la încovoiere se poate utiliza programul de calcul **EFUNIN**.

### 3.1.3. Calculul eforturilor unitare în elementele întinse cu secțiunea transversală fisurată

Calculul eforturilor unitare normale în secțiunile fisurate în întregime (cu  $e_0 = M^E / N^E < y_G$ ) se determină pe baza stării de eforturi din figura 3.2. Efortul unitar dintr-o armătură se obține din ecuația de momente în raport cu cealaltă armătură.



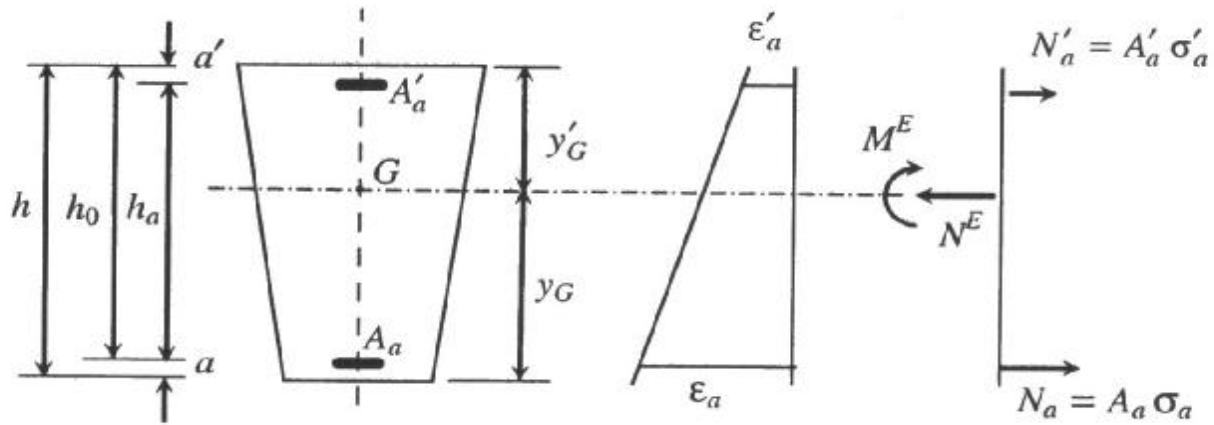


Fig. 3.2. Stadiul II – secțiune fisurată în întregime

Condițiile de echilibru sunt:

$$\text{- pentru armătura } A_a: M^E + N^E(y'_G - a') - A_a \sigma_a h_a = 0$$

$$\text{- pentru armătura } A'_a: M^E - N^E(y_G - a) + A'_a \sigma'_a h_a = 0$$

din care rezultă:

$$\sigma_a = \frac{M^E + N^E(y'_G - a')}{A_a h_a}, \quad \sigma'_a = \frac{-M^E + N^E(y_G - a)}{A'_a h_a}$$

Pentru determinarea eforturilor unitare în armăturile secțiunilor dreptunghiulare și în formă de T, fisurate în întregime, se poate utiliza programul de calcul EFUNSE.

## 3.2. Calculul la încovoiere cu forță axială

### 3.2.1. Situații de solicitare

Comportamentul secțiunii în stadiul III de rupere depinde de interdependența ce există între eforturile secționale  $M$  și  $N$ . Această legătură este redată de curba limită de interacțiune  $M-N$  (fig. 3.3).

Curba limită de interacțiune indică trei moduri de cedare ale secțiunii:

**Modul A** - *întindere excentrică cu excentricitate mică*; secțiunea transversală este fisurată în întregime (fig. 3.4), capacitatea portantă a secțiunii fiind asigurată numai de cele două armături;

**Modul B** - *încovoiere, cazul I de compresiune, întindere excentrică cu excentricitate mare*; axa neutră este plasată în secțiune (fig. 3.5); cedarea secțiunii se produce prin zdrobirea betonului comprimat precedată de curgerea armăturii întinse  $A_a$ ; efortul unitar din armătura comprimată  $A'_a$  depinde de poziția axei neutre în raport cu această armătură;

**Modul C** - *cazul II de compresiune*; cedarea secțiunii se produce prin zdrobirea betonului comprimat și curgerea armăturii comprimate  $A'_a$ ; armătura  $A_a$  poate fi întinsă (fig. 3.6b), dar fără a ajunge la curgere sau comprimată (fig. 3.6c) caz în care se poate atinge chiar și limita de curgere.

Delimitarea între cazurile **B** și **C** se face în dreptul punctului **B**, denumit *punct de balans*, situație în care zdrobirea betonului comprimat se produce simultan cu începutul curgerii armăturii  $A_a$ . Valoarea relativă a înălțimii zonei comprimate corespunzătoare punctului de balans

depinde de deformația specifică ultimă la compresiune a betonului  $\epsilon_{bu}$ , rezistența de calcul a armăturii  $R_a$  și modulul de elasticitate a acesteia  $E_a$ . Pentru armăturile din oțel autohton, valorile  $\xi_b$  sunt date în tabelul 3.1. Valorile sunt rotunjite și iau în considerare faptul că, pentru betoane de calitate obișnuită ( $< C28/35$ )  $\epsilon_{bu} = 3,5 \text{ ‰}$ , în timp ce pentru betoanele de calitate superioară ( $\geq C28/35$ )  $\epsilon_{bu}$  scade la valoarea de  $3,0 \text{ ‰}$ .

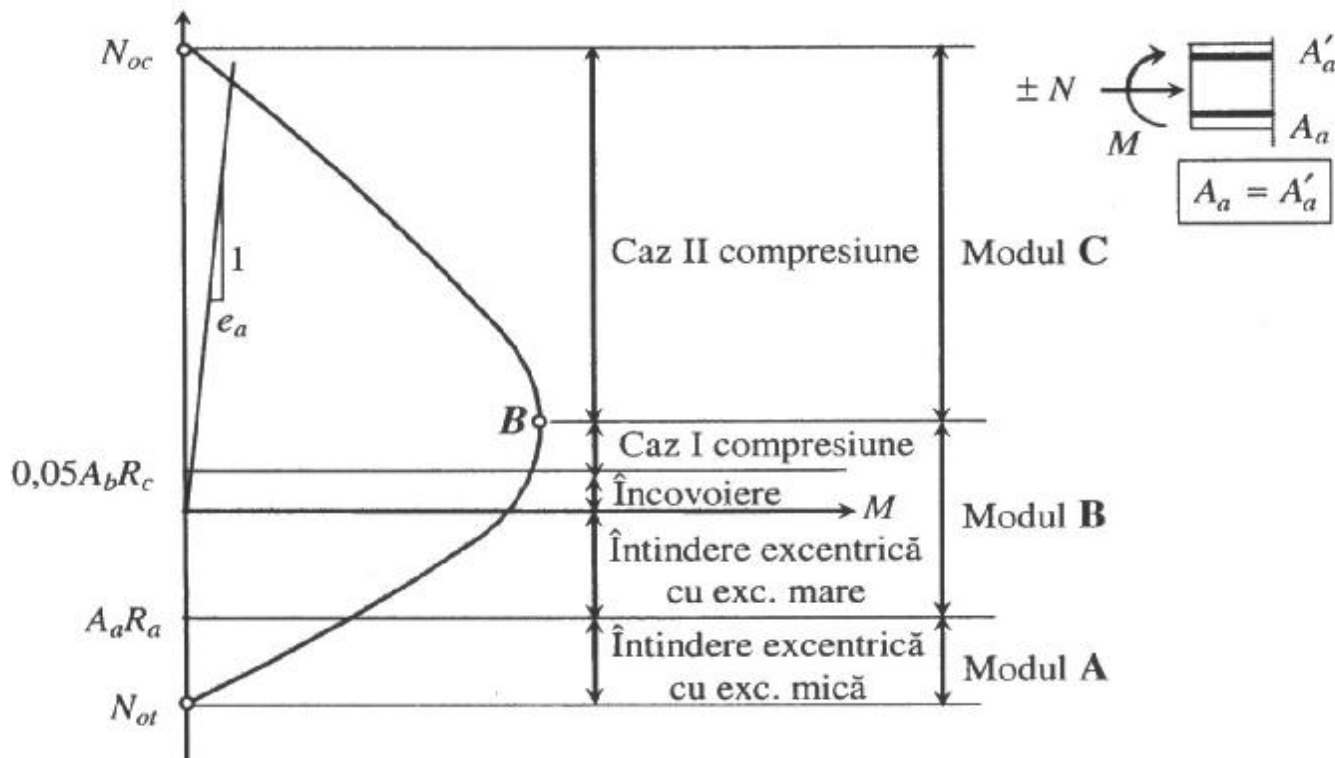


Fig. 3.3. Curba limită de interacțiune

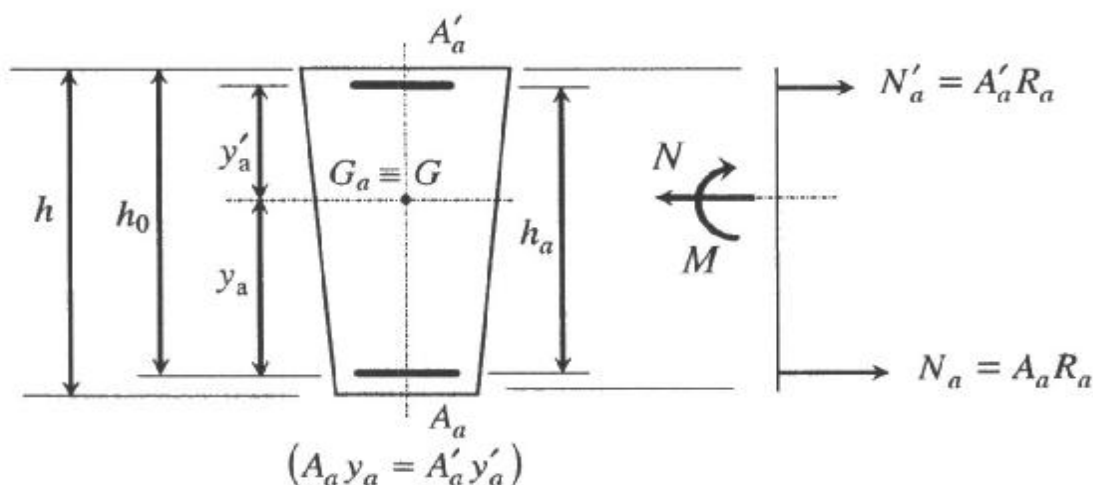


Fig. 3.4. Secțiune monosimetrică supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică

 Tabelul 3.1. Valorile  $\xi_b$  pentru betoane obișnuite

Tipul de armătură	Clasa de beton	
	$< C28/35$	$\geq C28/35$
	$\xi_b$	
OB37	0,60	0,55
PC52; PC60; STNB	0,55	0,50

Pentru alte tipuri de armături, valoarea  $\xi_b$  se determină cu relația:

$$\xi_b = \frac{x_b}{h_0} = 0,8 \frac{\varepsilon_{bu}}{\varepsilon_{bu} + R_a / E_a}$$

Dacă valoarea relativă a înălțimii zonei comprimate de beton  $\xi = x/h_0$  satisface condiția:

$\xi \leq \xi_b$  secțiunea se află în cazul **B** de solicitare;

$\xi > \xi_b$  secțiunea se află în cazul **C** de solicitare.

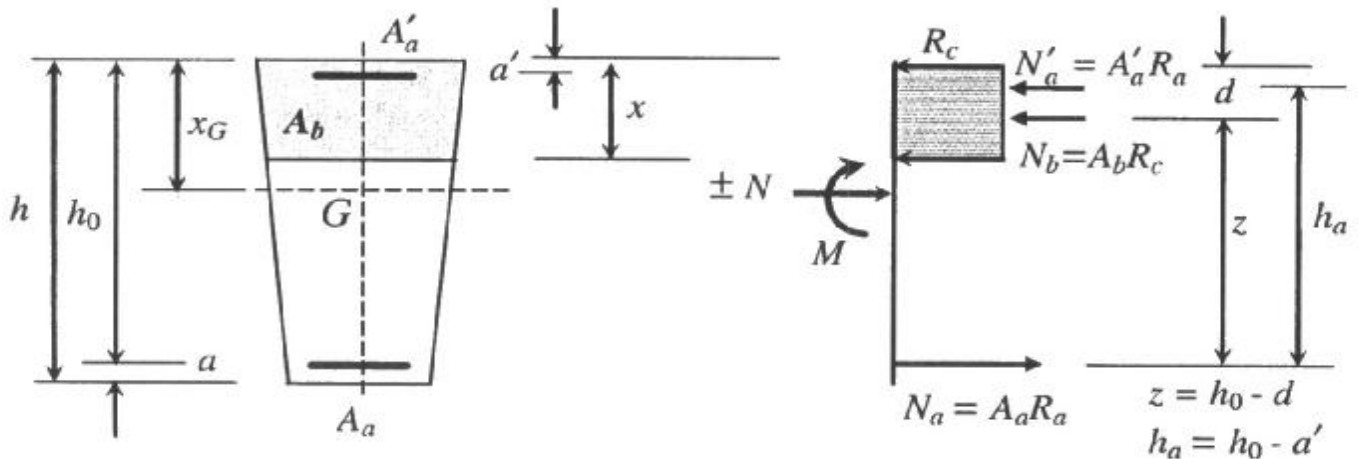


Fig. 3.5. Secțiune monosimetrică supusă la încovoiere, cazul I de compresiune sau întindere excentrică cu excentricitate mare

### 3.2.2. Influența zvelteții elementelor comprimate

Efectele de ordinul II, datorate zvelteții elementelor comprimate, se iau în considerare dacă:

$\lambda = l_f/h > 10$  în cazul secțiunilor dreptunghiulare;

$\lambda = l_f/d > 8$  în cazul secțiunilor circulare sau inelare,

în care  $l_f$  este lungimea de flambaj,  $h$  – dimensiunea secțiunii paralelă cu planul încovoierii, iar  $d$  – diametrul secțiunii.

Influența zvelteții, cumulată cu efectul excentricității adiționale  $e_a$ , se poate lua în considerare prin relația:

$$M_* = \eta(M + e_a N) \quad (3.6)$$

dacă  $\eta$ , calculat cu relația (3.7), este  $\leq 1,2$ .

Coeficientul  $\eta$  se calculează cu relația:

$$\eta = \frac{1}{1 - N/N_{cr}} \quad (3.7)$$

unde:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2}$$

$$EI = (EI)_{conv} = \frac{0,15 (1 + \sqrt{p_t})}{1 + M_{ld}/M} E_b I_b \quad (3.8)$$

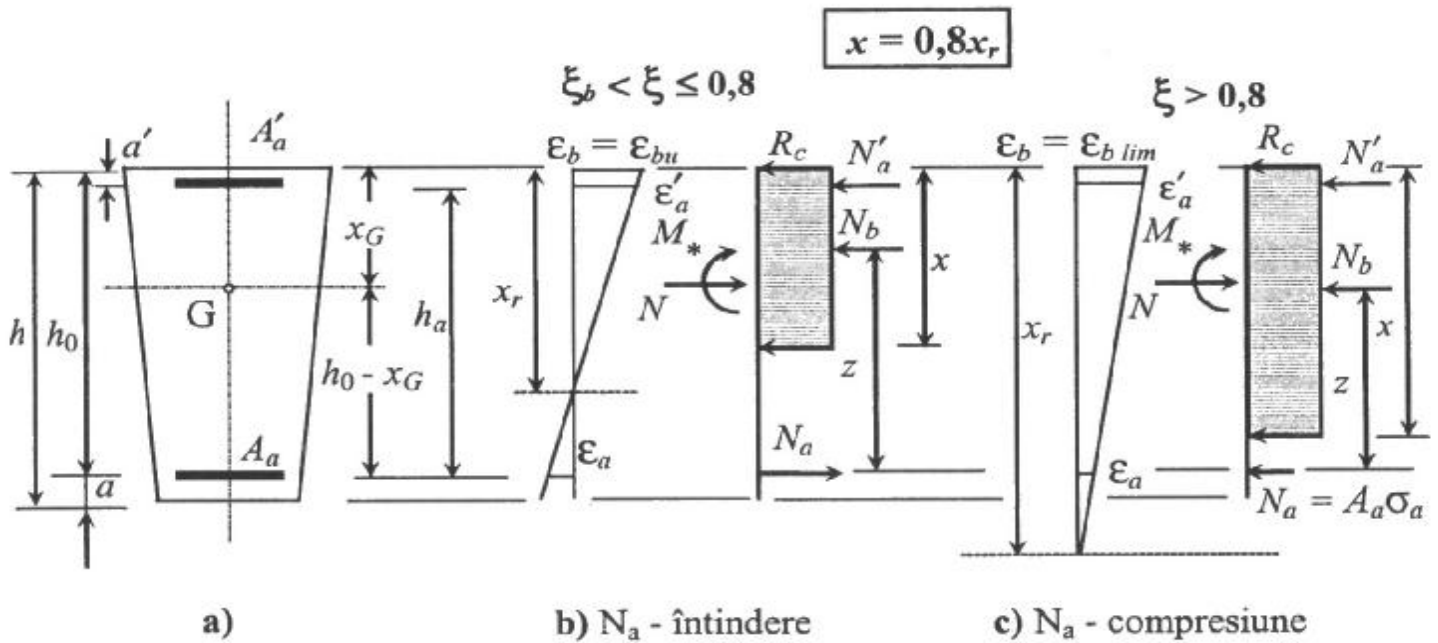


Fig. 3.6. Diagrame de eforturi unitare pentru cazul II de compresiune al secțiunii monosimetrice

În relația (3.8),  $p_t$  este procentul total de armare longitudinală al secțiunii,  $M_{ld}$  – momentul încovoietor de ordinul I din încărcările de lungă durată, care produc stâlpului deplasări laterale în același sens cu cele determinate pentru efectele de ordinul II,  $M$  – momentul încovoietor total de ordinul I, iar  $E_b I_b$  – modulul de rigiditate al secțiunii brute din beton.

Excentricitatea adițională  $e_a$ , luată în calculul elementelor comprimate, evaluează imperfecțiunile de execuție și neomogenitatea secțiunilor transversale, fiind obținută din relația:

$$e_a = h/30, \text{ dar minim } 20 \text{ mm}$$

în care  $h$  este dimensiunea secțiunii transversale paralelă cu planul încovoierii.

### 3.2.3. Calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară

#### 3.2.3.1. Secțiunea dreptunghiulară simplu armată supusă la încovoiere

Ecuția de proiecții este:

$$bxR_c - A_a R_a = 0$$

și permite determinarea înălțimii zonei comprimate:

$$x = \frac{A_a}{bh_0} \frac{R_a}{R_c} h_0 = \mu \frac{R_a}{R_c} h_0 = \xi h_0 \quad (3.9)$$

unde s-a notat:

$$\xi = \mu \frac{R_a}{R_c} \quad (3.10)$$

Dacă  $\xi > \xi_b$  secțiunea este insuficientă fiind necesară modificarea dimensiunilor secțiunii sau dubla armare (pct. 3.2.3.2).

Ecuția de momente în raport cu  $N_a$  este:

$$M = N_b z = b x R_c (h_0 - 0,5x) \quad (3.11)$$

în care  $x$  se înlocuiește cu  $\xi h_0$ , rezultând:

$$M = b \xi h_0 R_c (h_0 - 0,5 \xi h_0) = \xi (1 - 0,5 \xi) b h_0^2 R_c = m b h_0^2 R_c \quad (3.12)$$

cu:

$$m = \xi (1 - 0,5 \xi) \quad (3.13)$$

### Dimensionarea secțiunii simplu armate

Dacă nu se cunosc dimensiunile secțiunii transversale, în prima etapă de calcul se determină înălțimea secțiunii după cum urmează:

- se alege lățimea secțiunii  $b$  și procentul de armare  $p$
- se calculează  $\xi$  cu relația (3.10) în care  $\mu = p/100$
- se calculează  $m$  cu relația (3.13)

- înălțimea utilă a secțiunii rezultă din relația (3.12):  $h_0 = \sqrt{\frac{M}{m b R_c}}$

- înălțimea secțiunii este  $h = h_0 + a$  care se rotunjește conform prevederilor constructive la valoarea  $h_{ef}$ .

În continuare, pornind de la înălțimea  $h$  a secțiunii, care poate fi cunoscută sau determinată conform celor de mai sus, se calculează aria de armătură parcurgând următoarele etape:

-  $h_0 = h - a$

-  $m = \frac{M}{b h_0^2 R_c}$

- din ecuația (3.13) se obține  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m}$

- din relația (3.10) rezultă coeficientul de armare  $\mu = \xi \frac{R_c}{R_a}$

- aria secțiunii armăturii se obține din relația (3.9):  $A_a = \mu b h_0$

Pentru dimensionarea secțiunii dreptunghiulare simplu armate supuse la încovoiere se poate folosi programul **SDSAID**.

### Capacitatea portantă a secțiunii simplu armate

Pentru calculul momentului încovoiator capabil se parcurg următoarele etape:

- înălțimea zonei comprimate este  $x = A_a R_a / b R_c$

- momentul încovoiator capabil se obține cu relația (3.11)

$$M_{cap} = N_b z = b x R_c (h_0 - 0,5x)$$

- dacă  $x > \xi_b h_0$  valoarea obținută mai sus se limitează la:

$$M_{cap \max} = b \xi_b h_0 R_c (h_0 - 0,5 \xi_b h_0) = \xi_b (1 - 0,5 \xi_b) b h_0^2 R_c = m_{\max} b h_0^2 R_c$$

în care  $m_{\max} = \xi_b (1 - 0,5 \xi_b)$

Pentru determinarea capacității portante a secțiunii dreptunghiulare simplu armate supuse la încovoiere se poate folosi programul **SDIC**.

### 3.2.3.2. Secțiunea dreptunghiulară dublu armată supusă la încovoiere

Ecuția de proiecții este:

$$bxR_c - (A_a - A'_a)R_a = 0 \quad (3.14)$$

din care rezultă înălțimea zonei comprimate:

$$x = \frac{(A_a - A'_a)R_a}{bR_c} = \frac{A_a - A'_a}{bh_0} \cdot \frac{R_a}{R_c} h_0 = (\mu - \mu') \frac{R_a}{R_c} h_0 = \xi h_0 \quad (3.15)$$

în care s-a notat:

$$\xi = (\mu - \mu') \frac{R_a}{R_c}$$

Dacă  $x \geq 2a'$  ecuația de momente se scrie în raport cu rezultanta  $N_a$ :

$$M = bxR_c(h_0 - 0,5x) + A'_a R_a h_a \quad (3.16)$$

Înlocuind  $x$  cu  $\xi h_0$ , rezultă:

$$\begin{aligned} M = M_1 + M_2 &= \xi(1 - 0,5\xi)bh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a \\ &= mbh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a \end{aligned} \quad (3.17)$$

Dacă  $x < 2a'$  armătura comprimată nu curge și se admite că rezultanta compresiunilor din beton și din această armătură acționează la nivelul armăturii  $A'_a$ ; în această situație ecuația de momente se scrie în raport cu armătura  $A'_a$ :

$$M = A_a R_a h_a \quad (3.18)$$

#### Dimensionarea secțiunii dublu armate

Pentru calculul secțiunii dublu armate este necesar să se cunoască dimensiunile secțiunii transversale fiind posibile următoarele situații:

- ① secțiunea nu este capabilă să reziste ca simplu armată, însă nefiind posibilă mărirea secțiunii;
- ② se cunoaște aria armăturii comprimate.

Situația ① apare atunci când  $m = M/bh_0^2 R_c > m_{\max}$ , caz în care relațiile necesare de calcul rezultă din (3.14) și (3.17) în care  $x$  s-a înlocuit cu  $x_{\max} = \xi_b h_0$ :

$$A'_a = \frac{M - M_{1\max}}{R_a h_a} = \frac{(m - m_{\max})bh_0^2 R_c}{R_a h_a}$$

$$A_a = \mu_{\max} bh_0 + A'_a = \xi_b \frac{R_c}{R_a} bh_0 + A'_a$$

În situația ② succesiunea operațiilor este următoarea:

- din relația (3.17) se calculează  $m = \frac{M - A'_a R_a h_a}{bh_0^2 R_c}$

- utilizând relația (3.13) calculează  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m}$  și  $x = \xi h_0$
- aria armăturii întinse se determină din relația (3.14):

$$A_a = \mu b h_0 + A'_a = \xi \frac{R_c}{R_a} b h_0 + A'_a \text{ dacă } x = \xi h_0 \geq 2a'$$

sau din relația (3.18):

$$A_a = \frac{M}{R_a h_a} \text{ dacă } x = \xi h_0 < 2a'$$

Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare dublu armate supuse la încovoiere se poate face cu programul **SDDAID**.

### Capacitatea portantă a secțiunii dublu armate

Pentru obținerea momentului încovoiator capabil se parcurg următoarele etape:

- se determină poziția axei neutre din relația (3.15):  $x = (A_a - A'_a) R_a / b R_c$
- dacă  $x \geq 2a'$  capacitatea portantă rezultă din relația (3.16):

$$M_{cap} = b x R_c (h_0 - 0,5x) + A'_a R_a h_a$$

- dacă  $x < 2a'$  se aplică relația (3.18):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a$$

În cazul în care  $x > x_b = \xi_b h_0$ , capacitatea portantă se limitează la:

$$M_{cap \max} = b x_b R_c (h_0 - 0,5x_b) + A'_a R_a h_a$$

Pentru determinarea capacității portante a secțiunii dreptunghiulare dublu armate supuse la încovoiere se poate folosi programul **SDIC**.

### 3.2.3.3. Secțiune dreptunghiulară simplu armată supusă la încovoiere oblică

În figura 3.7 se prezintă caracteristicile secțiunii dreptunghiulare supusă încovoierei oblice cu precizarea că toate valorile se consideră pozitive.

Rezultanta întinderilor din armătură  $N_a$  și cea a compresiunilor din beton  $N_b$  trebuie să fie plasate pe dreapta ce reprezintă intersecția planului forțelor cu planul secțiunii transversale, ecuația acestei drepte fiind:

$$y = (x + x_a) \operatorname{ctg} \delta - y_a \quad (3.19)$$

în care  $\operatorname{tg} \delta = M_y / M_x$ .

Poziția axei neutre poate determina două forme ale zonei comprimate de beton delimitarea între cele două situații făcându-se în funcție de valoarea limită a unghiului  $\delta$  exprimată prin relația:

$$\operatorname{tg} \delta_{lim} = \frac{6x_a + b}{3h + 6y_a - 4A_a R_a / b R_c}$$

Dacă  $\operatorname{tg} \delta \geq \operatorname{tg} \delta_{lim}$  zona comprimată are o formă triunghiulară, iar dacă  $\operatorname{tg} \delta < \operatorname{tg} \delta_{lim}$  zona comprimată are o formă trapezoidală.

În cazul încovoierii oblice este posibilă numai *verificarea secțiunii*, momentul încovoiător capabil al secțiunii fiind:

$$M_{cap} = A_a R_a z \tag{3.20}$$

în care  $z = \sqrt{(x_a + x_b)^2 + (y_a + y_b)^2}$

Coordonatele  $x_a$  și  $y_a$  fac parte din datele inițiale ale problemei, în timp ce coordonatele  $x_b$  și  $y_b$  depind de poziția axei neutre.

**Zona comprimată triunghiulară**

Ecuția de proiecții este:

$$A_a R_a - 0,5uvR_c = 0 \tag{3.21}$$

Ecuția (3.19) se particularizează prin înlocuirea coordonatelor  $x$  și  $y$  cu coordonatele  $x_b$  și  $y_b$  ale centrului de greutate al triunghiului (fig. 3.7a) rezultând:

$$h/2 - v/3 = (b/2 - u/3 + x_a) \text{ctg}\delta - y_a \tag{3.22}$$

Prin eliminarea variabilei  $u$  între relațiile (3.21) și (3.22) rezultă ecuația:

$$v^2 + 1,5[(b + 2x_a) \text{ctg}\delta - h - 2y_a]v - 2A_a R_a \text{ctg}\delta / R_c = 0$$

care permite determinarea mărimii  $v$ , după care se poate calcula mărimea  $u$  cu ajutorul relației (3.21).

Valorile  $u$  și  $v$  permit determinarea coordonatelor  $x_b$  și  $y_b$  (fig. 3.7a), apoi a brațului de pârghie  $z$ , în final fiind posibil calculul momentului încovoiător capabil oblic cu relația (3.20).

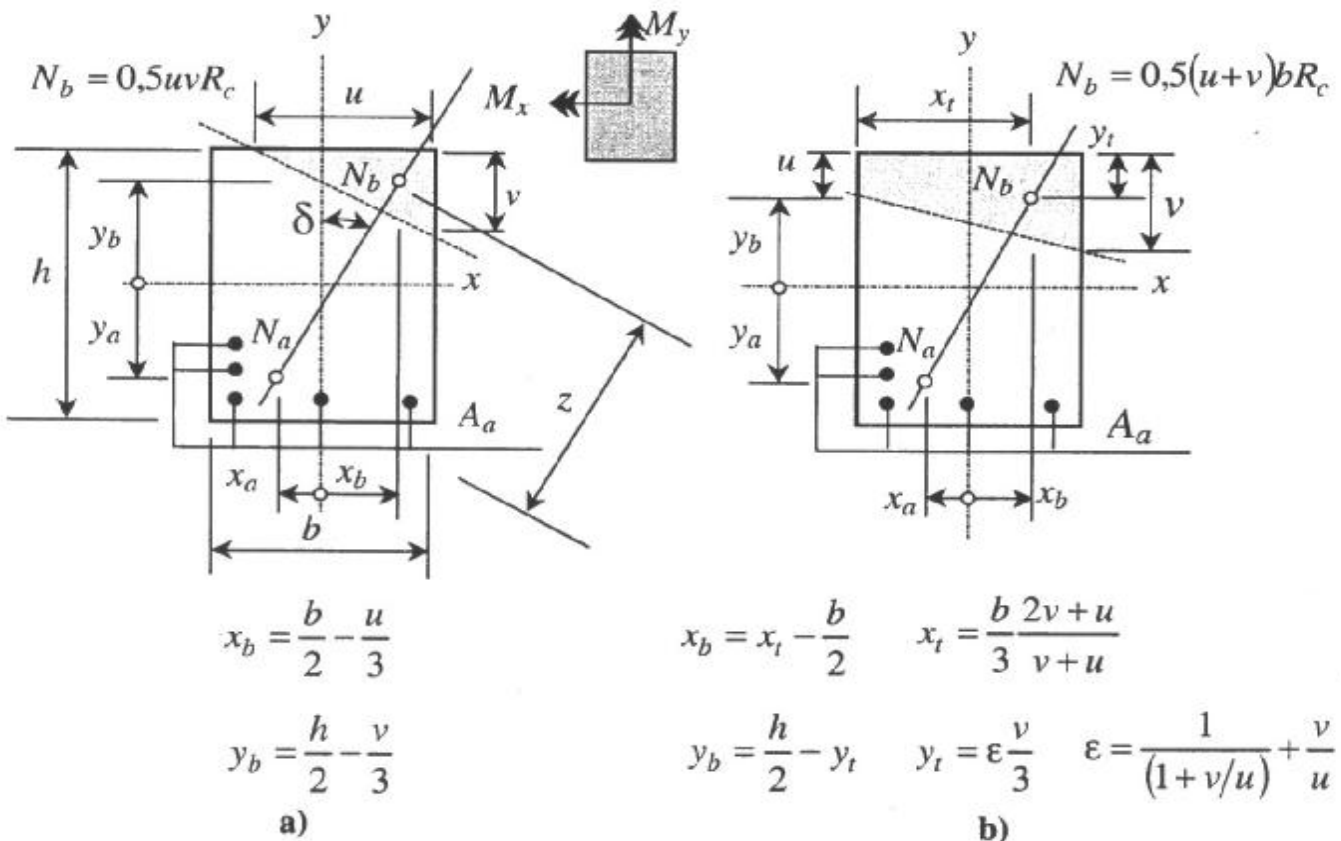


Fig. 3.7. Secțiunea dreptunghiulară supusă la încovoiere oblică



*Zona comprimată trapezoidală*

Ecuția de proiecții este:

$$A_a R_a - 0,5(u + v)bR_c = A_a R_a - 0,5\gamma bR_c = 0 \quad (3.23)$$

cu  $\gamma = u + v$ .

Pornind de la coordonatele  $x_b$  și  $y_b$  ale centrului de greutate al trapezului (fig. 3.7b), ecuația (3.19) devine:

$$\frac{h}{2} - \frac{v}{3} \left( \frac{v}{\gamma} + \frac{\gamma}{v} - 1 \right) = \left( \frac{b}{3} \frac{\gamma + v}{\gamma} - \frac{b}{2} + x_a \right) \operatorname{ctg} \delta - y_a \quad (3.24)$$

Relațiile (3.23) și (3.24) conduc la ecuația:

$$v^2 + (b \operatorname{ctg} \delta - \gamma)v + 0,5\gamma[2\gamma - 3h - 6y_a - (b - 6x_a) \operatorname{ctg} \delta] = 0 \quad (3.25)$$

în care  $\gamma = 2A_a R_a / bR_c$ .

Din relația (3.25) se obține necunoscuta  $v$  apoi  $u = v - \gamma$ ,  $x_b$ ,  $y_b$ , brațul de pârghie  $z$ . Momentul încovoietor capabil oblic  $M_{cap}$  se obține din relația (3.20).

Programul **SDIOB** permite determinarea momentului încovoietor capabil oblic al secțiunii dreptunghiulare simplu armate.

**3.2.3.4. Secțiunea dreptunghiulară aflată în cazul I de compresiune**

Elementele comprimate excentric se armează dublu și se află în cazul I de compresiune dacă  $\xi$ , obținut conform celor de mai jos, satisface condiția:

$$\xi = \frac{x}{h_0} \leq \xi_b \quad (3.26)$$

Ecuția de proiecții este:

$$N + (A_a - A'_a)R_a - bxR_c = 0$$

Poziția axei neutre rezultă din ecuația de proiecții:

$$x = \frac{(A_a - A'_a)R_a + N}{bR_c} = (\mu - \mu') \frac{R_a}{R_c} h_0 + \frac{N}{bR_c} = \xi h_0 \quad (3.27)$$

$$\text{în care } \xi = (\mu - \mu') \frac{R_a}{R_c} + \frac{N}{bh_0 R_c}$$

Ecuția de momente depinde de poziția axei neutre, după cum urmează:

- dacă din relația (3.27) rezultă  $x \geq 2a'$ , ecuația de momente se scrie în raport cu  $N_a$ :

$$M_* = bxR_c(h_0 - 0,5x) + A'_a R_a h_a - N(0,5h - a) \quad (3.28)$$

respectiv

$$\begin{aligned} M_* &= \xi(1 - 0,5\xi)bh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0,5h - a) = \\ &= mbh_0^2 R_c + A'_a R_a h_a - N(0,5h - a) \end{aligned}$$

- dacă din relația (3.27) rezultă  $x < 2a'$ , armătura comprimată nu curge și se admite că rezultanta compresiunilor din beton și din această armătură acționează la nivelul armăturii  $A'_a$ ; în această situație ecuația de momente se scrie în raport cu armătura  $A'_a$ :

$$M_* = A_a R_a h_a + N(0,5h - a') \quad (3.29)$$

Momentul încovoietor  $M_*$  ține cont de efectele de ordinul II ale elementelor comprimate și de excentricitatea adițională  $e_a$  (pct. 3.2.2).

În mod uzual pentru armarea elementelor comprimate excentric se folosește *armarea simetrică* ( $A_a = A'_a$ ), caz în care relația (3.27) devine:

$$x = \frac{N}{bR_c} = \xi h_0 \quad (3.30)$$

în care  $\xi = N/bh_0R_c$ .

Pentru cazul când  $x \geq 2a'$ , în baza relației (3.30), termenul  $bxR_c$  din ecuația de momente (3.28) se înlocuiește cu  $N$ , rezultând:

$$M_* = N(h_0 - 0,5x) + A'_a R_a h_a - N(0,5h - a) = N(h - x)/2 + A'_a R_a h_a \quad (3.31)$$

Dacă din relația (3.30) rezultă  $x < 2a'$  pentru ecuația de momente se folosește tot relația (3.29).

Pentru *dimensionarea secțiunii armate simetric* trebuie să se cunoască eforturile  $M_*$  și  $N$  precum și dimensiunile secțiunii  $b$  și  $h$ .

Dacă din relația (3.30) rezultă  $x \geq 2a'$ , din relația (3.31) se obține:

$$A_a = A'_a = \frac{M_* - N(h - x)/2}{R_a h_a}$$

Dacă din relația (3.30) rezultă  $x < 2a'$ , armătura se calculează cu relația (3.29):

$$A'_a = A_a = \frac{M_* - N(0,5h - a')}{R_a h_a}$$

Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare armate simetric aflată în cazul I de compresiune se poate face cu programul de calcul **SDCED**.

*Capacitatea portantă a secțiunii armate simetric* se poate calcula pe baza dimensiunilor secțiunii  $b$  și  $h$ , a armăturii dispuse în secțiune  $A_a = A'_a$  și a forței axiale de compresiune  $N$ . Din relația (3.30) se determină  $x$  verificându-se condiția (3.26), după care se folosește una din relațiile de mai jos:

$$\text{- dacă } x \geq 2a' : M_{cap} = N(h - x)/2 + A'_a R_a h_a$$

$$\text{- dacă } x < 2a' : M_{cap} = A_a R_a h_a + N(0,5h - a')$$

Momentul încovoietor disponibil rezultă din relația (3.6):

$$M_{disp} = M_{cap} / \eta - e_a N \quad (3.6a)$$

Pentru determinarea momentului încovoietor capabil al secțiunii armate simetric, precum și a valorii disponibile, se poate folosi programul de calcul **SDCEC**.

### 3.2.3.5. Secțiunea dreptunghiulară aflată în cazul II de compresiune

Elementele comprimate excentric se armează dublu și se află în cazul II de compresiune dacă  $\xi$  obținut pe baza relației (3.30) satisface condiția:

$$\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_b \quad (3.32)$$

Ecuția de proiecții este:

$$N + A_a \sigma_a - bxR_c - A'_a R_a = 0 \quad (3.33)$$

Ecuția de momente în raport cu armătura  $A_a$ :

$$M_* + N(0,5h - a) - bxR_c(h_0 - 0,5x) - A'_a R_a h_a = 0 \quad (3.34)$$

se pune sub forma:

$$eN - \xi(1 - 0,5\xi)bh_0^2 R_c - A'_a R_a h_a = 0 \quad (3.35)$$

în care  $e = M_*/N + 0,5h - a$

Efortul unitar din armătura  $A_a$  depinde de poziția axei neutre:

$$\sigma_a = k \cdot R_a \quad (3.36)$$

unde:

$$k = \begin{cases} \xi_b(1 - 1,25\xi)/\xi(1 - 1,25\xi_b) & \text{pentru } \xi_b < \xi \leq 0,8 \\ -(5\xi - 4) & \text{pentru } 0,8 < \xi \leq 1,0 \\ -1,0 & \text{pentru } \xi > 1,0 \end{cases} \quad (3.37)$$

Pentru *dimensionarea secțiunii armate simetric* este necesară rezolvarea sistemului nelinier format din ecuația de proiecții (3.33), ecuația de momente, pusă sub forma (3.35) și relația de definire a efortului unitar în armătura  $A_a$  (3.36).

În cazul armării simetrice a secțiunii ( $A_a = A'_a$ ), ținând cont de relația (3.36), ecuația (3.33) se modifică după cum urmează:

$$\begin{aligned} N - bxR_c - A_a(R_a - \sigma_a) &= N - \xi bh_0 R_c - A_a R_a(1 - k) = 0 \\ A_a R_a &= U/V \end{aligned} \quad (3.38)$$

unde:

$$U = N - \xi bh_0 R_c$$

$$V = 1 - k$$

Având în vedere  $A_a = A'_a$  și relația (3.38), ecuația (3.35) devine:

$$eN - \xi(1 - 0,5\xi)bh_0^2 R_c - h_a U/V = 0 \quad (3.39)$$

care este o ecuație de grad superior în  $\xi$ .

Pentru rezolvarea acestei ecuații se folosește metoda Newton-Raphson<sup>1</sup>, scop în care se definește funcția:

<sup>1</sup> Pentru rezolvarea ecuației  $f(x) = 0$  metoda apelează la o serie de iterații succesive, rădăcina din ciclul  $i$  fiind:  $x_i = x_{i-1} - f(x_{i-1})/f'(x_{i-1})$ , unde  $f'$  este derivata de ordinul întâi a funcției  $f$ .

$$f = \xi(1 - 0,5\xi)bh_0^2R_c - eN + h_aU/V = 0$$

și derivata acesteia:

$$f' = (1 - \xi)bh_0^2R_c + h_a \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

în care  $U' = -bh_0R_c$ , respectiv  $V' = -k'$ .

Având în vedere relația (3.37) și introducând notația  $c = \xi_b/(1 - 1,25\xi_b)$ , în tabelul 3.2 sunt date cazurile pentru  $V'$  în funcție de variabila  $\xi$ .

Tabelul 3.2. Prima derivată a lui  $V$

$\xi$	$k$	$V'$
$\xi_b \leq \xi \leq 0,8$	$c\left(\frac{1}{\xi} - 1,25\right)$	$\frac{c}{\xi^2}$
$0,8 < \xi \leq 1$	$-5\xi + 4$	5
$1 < \xi \leq 1 + a/h_0$	-1	0

Dacă  $\xi > 1 + a/h_0$  se poate considera că eforturile unitare sunt uniform distribuite pe secțiunea transversală.

Procedura de calcul este următoarea:

- se alege o valoare inițială  $\xi_i$  într-unul din domeniile din tabelul 3.2
- se calculează  $f(\xi_i)$ ;
- dacă  $f(\xi_i) \neq 0$ , se calculează  $f'(\xi_i)$  și noua valoare a lui  $\xi_{i+1}$ ; dacă este nevoie se schimbă domeniul pentru  $\xi$ ;
- dacă  $f(\xi_i) = 0$ , valoarea  $\xi_i$  reprezintă rădăcina ecuației (3.39) cu condiția ca  $\xi_i$  să fie cuprins în domeniul ales inițial;

Aria de armătură se obține din relația (3.38):

$$A_a = A'_a = U/V/R_a$$

Programele **SDCED\_1**, **SDCED\_2** permit dimensionarea secțiunii armate simetric prin metoda Newton-Raphson, respectiv prin incrementarea succesivă a lui  $\xi$ , pornind de la  $\xi_b$ .

Capacitatea portantă a secțiunii armate simetric se poate calcula pe baza dimensiunilor secțiunii  $b$  și  $h$ , a armăturii dispuse în secțiune  $A_a = A'_a$  și a forței axiale de compresiune  $N$ . Din relația (3.30) se determină  $x$  verificându-se relația (3.32).

Sucesiune operațiilor este următoare:

- se alege o valoare inițială  $\xi_i$ , calculându-se  $\sigma_a$  cu relația (3.36);
- pornindu-se de la relația (3.33) se calculează  $\xi_{i+1} = (N + A_a\sigma_a - A'_aR_a)/bh_0R_c$
- dacă diferența dintre cele două valori succesive este mai mică decât o eroare acceptabilă (de exemplu 1%), înălțimea zonei comprimate este  $x = \xi_{i+1}h_0$
- momentul încovoietor capabil este obținut din relația (3.34):

$$M_{cap} = bxR_c(h_0 - 0,5x) + A'_aR_a h_a - N(0,5h - a)$$

- momentul încovoietor disponibil rezultă din relația (3.6):

$$M_{disp} = M_*/\eta - e_a N \quad (3.6a)$$

Pentru determinarea momentului încovoietor capabil al secțiunii armate simetric, precum și a valorii disponibile, se poate folosi programul de calcul SDCEC.

### 3.2.3.6. Secțiunea dreptunghiulară supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică

În cazul secțiunilor supuse la acest tip de solicitare ecuațiile de momente se scriu în raport cu fiecare din cele două armături.

Ecuția de momente corespunzătoare curgerii armăturii  $A_a$  se scrie în raport cu armătura  $A'_a$ :

$$M + N(h/2 - a') - N_a h_a = 0 \quad (3.40)$$

Ecuția de momente corespunzătoare curgerii armăturii  $A'_a$  se scrie în raport cu armătura  $A_a$ :

$$M - N(h/2 - a) + N'_a h_a = 0 \quad (3.41)$$

#### Dimensionarea armăturilor

Secțiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică dacă:

$$e_0 = M/N \leq h/2 - a$$

Ariile armăturilor se obțin din relațiile (3.40) și (3.41):

$$A_a = \frac{M + N \cdot (h/2 - a')}{R_a h_a}; \quad A'_a = \frac{N \cdot (h/2 - a) - M}{R_a h_a}$$

Se recomandă ca ariile rezultate din calcul să fie majorate cu 10 % deoarece capacitatea portantă este asigurată numai de armături, secțiunea fiind fisurată în întregime.

Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică se poate face cu programul de calcul SDIED.

#### Capacitatea portantă

Secțiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică dacă:

$$N \geq N_a = A_a R_a$$

Situația normală de solicitare a secțiunii supusă la întindere excentrică cu excentricitate mică are loc atunci când este satisfăcută relația:

$$A_a y_a \geq A'_a y'_a$$

Respectarea acestei condiții indică o secțiune conformă acestui tip de solicitare, adică plasarea de aceeași parte a centrului de greutate al secțiunii atât a punctul de aplicație al forței excentrice cât și a centrului de greutate al armăturilor  $A_a$  și  $A'_a$ .

Momentul încovoietor capabil al secțiunii conformate se obține din relația (3.40):

$$M_{cap} = A_a R_a h_a - N(h/2 - a')$$

Deoarece secțiunea este fisurată în întregime este recomandabilă diminuarea capacității portante cu 10 % aceasta fiind asigurată numai de barele întinse.

Momentul încovoietor capabil al secțiunii conformate pentru întindere excentrică cu excentricitate mică se poate determina cu programul de calcul SDIEC.

### 3.2.3.7. Secțiunea dreptunghiulară supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare

Proiectarea sau verificarea secțiunilor se face ca în cazul I de compresiune (pct. 3.2.3.4), cu precizarea că în relațiile de calcul, forța axială  $N$  se introduce ca număr negativ.

*Proiectarea secțiunii*

Secțiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare dacă:

$$e_0 = M/N > 0,5h - a$$

Pentru calculul armăturilor este necesar să fie cunoscute eforturile  $M$  și  $N$ , precum și dimensiunile secțiunii transversale  $b$  și  $h$ . În cazul armării nesimetrice trebuie să se cunoască și armătura  $A'_a$ . În cazul armării simetrice ( $A_a = A'_a$ ) din relația (3.30) rezultă  $x < 0$ , ceea ce înseamnă  $x < 2a'$ .

Dimensionarea secțiunii dreptunghiulare supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare se poate face cu programul de calcul SDIED.

*Capacitatea portantă a secțiunii*

Secțiunea este supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare dacă este satisfăcută condiția:

$$N < N_a = A_a R_a$$

Calculul capacității portante a secțiunii, armată simetric sau nesimetric, se face cunoscând următoarele date: eforturile secționale  $M$  și  $N$ ,  $A_a$ ,  $A'_a$ , precum și dimensiunile secțiunii de beton ( $b \times h$ ). Capacitatea portantă este reprezentată de momentului încovoietor  $M_{cap}$  corespunzător forței axiale  $N$ .

Momentul încovoietor capabil al secțiunii supusă la întindere excentrică cu excentricitate mare se poate determina cu programul de calcul SDIEC.

## 3.2.4. Calculul elementelor cu secțiune în formă de T supuse la încovoiere

### 3.2.4.1. Secțiunea T simplu armată supusă la încovoiere

Secțiunea T poate avea axa neutră în placă sau în inimă; cazul secțiunii T cu  $x \leq h_p$  este tratat ca o secțiune dreptunghiulară cu lățime  $b_p$ .

Secțiunea T se descompune în două secțiuni dreptunghiulare dacă axa neutră este plasată în inima secțiunii (fig. 3.8a).

Determinarea poziției axei neutre se face pe baza ecuației de proiecții, scrisă sub forma:

$$[bx + (b_p - b)h_p]R_c - A_a R_a = 0$$

De asemenea, din figura 3.8a se mai observă că  $N_{a2} = N_{b2}$ , rezultând:

$$A_{a2} = (b_p - b)h_p \frac{R_c}{R_a} \quad (3.42)$$

Ecuția de momente se scrie sub forma:

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 = bxR_c(h_0 - 0,5x) + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0,5h_p) = \\ &= mbh_0^2 R_c + (b_p - b)h_p R_c(h_0 - 0,5h_p) \end{aligned}$$

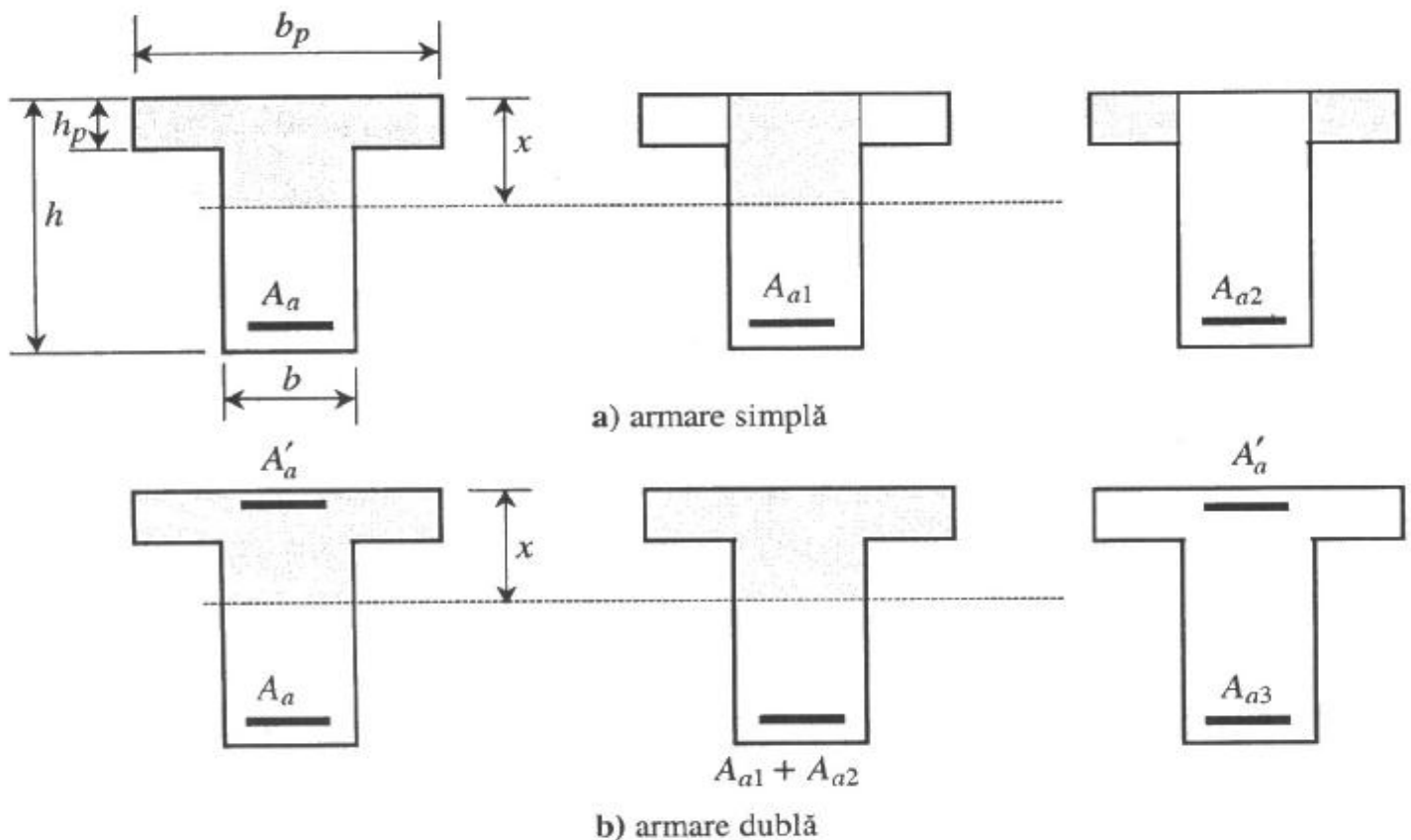


Fig. 3.8. Secțiune T simplu sau dublu armată

În cazul *dimensionării*, axa neutră este plasată în inimă dacă:

$$M > M_{\text{lim}} = b_p h_p R_c (h_0 - 0,5h_p)$$

Etapele de calcul sunt cele prezentate mai jos.

$$M_2 = A_{a2} R_c (h_0 - 0,5h_p) = (b_p - b)h_p R_c (h_0 - 0,5h_p)$$

în care  $A_{a2}$  se determină cu relația (3.42).

$$M_1 = M - M_2$$

Conform punctului 3.2.3.1 se calculează:  $m = M_1 / bh_0^2 R_c$ ,  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m}$ ,  $\mu = \xi \frac{R_c}{R_a}$

Aria secțiunii armăturii este  $A_a = A_{a1} + A_{a2} = \mu b h_0 + (b_p - b)h_p R_c / R_a$

Calculul armăturii secțiunii T simplu armate se poate face cu programul de calcul **STSAID**. În cazul evaluării *capacității portante*, axa neutră este plasată în inimă dacă:

$$A_a > A_{a \text{ lim}} = b_p h_p \frac{R_c}{R_a}$$

Poziția axei neutre și capacitatea portantă se determină cu relațiile:

$$x = [A_a R_a - (b_p - b) h_p R_c] / b R_c$$

$$M_{cap} = [bx(h_0 - 0,5x) + (b_p - b)h_p(h_0 - 0,5h_p)]R_c$$

În cazul în care  $x > x_b = \xi_b h_0$ , capacitatea portantă se limitează la:

$$M_{cap \text{ max}} = [bx_b(h_0 - 0,5x_b) + (b_p - b)h_p(h_0 - 0,5h_p)]R_c$$

Pentru determinarea momentului încovoietor capabil al secțiunii T simplu armate se poate folosi programul de calcul **STIC**.

### 3.2.4.2. Secțiunea T dublu armată supusă la încovoiere

Dacă  $x \leq h_p$  secțiunea T se rezolvă ca o secțiune dreptunghiulară dublu armată cu lățime  $b_p$ .

Conform celor două cazuri din figura 3.8, dacă axa neutră este plasată în inima secțiunii T dublu armate aceasta se descompune în două secțiuni dreptunghiulare și una formată numai din armături. În acest caz este evident că  $x \geq 2a'$ , deoarece  $x > h_p$  și în mod curent  $2a' < h_p$ .

Determinarea poziției axei neutre se face pe baza ecuației de proiecții, scrisă sub forma:

$$[bx + (b_p - b)h_p]R_c - (A_a - A'_a)R_a = 0$$

Ecuția de momente este:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = mbh_0^2 R_c + (b_p - b)h_p R_c (h_0 - 0,5h_p) + A'_a R_a h_a$$

În cazul *dimensionării*, axa neutră este plasată în inimă dacă:

$$M > M_{\text{lim}} = b_p h_p R_c (h_0 - 0,5h_p) + A'_a R_a h_a$$

Etapele de calcul sunt cele prezentate mai jos.

$$M_3 = A'_a R_a (h_0 - a')$$

$$M_2 = A_{a2} R_a (h_0 - 0,5h_p) = (b_p - b)h_p R_c (h_0 - 0,5h_p)$$

în care  $A_{a2}$  se determină cu relația (3.42).

$$M_1 = M - M_2 - M_3$$

Conform punctului 3.2.3.1 se calculează  $m = M_1 / bh_0^2 R_c$ ,  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m}$ ,  $\mu = \xi \frac{R_c}{R_a}$

Aria secțiunii armăturii este  $A_a = A_{a1} + A_{a2} + A_{a3} = \mu b h_0 + (b_p - b)h_p R_c / R_a + A'_a$

Calculul armăturii secțiunii T dublu armate se poate face cu programul de calcul **STDAID**.

În cazul evaluării *capacității portante*, axa neutră este plasată în inimă dacă:



$$A_a > A_{a \text{ lim}} = b_p h_p \frac{R_c}{R_a} + A'_a$$

Succeșiune calculelor este următoarea:

$$x = \left[ (A_a - A'_a) R_a - (b_p - b) h_p R_c \right] / b R_c$$

$$M_{cap} = [bx(h_0 - 0,5x) + (b_p - b)h_p(h_0 - 0,5h_p)]R_c + A'_a R_a (h_0 - a')$$

În cazul în care  $x > x_b = \xi_b h_0$ , capacitatea portantă se limitează la:

$$M_{cap \text{ max}} = [bx_b(h_0 - 0,5x_b) + (b_p - b)h_p(h_0 - 0,5h_p)]R_c + A'_a R_a (h_0 - a')$$

Pentru determinarea momentului încovoietor capabil al secțiunii T dublu armate se poate folosi programul de calcul STIC.

### 3.2.5. Calculul elementelor cu secțiune circulară supuse la compresiune excentrică

În mod curent, elementele cu secțiune circulară supusă la compresiune cu încovoiere au armătura de rezistență uniform repartizată pe contur (fig. 3.9a) fiind necesare cel puțin șase bare. Deoarece secțiunea este axial simetrică, poziția axei neutre este definită prin unghiul  $2\theta$ .

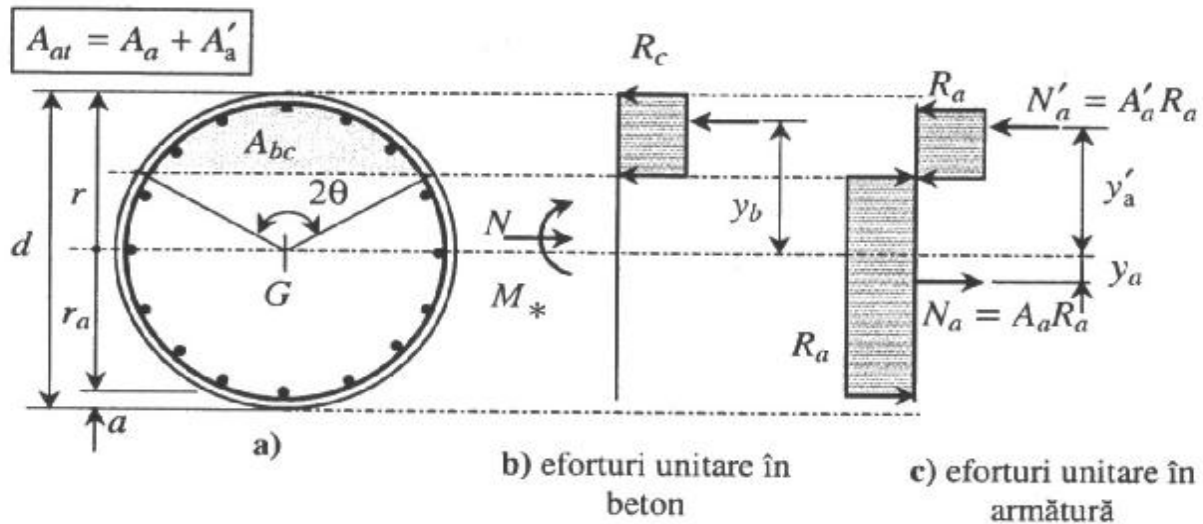


Fig. 3.9. Cazul I de compresiune al secțiunii circulare

Secțiunea circulară se află în **cazul I de compresiune** atunci când este îndeplinită condiția:

$$\theta \leq \pi/2 \text{ sau } n = N/A_b R_c \leq 0,5$$

în care  $A_b = \pi d^2/4$  este aria secțiunii transversale de beton.

Pentru scrierea ecuațiilor de echilibru se au în vedere următoarele relații (fig. 3.9):

$$A_{bc} = r^2(2\theta - \sin 2\theta)/2$$

$$N_b = r^2(2\theta - \sin 2\theta)R_c/2, \quad y_b = \frac{4}{3}r \frac{\sin^3 \theta}{2\theta - \sin 2\theta}$$

$$A_a = A_{at} \frac{\pi - \theta}{\pi} \quad (3.43)$$

$$N_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_{at} R_a, \quad y_a = r_a \frac{\sin(\pi - \theta)}{\pi - \theta} = r_a \frac{\sin \theta}{\pi - \theta} \quad (3.44), (3.45)$$

$$A'_a = A_{at} \frac{\theta}{\pi} \quad (3.46)$$

$$N'_a = \frac{\theta}{\pi} A_{at} R_a, \quad y'_a = r_a \frac{\sin \theta}{\theta} \quad (3.47), \quad (3.48)$$

Ecuția de proiecții este:

$$N + N_a - N_b - N'_a = 0 \quad (3.49)$$

Înlocuind rezultantele eforturilor interioare cu relațiile de mai sus, rezultă:

$$N - \frac{r^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) R_c - A_{at} R_a \left( \frac{2\theta}{\pi} - 1 \right) = 0 \quad (3.50)$$

Ecuția de momente, în raport cu axa orizontală ce trece prin centrul de greutate al secțiunii este:

$$M_* = N_b y_b + N_a y_a + N'_a y'_a$$

care, făcând înlocuirile necesare, se pune sub forma:

$$M_* = \frac{2}{3} r^3 R_c \sin^3 \theta + 2 A_{at} R_a r_a \frac{\sin \theta}{\pi} \quad (3.51)$$

Fiind cunoscută aria totală de armătură  $A_{at}$ , capacitatea portantă se obține prin rezolvarea sistemului format de relațiile (3.50) și (3.51), procedându-se după cum urmează:

- se alege o poziție inițială pentru axa neutră ( de exemplu,  $\theta_i = \pi/4$  );
- se calculează valoarea funcției  $f = N - (2\theta - \sin 2\theta) r^2 R_c / 2 - A_{at} R_a (2\theta/\pi - 1)$ ;
- se calculează  $f' = -r^2 (1 - \cos 2\theta) R_c - 2 A_{at} R_a / \pi$
- prin metoda Newton-Raphson, se determină noua poziție a axei neutre  $\theta_{i+1}$ ;
- dacă, cu o eroare acceptabilă, de exemplu 1%,  $f(\theta_{i+1}) = 0$  poziția axei neutre este indicată de  $\theta_{i+1}$ ; în caz contrar se reia calculul;

Momentul încovoietor capabil se obține din relația (3.51):

$$M_{cap} = \frac{2}{3} r^3 R_c \sin^3 \theta_{i+1} + 2 A_{at} R_a r_a \frac{\sin \theta_{i+1}}{\pi} \quad (3.52)$$

Pentru calculul capacității portante a secțiunii circulare comprimate excentric se poate folosi programul de calcul **SCICEC**.

*Dimensionarea armăturii* se face cu ajutorul relațiilor (3.50) și (3.52), cu următoarea procedură:

- se calculează aria minimă a armăturii totale cu relația  $A_{at \min} = p_{\min} A_b / 100$
- conform celor de mai sus se calculează momentul încovoietor capabil  $M_{cap}$ ;

- se majorează aria armăturii până când, cu o eroare acceptabilă, de exemplu 1%,  
 $M_{cap} = M_*$

Dacă  $N = A_b R_c / 2$  aria totală de armătură se obține direct din relația (3.51):

$$A_{at} = \frac{(M_* - 2r^3 R_c / 3) \pi}{2r_a R_a}$$

Dimensionarea ariei armăturii totale pentru o secțiune circulară comprimată excentric se poate face cu programul de calcul **SCICED**.

Secțiunea circulară se află în **cazul II de compresiune** atunci când este îndeplinită condiția:

$$\theta > \pi / 2 \text{ sau } n = N / A_b R_c > 0,5$$

situație în care efortul unitar în armătura  $A_a$  este:

$$\sigma_a = (3 - 4\theta/\pi) R_a \quad (3.53)$$

Rezultanta eforturilor unitare din armătura  $A_a$  este:

$$N_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_{at} \sigma_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} \left( 3 - \frac{4\theta}{\pi} \right) A_{at} R_a \quad (3.54)$$

Având în vedere relația (3.54), cele două ecuații de echilibru static devin:

$$N - \frac{r^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) R_c - A_{at} R_a \left[ -3 + 8\theta/\pi - 4(\theta/\pi)^2 \right] = 0 \quad (3.55)$$

$$M_* = \frac{2}{3} r^3 R_c \sin^3 \theta + k A_{at} R_a r_a \frac{\sin \theta}{\pi} \quad (3.56)$$

în care  $k = 1 + (3 - 4\theta/\pi)$ .

Pentru calculul *capacității portante* se procedează ca la cazul I poziția inițială a axei neutre fiind  $\theta_i = 3\pi/4$  și utilizând relațiile:

$$f = N - \frac{r^2}{2} (2\theta - \sin 2\theta) R_c - A_{at} R_a \left[ -3 + 8\theta/\pi - 4(\theta/\pi)^2 \right] \quad (3.57)$$

$$f' = -r^2 (1 - \cos 2\theta) R_c - 8 A_{at} R_a (1 - \theta/\pi) / \pi$$

Momentul încovoietor capabil se calculează cu relația (3.56), înlocuind  $\theta$  cu  $\theta_{i+1}$ :

$$M_{cap} = \frac{2}{3} r^3 R_c \sin^3 \theta_{i+1} + k A_{at} R_a r_a \frac{\sin \theta_{i+1}}{\pi} \quad (3.58)$$

Unghiul  $\theta_{i+1}$  reprezintă rădăcina ecuației (3.55) cu o eroare acceptabilă (1%).

Pentru calculul *capacității portante* a secțiunii circulare comprimate excentric se poate folosi programul de calcul **SCICEC**.

*Dimensionarea armăturii* se face cu ajutorul relațiilor (3.55) și (3.58), cu următoarea procedură:

- se calculează aria minimă a armăturii totale cu relația  $A_{at \min} = p_{\min} A_b / 100$
- conform celor de mai sus se calculează momentul încovoietor capabil  $M_{cap}$ ;

- se majorează aria armăturii până când, cu o eroare acceptabilă, de exemplu 1%,  
 $M_{cap} = M_*$

Dimensionarea ariei de armătură pentru o secțiune circulară comprimată excentric se poate face cu programul de calcul **SCICED**.

### 3.2.6. Calculul elementelor cu secțiune inelară supuse la compresiune excentrică

În mod curent, elementele tubulare, cu secțiune inelară, supuse la compresiune cu încovoiere au armătura de rezistență uniform repartizată pe contur (fig. 3.10a) fiind necesare cel puțin șase bare. Se recomandă ca între cele două raze ale secțiunii să existe relația  $r_i \geq 0,5r_e$ . Deoarece secțiunea este axial simetrică, poziția axei neutre este definită prin unghiul  $2\theta$ .

Secțiunea inelară se află în **cazul I de compresiune** atunci când este îndeplinită condiția:

$$\theta \leq \pi/2 \text{ sau } n = N/A_b R_c \leq 0,5$$

în care  $A_b = \pi(r_e^2 - r_i^2)$  este aria secțiunii transversale de beton.

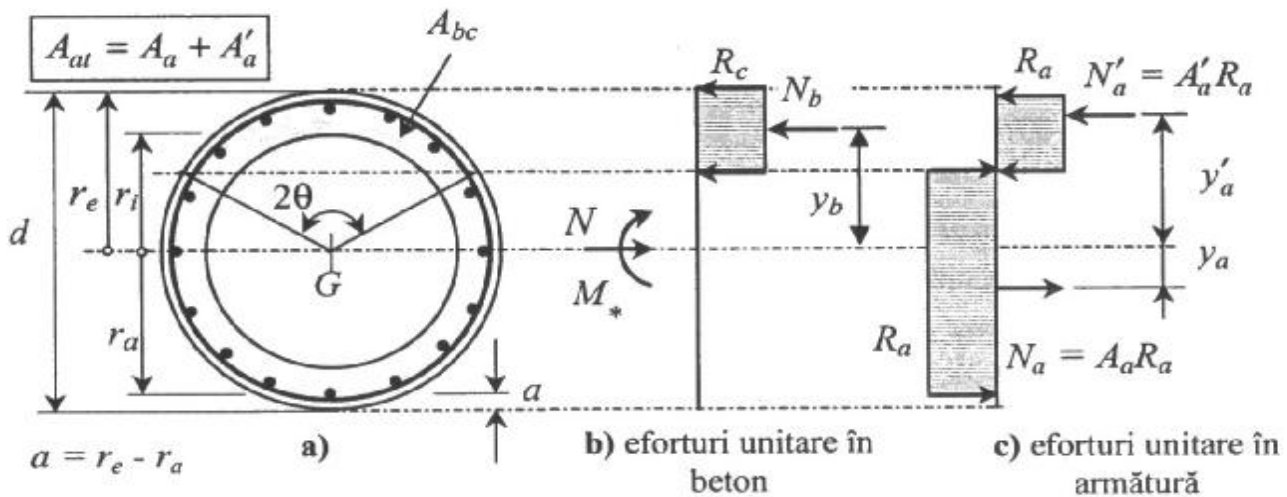


Fig. 3.10. Cazul I de compresiune al secțiunii inelare

Pentru scrierea ecuațiilor de echilibru se au în vedere următoarele relații (fig. 3.10):

$$A_{bc} = A_b \frac{\theta}{\pi}$$

$$N_b = A_b R_c \frac{\theta}{\pi}$$

$$y_b = \frac{2 r_e^3 - r_i^3}{3 r_e^2 - r_i^2} \frac{\sin \theta}{\theta} = e_r \cdot \frac{\sin \theta}{\theta}$$

Relațiile (3.43)...(3.48) rămân valabile și în cazul secțiunilor inelare.

Ecuția de proiecții este:

$$N + N_a - N_b - N'_a = 0$$

care permite determinarea poziției axei neutre:

$$\theta = \pi \frac{N + A_{at} R_a}{A_b R_c + 2 A_{at} R_a} \quad (3.59)$$

Ecuția de momente, în raport cu axa orizontală ce trece prin centrul de greutate al secțiunii este:

$$M_* = N_b y_b + N_a y_a + N'_a y'_a$$

care pe baza rezultatelor eforturilor interioare se pune sub forma:

$$M_* = \frac{1}{\pi} (A_b R_c y_b + 2 A_{at} R_a r_a) \sin \theta \quad (3.60)$$

Cunoscând aria totală de armătură  $A_{at}$ , capacitatea portantă se obține după cum urmează:

- se calculează poziția axei neutre cu relația (3.59);
- dacă  $\theta \leq \pi/2$  secțiunea este în cazul I de compresiune; valoarea momentului încovoietor capabil rezultă din relația (3.60):

$$M_{cap} = \frac{1}{\pi} (A_b R_c y_b + 2 A_{at} R_a r_a) \sin \theta \quad (3.61)$$

Pentru calculul capacității portante a secțiunii inelare comprimate excentric se poate folosi programul de calcul SINCEC.

*Dimensionarea armăturii* se face cu relațiile (3.59) și (3.61), cu următoarea procedură:

- se calculează aria minimă a armăturii totale cu relația  $A_{at \min} = p_{\min} A_b / 100$
- se calculează unghiul  $\theta$  cu ajutorul relației (3.59);
- cu relația (3.61) se calculează momentul încovoietor capabil  $M_{cap}$ ;
- se majorează aria armăturii până când, cu o eroare acceptabilă, de exemplu 1%,  $M_{cap} = M_*$

Dimensionarea ariei de armătură pentru o secțiune inelară comprimată excentric se poate face cu programul de calcul SINCED.

Secțiunea inelară se află în **cazul II de compresiune** atunci când este îndeplinită condiția:

$$\theta > \pi/2 \text{ sau } n = N/A_b R_c > 0,5$$

situație în care efortul unitar în armătura  $A_a$  este dat de relația (3.53).

Rezultanta eforturilor unitare din armătura  $A_a$  este:

$$N_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} A_{at} \sigma_a = \frac{\pi - \theta}{\pi} \left( 3 - \frac{4\theta}{\pi} \right) A_{at} R_a \quad (3.62)$$

astfel încât cele două ecuații de echilibru devin:

$$N - A_b R_c \frac{\theta}{\pi} - A_{at} R_a \left[ \frac{\theta}{\pi} - \frac{\pi - \theta}{\pi} \cdot \left( 3 - \frac{4\theta}{\pi} \right) \right] = 0$$

$$M_* = e_r A_b R_c \frac{\sin \theta}{\pi} + \frac{4r_a}{\pi^2} A_{at} R_a (\pi - \theta) \sin \theta$$

Pentru calculul *capacității portante*, poziția axei neutre rezultă din ecuația de proiecții pusă sub forma:

$$\theta^2 + \beta\theta + \gamma = 0$$

unde:

$$\beta = -\frac{\pi}{4} \left( \frac{A_b R_c}{A_{at} R_a} + 8 \right);$$

$$\gamma = \frac{\pi^2}{4} \left( \frac{N}{A_{at} R_a} + 3 \right).$$

Momentul încovoietor capabil este:

$$M_{cap} = e_r A_b R_c \frac{\sin \theta}{\pi} + \frac{4r_a}{\pi^2} A_{at} R_a (\pi - \theta) \sin \theta \quad (3.63)$$

Pentru calculul *capacității portante* a secțiunii inelare comprimate excentric se poate folosi programul de calcul **SINCEC**.

*Dimensionarea armăturii* se face prin rezolvarea sistemului format de relațiile (3.62) și (3.63), cu următoarea procedură:

- se calculează aria minimă a armăturii totale cu relația  $A_{at \min} = p_{\min} A_b / 100$
- conform celor de mai sus se calculează momentul încovoietor capabil  $M_{cap}$ ;
- se majorează aria armăturii până când, cu o eroare acceptabilă, de exemplu 1%,  $M_{cap} = M_*$ .

Dimensionarea ariei de armătură pentru o secțiune circulară comprimată excentric se poate face cu programul de calcul **SINCED**.

### 3.3. Calculul la forță tăietoare

Calculul în secțiuni înclinate este obligatoriu atât pentru elementele de rezistență supuse la încovoiere, cât și pentru cele supuse la încovoiere cu forță axială, având la bază o armare longitudinală obținută din dimensionarea în secțiuni normale.

Armarea pentru forță tăietoare poate fi realizată cu *bare înclinate și etrieri* sau *numai cu etrieri*.

Calculul la forță tăietoare al elementelor încovoiate sau solificate excentric nu este necesar dacă nivelul de solicitare la tăiere satisface condiția:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{bh_0 R_t} \leq 0,5$$

Secțiunile de beton ale elementelor trebuie astfel dimensionate încât să fie respectată condiția:

$$\bar{Q} \leq c$$

unde:

- $c = 2$  pentru zonele potențial plastice de la capetele elementelor aparținând structurilor supuse la acțiuni seismice;
- $c = 4$  pentru restul cazurilor.

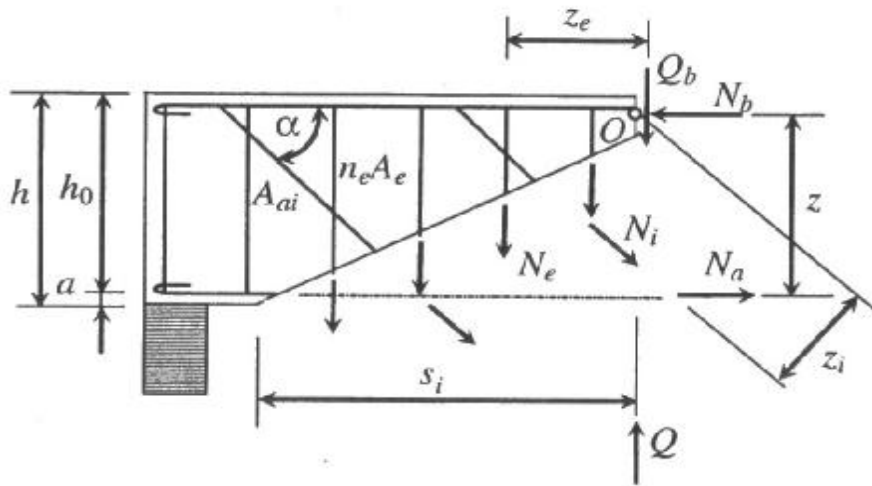


Fig. 3.11. Eforturile în secțiunea înclinată

Ecuatia de proiecții, după normala la axa elementului, se scrie sub forma:

$$Q = Q_b + Q_e + Q_{ai} = Q_{eb} + Q_{ai} \quad (3.64)$$

unde:

$Q$  este forța tăietoare de calcul în secțiunea normală pe axa elementului, la capătul dinspre zona comprimată a fisurii înclinată; pentru cazurile curente, se acceptă să se ia în considerare cea mai mare valoare de pe lungimea  $s_i$ ;

$Q_b$  – forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate;

$Q_e$  – forța tăietoare preluată de etrieri;

$Q_{ai}$  – forța tăietoare preluată de barele înclinate.

Forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate  $Q_b$  se calculează cu relația:

$$Q_b = \frac{bh_0^2 \sqrt{p}}{s_i} m_t R_t$$

în care:

$p$  este procentul de armare pentru barele longitudinale de rezistență din zona întinsă, intersectate de fisura înclinată;

$s_i$  – proiecția pe orizontală a fisurii înclinate luate în considerare;  $0,5h_0 \leq s_i \leq 2,5h_0$

$m_t$  – coeficient al condițiilor de lucru care afectează rezistența la întindere a betonului  $R_t$ .

Coeficientul condițiilor de lucru  $m_t$  se ia după cum urmează:

- în cazul elementelor încovoiate

$$m_t = \frac{3 - \bar{Q}}{2} \leq 1 \text{ pentru zonele potențial plastice cu } \bar{Q} \geq 1;$$

$m_t = 0$  la grinzile la care din solicitări seismice, în ambele sensuri,  $\bar{Q} > 1$ ;

$m_t = 1,0$  pentru restul cazurilor;

- în cazul elementelor comprimate excentric

$$m_t = 1 + 0,5 \frac{N}{bh_0 R_c}$$

- în cazul elementelor întinse excentric

$$m_t = \frac{e_0/h - 0,5}{e_0/h + 0,5} \text{ pentru situația întinderii excentrice cu excentricitate mare;}$$

$m_r = 0$  pentru situația întinderii excentrice cu excentricitate mică.

Forța tăietoare preluată de toți etrierii intersectați de fisura înclinată se calculează cu relația:

$$Q_e = \sum n_e A_e m_{at} R_a$$

în care:

$A_e$  – aria secțiunii transversale a barei din care este confecționat etrierul;

$n_e$  – numărul de ramuri ale etrierului;

$m_{at}$  – coeficient al condițiilor de lucru pentru armătura transversală; acest coeficient este egal cu 0,8 pentru armături din oțel laminat (PC60, PC52 și OB37), respectiv 0,7 pentru armături din sârme (STNB, SPPB).

Forța tăietoare preluată de barele înclinate se determină cu relația:

$$Q_{ai} = \sum A_{ai} m_{at} R_a \sin \alpha$$

unde:

$\sum A_{ai}$  – aria secțiunii transversale a tuturor armăturilor înclinate care sunt intersectate de fisura înclinată pe zona lor activă, centrală, de lungime egală cu 3/4 din lungimea porțiunii înclinate;

$\alpha$  – unghiul dintre armătura înclinată și axa grinzii, de regulă  $45^\circ$ .

Forța tăietoare preluată de etrieri și beton se calculează cu relația:

$$Q_{eb} = 2\sqrt{bh_0^2 m_r R_t q_e \sqrt{p}} \quad (3.65)$$

unde:

$$q_e = \frac{n_e A_e m_{at} R_a}{a_e} \quad (3.66)$$

$a_e$  – distanța dintre etrieri.

Relația (3.65) este valabilă pentru valorile  $s_i$  care satisfac condiția:

$$0,5h_0 \leq s_i \leq 2,5h_0$$

### 3.3.1. Calculul direct al etrierilor

În cazul în care pentru armarea la forța tăietoare se folosesc numai etrieri relația (3.64) devine:

$$Q = 2\sqrt{bh_0^2 m_r R_t q_e \sqrt{p}}$$

din care se obține:

$$q_{e nec} = \frac{Q^2}{4bh_0^2 m_r R_t \sqrt{p}}$$

Pornind de la relația (3.66), se calculează valoarea necesară a raportului dintre aria secțiunii barei  $A_e$  din care se execută etrierii și distanța dintre aceștia  $a_e$ :

$$\left( \frac{A_e}{a_e} \right)_{nec} = \frac{q_{e nec}}{n_e m_{at} R_a} \quad (3.67)$$



Etrieri se aleg, în așa fel, încât valoarea efectivă a raportului dintre aria secțiunii barei din care se execută etrierii și distanța dintre aceștia să îndeplinească condiția:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{ef} \geq \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec}$$

### 3.3.2. Calculul barelor înclinate

Utilizarea barelor înclinate poate deveni necesară atunci când etrierii și betonul nu sunt capabili să preia forța tăietoare de calcul, adică atunci când  $Q > Q_{eb}$ .

Aria armăturii înclinate se calculează cu relația:

$$A_{ai} = \frac{Q - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin \alpha}$$

care provine din relația (3.64).

Dacă barele înclinate se ridică în planuri diferite (fig. 3.12), ariile armăturilor se calculează cu relațiile:

$$A_{ai1} = \frac{Q_1 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin \alpha}; \quad A_{ai2} = \frac{Q_2 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin \alpha}; \quad A_{ai3} = \frac{Q_3 - Q_{eb}}{m_{at} R_a \sin \alpha}$$

Forțele tăietoare  $Q_2$ ,  $Q_3$ , și  $Q_4$  sunt determinate în secțiunea de la capătul inferior al porțiunii active a barei înclinate. Poziția acestei secțiuni este dată prin mărimea  $\Delta$  (fig. 3.12) în raport cu punctul de ridicare al armăturii înclinate.

Elementele încovoiate și stâlpii se pot calcula la forța tăietoare cu programul de calcul **CATTOR**, care ia în considerare și efectul torsiunii dacă este cazul.

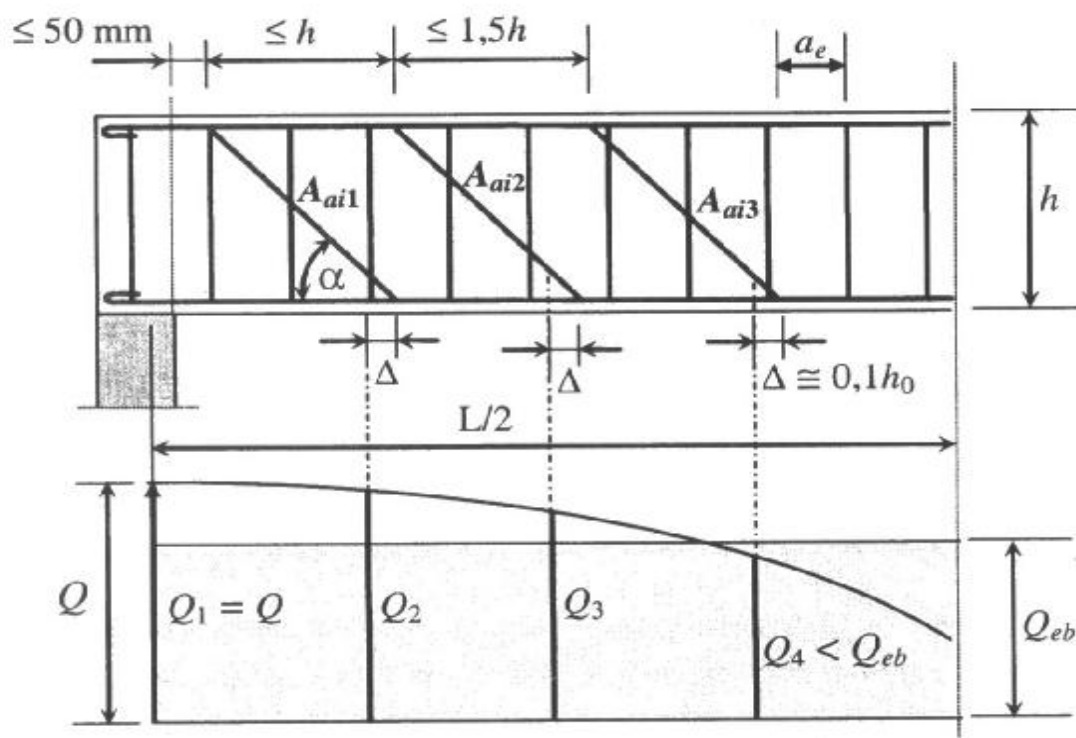


Fig. 3.12. Dispunerea barelor înclinate

### 3.4. Calculul la torsiune

Deoarece torsiunea produce eforturi unitare tangențiale ca și tăierea, nivelul de solicitare la eforturi tangențiale pentru o secțiune dreptunghiulară sau în formă de T se evaluează cu relația:

$$\bar{Q} = \left( \frac{Q}{bh_0} + \frac{M_t}{W_t} \right) \frac{1}{R_t}$$

în care:

$W_t = \frac{1}{6} d_{\min}^2 h \left( 3 - \frac{d_{\min}}{d_{\max}} \right)$  este modulul de rezistență la torsiune al secțiunii dreptunghiulare de dimensiuni  $d_{\min}$  și  $d_{\max}$ .

Calculul elementelor supuse la torsiune cu încovoiere nu este necesar dacă nivelul de solicitare la tăiere satisface condiția:

$$\bar{Q} \leq 0,5$$

Secțiunile de beton ale elementelor trebuie astfel dimensionate încât să fie respectată condiția:

$$\bar{Q} \leq c$$

în care  $c$  se ia conform punctului 3.3.

Elementele supuse la torsiune se armează în mod curent cu etrieri și bare longitudinale (fig. 3.13); aceste armături se cumulează cu cele rezultate din calculul la moment încovoietor și forță tăietoare.

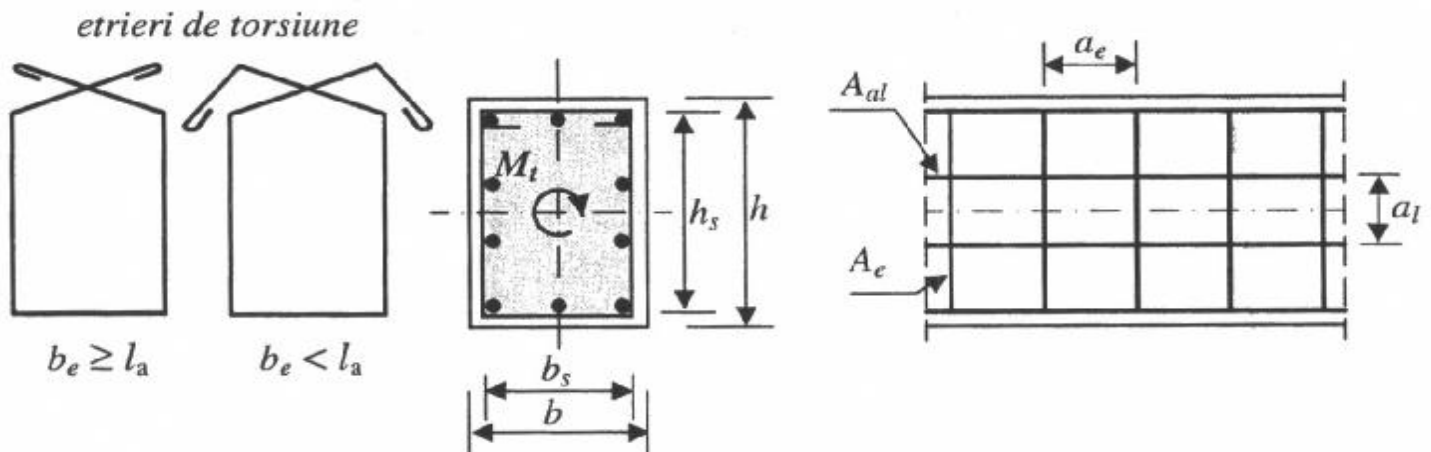


Fig. 3.13. Armarea la torsiune cu bare longitudinale și etrieri

Aria totală a barelor longitudinale prevăzute pentru preluarea torsiunii rezultă din relația:

$$A_{tl} = \frac{M_t (b_s + h_s)}{b_s h_s R_a} = \frac{M_t U_s}{2 A_{bs} R_a}$$

în care:

$U_s = 2(b_s + h_s)$  este perimetrul sâmburelui de beton cuprins în interiorul etrierilor perimetrali;  
 $A_{bs} = b_s h_s$  - aria sâmburelui de beton cuprins în interiorul etrierilor perimetrali.

Armăturile longitudinale suplimentare se dispun cât mai uniform pe perimetrul interior al etrierilor fiind adăugate la cele rezultate din calculul la moment încovoietor.

Etrierii necesari pentru preluarea torsiunii, sub forma ariei relative ( $\text{mm}^2/\text{mm}$ ), se calculează cu relația:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_T = \frac{M_t}{2b_s h_s R_a} = \frac{M_t}{2A_{bs} R_a} \quad (3.68)$$

Etrierii suplimentari pentru preluarea torsiunii se cumulează cu etrierii necesari pentru forța tăietoare, dacă aceștia sunt prevăzuți numai pe perimetrul secțiunii; dacă etrierii necesari pentru forța tăietoare au mai mult de două ramuri verticale, cumularea se face numai pentru ramurile perimetrului.

Diametrul etrierilor și distanța dintre aceștia se aleg în așa fel încât:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{ef} \geq \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_{nec} = \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_Q + \left(\frac{A_e}{a_e}\right)_T \quad (3.69)$$

Calculul la torsiune al elementelor încovoiate se poate face cu programul de calcul **CATTOR** care ține cont și de prezența forței tăietoare.

# 4





## PROGRAME BASIC PENTRU CALCUL ELEMENTELOR DIN BETON ARMAT

Pe baza relațiilor prezentate în capitolul 3 au fost elaborate programe de calcul pe tipuri de probleme și tipuri de secțiuni (tab. 4.1).

Programele sunt salvate pe CD, în directorul **CALCULUL SECTIUNILOR**, sub formă de:

- fișiere sursă, în subdirectorul **PROGRAME SURSA**;
- fișiere executabile, în subdirectorul **FISIERE EXECUTABILE**.

Tabelul 4.1. Programe de calcul

Problema de calcul	Solicitarea	Tipul secțiunii			
					
Eforturi unitare în stadiul elastic	Încovoiere	EFUNIN			
	Încovoiere cu forță axială	EFUNSE			
Dimensionare	Încovoiere	SDSAID SDDAID	STSAID STDAID		
	Compresiune excentrică	SDCED		SCICED	SINCED
	Întindere excentrică	SDIED			
	Tăiere cu torsiune	CATTOR			
Capacitate portantă	Încovoiere	SDIC SDIOB	STIC		
	Compresiune excentrică	SDCEC		SCICEC	SINCEC
	Întindere excentrică	SDIEC			

Programele sursă pot fi modificate, îmbunătățite sau reunite, după anumite criterii, într-un singur program.

Pentru fiecare program se precizează posibilitățile de calcul, datele de intrare necesare precum și rezultatele oferite. În cadrul programelor, variabilele au simboluri în conformitate cu relațiile și notațiile din teoria betonului armat. În cele ce urmează, pentru cele mai importante variabile, se indică între paranteze simbolurile corespunzătoare utilizate în cadrul programelor.

Fiecare program creează un fișier care conține datele de intrare și rezultatele calculului, fișier care se poate lista ulterior. Înainte de reluarea programului este necesară schimbarea denumirii fișierului cu rezultate deoarece la reluarea programului acesta produce un alt fișier cu aceeași denumire.

#### 4.1. Programe pentru calculul eforturilor unitare normale în stadiul elastic

Programele **EFUNIN** și **EFUNSE** permit calculul eforturilor unitare normale în secțiunile dreptunghiulare și T, simplu sau dublu armate (fig. 4.1).

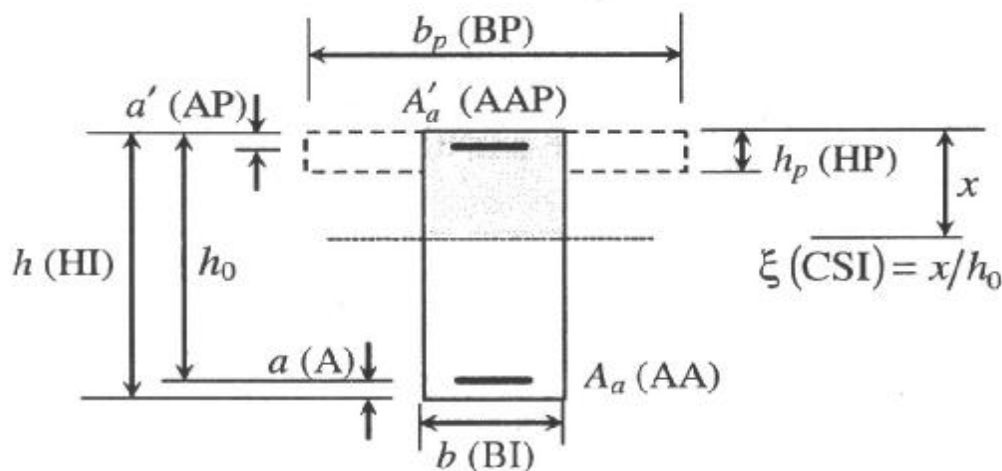


Fig. 4.1. Caracteristici ale secțiunilor dreptunghiulare și T

Pentru rularea celor două programe sunt necesare următoarele date: geometria secțiunii conform figurii 4.1, caracteristicile betonului  $R_c$  (RC),  $E_b$  (EB) și  $\bar{\varphi}$  (FI), caracteristicile armăturilor  $R_a$  (RA) și  $E_a$  (EA), eforturile secționale în stadiul II: momentul încovoietor  $M^E$  (M) și forța axială  $N^E$  (N) ca număr pozitiv pentru compresiune, respectiv număr negativ pentru întindere, precum și raportul  $v$  (V) dintre fracțiunea de lungă durată a momentul încovoietor  $M_{ld}^E$  și momentul încovoietor de exploatare  $M^E$ .

Programul **EFUNSE** determină eforturile unitare normale, pentru secțiunile dreptunghiulare și T, solicitate excentric. În cazul întinderii excentrice programul stabilește pe baza excentricității  $e_0$  (EO) dacă secțiunea este fisurată în întregime sau nu.

Dacă axa neutră se află în secțiune, indiferent de natura forței axiale, rezolvarea problemei se face pe baza procedurii iterativ prezentat la punctul 3.1.2 prin incrementări succesive ale variabilei  $x$  cu 0,1 mm. Problema se consideră încheiată atunci când relația (3.2) este satisfăcută cu o eroare de 0,01. Valorile treptei de incrementare (0,1 mm), ale erorii admise (0,01), precum și valoarea inițială a înălțimii zonei comprimate  $x$  se pot modifica în programul sursă.

Dacă secțiunea este fisurată în întregime calculul eforturilor unitare se face cu relațiile de la punctul 3.1.3.

Programul **EFUNIN** determină eforturile unitare normale, pentru secțiunile dreptunghiulare și T, solicitate la încovoiere pe baza relațiilor de la punctul 3.1.2.

Principalele rezultate oferite de fiecare program sunt următoarele  $\sigma_b$  (SIGB),  $\sigma_a$  (SIGA),  $\sigma'_a$  (SIGAP) atât ca valori absolute cât și ca valori procentuale în raport cu rezistențele fiecărui material.

Programele generează fișierele **EFUNSE.REZ** și **EFUNIN.REZ** în care sunt depuse datele inițiale și rezultatul rulării fiecărui program.

## 4.2. Programe pentru calculul elementelor încovoiate

Pentru rularea programelor este necesar să se cunoască datele legate de geometria secțiunii, procentul minim de armare  $p_{min}$  (PMIN), rezistențele celor două materiale și  $\xi_b$  (CSIB) în funcție de care programul calculează valorile  $m_{max}$  (EMMAX) și  $x_b$  (XB).

### 4.2.1. Elemente încovoiate cu secțiune dreptunghiulară

Programul **SDSAID** efectuează *dimensionarea secțiunilor dreptunghiulare simplu armate* conform etapelor prezentate la punctul 3.2.3.1. Programul cere precizarea tipului de element: grindă sau placă. La rularea programului se oferă două posibilități:

- calculul prealabil al înălțimii secțiunii urmat de calculul armăturii;
- calculul armăturii atunci când se cunoaște înălțimea secțiunii.

Pentru calculul înălțimii secțiunii este necesar să se introducă ca date inițiale lățimea secțiunii  $b$  și procentul de armare  $p$ . Pentru cea de a doua situație datele inițiale sunt dimensiunile  $b$  și  $h$  ale secțiunii.

În cazul în care se face calculul înălțimii secțiunii, programul:

- efectuează rotunjirea valorii obținute la:
  - 50 mm pentru grinzi cu  $h \leq 800$  mm, respectiv la 100 mm dacă  $h > 800$  mm;
  - 10 mm în cazul plăcilor.
- verifică raportul  $h/b = 1,5 \dots 2,5$ , în cazul grinzilor

Programul generează fișierul **SDSAID.REZ** în care sunt depuse datele inițiale și rezultatele dimensionării.

Programul **SDDAID** efectuează *dimensionarea secțiunilor dreptunghiulare dublu armate* datele inițiale fiind cele legate de geometria secțiunii și armătura din zona comprimată  $A'_a$  (AAP). Dacă la introducerea datelor  $A'_a = 0$  se are în vedere posibilitatea rezolvării secțiunii prin simplă armare. Programul generează fișierul **SDDAID.REZ** în care sunt depuse datele inițiale și rezultatele dimensionării.

Programul **SDIC** este folosit pentru calculul *momentului încovoietor capabil* al secțiunii, simplu sau dublu armate, datele inițiale necesare fiind: geometria secțiunii, armătura  $A_a$  (AA) și eventual  $A'_a$  (AAP). Dacă procentul de armarea al armăturii comprimate este mai mic decât procentul minim de armare, armătura  $A'_a$  se neglijează.

Programul **SDIOB** determină *momentul încovoietor capabil oblic* al secțiunii dreptunghiulare simplu armate supusă la încovoiere pe două direcții. Pentru rularea programului, pe lângă dimensiunile secțiunii mai sunt necesare aria armăturii  $A_a$ , poziția centrului de greutate al armăturii, în conformitate cu figura 3.7, precum și momentele încovoietoare de pe cele două direcții  $M_x$  și  $M_y$ .

Programul furnizează în fișierul **SDIOB.REZ** datele de intrare și următoarele rezultate: forma zonei comprimate, poziția axei neutre prin valorile  $u$  și  $v$ , precum și momentul încovoietor capabil oblic determinat conform relației (3.20). Secțiunea satisface condiția de rezistență dacă este îndeplinită condiția:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \leq M_{cap}$$

#### 4.2.2. Elemente încovoiate cu secțiune în formă de T

Programul **STSAID** efectuează *dimensionarea secțiunii T simplu armate*, fiind posibile două opțiuni:

- calculul prealabil al înălțimii secțiunii urmat de calculul armăturii;
- calculul armăturii atunci când se cunoaște înălțimea secțiunii.

Pe lângă dimensiunile  $b_p$  (BP) și  $h_p$  (HP), pentru calculul înălțimii secțiunii este necesar să se introducă ca date inițiale lățimea secțiunii  $b$  (B) și procentul de armare  $p$  (P); pentru cea de a doua situație datele inițiale sunt dimensiunile  $b$  (B) și  $h$  (H).

Datele inițiale și rezultatul dimensionării sunt depuse în fișierul **STSAID.REZ**.

Programul **STDAID** efectuează *dimensionarea secțiunii T dublu armate*, fiind necesare următoarele date inițiale: geometria secțiunii și armătura din zona comprimată  $A'_a$ . Dacă la introducerea datelor  $A'_a = 0$  se are în vedere rezolvarea secțiunii ca simplu armată.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **STDAID.REZ**.

Programul **STIC** este folosit pentru calculul *momentului încovoietor capabil* al secțiunii T, simplu sau dublu armate, datele inițiale necesare fiind: geometria secțiunii, armătura  $A_a$  și eventual  $A'_a$  dacă aceasta există. Dacă axa neutră este situată în placă ( $x \leq h_p$ ) programul specifică faptul că secțiunea trebuie calculată ca o secțiune dreptunghiulară având lățimea  $b_p$ , prin utilizarea programului **SDIC**.

În fișierul **STIC.REZ** sunt listate datele inițiale și rezultatul rulării.

### 4.3. Programe pentru calculul elementelor supuse la compresiune excentrică

#### 4.3.1. Efectele de ordinul II ale elementelor comprimate

În cadrul acestor programe, efectele de ordinul II ale elementelor comprimate se iau în considerare conform relației (3.6), fiind posibile următoarele situații:

① efectele de ordinul II datorate flexibilității elementelor comprimate sunt neglijabile, motiv pentru care în programele prezentate mai jos  $\eta$  (ETA) = 1;

② coeficientul  $\eta$  (ETA) face parte din datele inițiale necesare pentru rularea, fiind calculat în prealabil de către utilizator;

③ coeficientul  $\eta$  (ETA) se calculează prin program, caz în care mai sunt necesare următoarele date: modulul de elasticitate al betonului  $E_b$  (EB), lungimea de flambaj a

elementului  $l_f$  (LF), raportul dintre valoarea de lungă durată și valoarea totală a momentului încovoietor  $M_{ld}/M$  (RLD), precum și procentul total de armare  $p$  (valoare estimată în cazul dimensionării, respectiv valoarea efectivă în cazul determinării capacității portante).

④ eforturile secționale au fost determinate printr-un calcul static de ordinul II, care ține cont de flexibilitatea elementelor comprimate; în acest caz momentele încovoietoare se introduc cu valorile rezultate din acest calcul iar pentru efectele de ordinul II se alege opțiunea ② cu  $\eta$  (ETA) = 1.

### 4.3.2. Elemente cu secțiune dreptunghiulară supuse la compresiune excentrică

*Dimensionarea* secțiunilor dreptunghiulare armate simetric, supuse la compresiune excentrică se poate face cu programul **SDCED** care se prezintă sub două variante în funcție de modul în care este rezolvată ecuația de grad superior (3.39) ce intervine în cazul II de compresiune. Varianta **SDCED\_1** utilizează metoda Newton-Raphson pentru rezolvarea cazului II de compresiune (pct. 3.2.3.5), în timp ce varianta **SDCED\_2** operează prin incrementări succesive ale valorii  $\xi$ .

Pentru rularea programului sunt necesare următoarele date inițiale: eforturile secționale  $M$  și  $N$ ; geometria secțiunii  $b, h, a, a'$ ; procentul minim de armare  $p_{min}$  (PMIN); rezistențele celor două materiale și  $\xi_b$  (CSIB) în funcție de care programul determină valorile  $m_{max}$  (EMMAX) și  $x_b$  (XB). De asemenea, se vor introduce datele pentru luarea în considerare a flexibilității elementelor comprimate.

Programul oferă ca rezultate necesarul de armătură  $A_a = A'_a$ , procentul de armare corespunzător și excentricitatea adițională  $e_a$  (EA); dacă este cazul se indică și valoarea coeficientului  $\eta$  (ETA).

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SDCED\_1.REZ**, respectiv în fișierul **SDCED\_2.REZ**.

*Momentul încovoietor capabil* al unei secțiuni dreptunghiulare supuse unei forțe axiale date  $N$  se poate obține cu programul **SDCEC**, pentru rularea acestuia fiind necesare următoarele date: geometria secțiunii  $b, h, a, a'$ ; ariile celor două armături  $A_a$  și  $A'_a$ ; rezistențele materialelor și  $\xi_b$  (CSIB) în funcție de care programul determină valorile  $m_{max}$  (EMMAX) și  $x_b$  (XB). De asemenea, se vor introduce datele pentru luarea în considerare a flexibilității elementelor comprimate.

Programul furnizează momentul încovoietor capabil al secțiunii  $M_{cap}$  (MCAP), precum și momentul încovoietor disponibil care, conform relației (3.6a) – pag.22, ține cont de efectele de ordinul II și de excentricitatea adițională.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SDCEC.REZ**.



### 4.3.3. Elemente cu secțiune circulară supuse la compresiune excentrică

Pentru *dimensionarea* armăturii totale a unei secțiuni circulare supuse la încovoiere cu compresiune se poate utiliza programul **SCICED**. Dimensionarea se face prin încercări succesive conform celor prezentate la punctul 3.2.5. Pentru rularea programului sunt necesare următoarele (fig. 3.9): diametrul secțiuni  $d$  (D); distanța  $a = r - r_a$ ; rezistențele materialelor, procentul minim de armare  $p_{min}$  (PMIN) precum și datele necesare pentru luarea în considerare a influenței flexibilității.

Programul furnizează aria totală de armătură  $A_{at}$  (AAT), procentul de armare realizat, excentricitatea adițională precum și coeficientul  $\eta$  (ETA).

Rezultatul rulării precum și datele inițiale se depun în fișierul **SCICED.REZ**.

*Momentul încovoietor capabil* al unei secțiuni circulare supuse unei forțe axiale date  $N$  se poate obține cu programul **SCICEC**, pentru rularea acestuia fiind necesare: diametrul secțiunii de beton  $d$ , armătura totală  $A_{at}$ , distanța  $a$ , rezistențele materialelor precum și datele necesare pentru evaluarea efectelor de ordinul II. Programul furnizează momentul încovoietor capabil al secțiunii  $M_{cap}$ , precum și momentul încovoietor disponibil care, conform relației (3.6a) - pag. 22, ține cont de efectele de ordinul II și de excentricitatea adițională.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SCICEC.REZ**.

### 4.3.4. Elemente cu secțiune inelară supuse la compresiune excentrică

*Dimensionarea* armăturii totale pentru o secțiune inelară supusă la încovoiere cu compresiune se poate face cu programul **SINCED**. Dimensionarea se face prin încercări succesive conform celor prezentate la punctul 3.2.6. Pentru rularea programului sunt necesare următoarele: eforturile secționale, diametrul exterior  $D_{ext}$  (DE), diametrul interior  $D_{int}$  (DI), distanța  $a$ , rezistențele materialelor, procentul minim de armare  $p_{min}$  precum și datele necesare pentru luarea în considerare a influenței flexibilității.

Programul furnizează aria totală de armătură  $A_{at}$  (AAT), procentul de armare realizat, excentricitatea adițională precum și coeficientul  $\eta$ .

Datele inițiale precum și rezultatul rulării se depun în fișierul **SINCED.REZ**.

*Momentul încovoietor capabil* al unei secțiuni circulare supuse unei forțe axiale date  $N$  se poate obține cu programul **SINCEC**, pentru rularea acestuia fiind necesare: diametrul exterior  $d_{ext}$ , diametrul interior  $d_{int}$ , armătura totală  $A_{at}$  (AAT), distanța  $a = r_e - r_a$ , rezistențele materialelor precum și datele necesare pentru evaluarea efectelor de ordinul II. Programul furnizează momentul încovoietor capabil al secțiunii  $M_{cap}$ , precum și momentul încovoietor disponibil care, conform relației (3.6a) - pag. 22, ține cont de efectele de ordinul II și de excentricitatea adițională.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SINCEC.REZ**.

#### 4.4. Programe pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară supuse la întindere excentrică

*Dimensionarea* armăturii elementelor supuse la întindere cu încovoiere se poate face cu programul **SDIED** pe baza următoarelor date: eforturile secționale; rezistențele materialelor; geometria secțiunii ( $b, h, a, a'$ ) și procentul minim de armare  $p_{min}$ . Se poate opta pentru o armare simetrică a secțiunii sau pentru una nesimetrică.

Programul furnizează ariile de armătură  $A_a$  și  $A'_a$ , precum și procentul de armare corespunzător celor două armături. În cazul întinderii excentrice cu mică excentricitate, când toată secțiune este fisurată, se recomandă majorarea armăturii rezultate din calcul cu 10 %.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SDIED.REZ**.

*Momentul încovoielor capabil* al unei secțiuni dreptunghiulare, supusă la o forță de întindere  $N$ , se poate obține cu programul **SDIEC**. Pentru rularea programului sunt necesare următoarele date inițiale: geometria secțiunii de beton, ariile de armătură  $A_a$  și  $A'_a$ , rezistențele materialelor precum și  $\xi_b$  (CSIB) în funcție de care programul determină valorile  $m_{max}$  (EMMAX) și  $x_b$  (XB).

Programul furnizează momentul încovoielor capabil al secțiunii  $M_{cap}$ . Programul face recomandarea diminuării capacității portante cu 10 % în cazul în care configurația secțiunii conduce la întindere excentrică cu excentricitate mică secțiunea fiind fisurată în întregime.

Datele inițiale și rezultatul rulării se depun în fișierul **SDIEC.REZ**.

#### 4.5. Program pentru calculul la forță tăietoare și torsiune

Pentru calculul elementelor supuse la forță tăietoare cu/fără torsiune se poate folosi programul **CATTOR** care oferă opțiunile de calcul și armare prezentate în tabelul 4.2.

Tabelul 4.2. Opțiuni de calcul la forță tăietoare și torsiune

Opțiunea	Tipul elementului	Tipul solicitării	Tipul armării
1	Grinzi	Forță tăietoare cu/fără torsiune	Etrieri și bare înclinate
2			Etrieri
3	Stâlpi	Forță tăietoare	Etrieri

Indiferent de opțiunea aleasă sunt necesare următoarele date inițiale obligatorii: geometria secțiunii ( $b, h, a$ ), rezistența la întindere a betonului  $R_t$  (RT), rezistența de calcul a etrierilor  $R_{ae}$  (RAE) și coeficientul  $m_{ate}$  (MATE); numărul de brațe ale unui etrier (N); procentul minim de armare al etrierilor  $p_{emin}$  (PEMIN); aria armăturii longitudinale întinse care lucrează în fisura înclinată  $A_a$  (AA). Când este cazul se specifică existența unei zone plastice potențiale.

##### Opțiunea 1

În acest caz mai sunt necesare următoarele date: rezistența de calcul a barelor înclinate  $R_a$  (RA) și coeficientul  $m_{at}$  (MAT); numărul estimat de bare înclinate și forțele tăietoare

corespunzătoare acestor secțiuni; diametrul etrierilor  $\phi_e$  (FIETR) și distanța dintre aceștia  $a_e$  (AMICE); dacă se dorește și calculul la torsiune atunci este necesar să se indice și rezistența de calcul a barelor longitudinale suplimentare pentru torsiune  $R_{al}$  (RAL).

În funcție de datele inițiale se calculează valoarea  $s_i$  existând posibilitatea modificării etrierilor în cazul în care condiția  $0,5h_0 \leq s_i \leq 2,5h_0$  nu este îndeplinită. După determinarea ariei barelor înclinate se efectuează calculul la torsiune, atunci când acesta este cerut. În etapa de calcul la torsiune se determină aria barelor longitudinale suplimentare și necesarul de etrieri suplimentari după care se face cumulara etrierilor de torsiune cu cei de tăiere, conform relației (3.69). În final, alegând unui anumit diametru pentru etrieri se determină distanța dintre aceștia.

### *Opțiunea 2*

Față de datele obligatorii mai este necesar să se indice valoarea forței tăietoare maxime; dacă se dorește și calculul la torsiune atunci este necesar să se indice și rezistența de calcul a barelor longitudinale suplimentare pentru torsiune  $R_{al}$  (RAL). Necesarul de etrieri pentru tăiere, obținuți cu relația (3.67), se cumulează, atunci când este cazul, cu etrierii de torsiune calculați cu relația (3.68). Pentru etrierii cumulați se alege un anumit diametru în funcție de care rezultă distanța dintre aceștia.

### *Opțiunea 3*

În acest caz se face numai calculul la forță tăietoare, ca la opțiunea 2, fiind necesar să se indice forța axială de compresiune  $N$  (FAX) și rezistența la compresiune a betonului  $R_c$  (RC).

Fișierul **CATTOR.REZ** conține datele inițiale și rezultatele finale ale rulării programului.

# 5

## PROCEDEUL MODELULUI DE BARE

Proiectarea elementelor din beton armat se bazează pe o serie de ipoteze simplificatoare care în realitate nu sunt perfect valabile în toate zonele elementelor structurale. Astfel, ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli, principala ipoteză a calculului tradițional, poate fi aplicată doar anumitor zone din structură, ea nefiind acoperitoare pentru zonele de discontinuități statice și/sau geometrice așa cum ar fi nodurile cadrelor, consolele scurte, grinzile pereți, zonele golurilor sau retragerile din secțiunile elementelor structurale.

O modalitate de rezolvare, care se bazează pe imaginea stării reale de tensiuni a elementului, o constituie **procedeul modelului de bare**, care generalizează analogia cu grinda cu zăbrele în proiectarea structurilor și elementelor structurale din beton.

Modelul de bare, denumit **strut-and-tie model** în literatura internațională de specialitate, concentrează în bare toate câmpurile de compresiune și de întindere din element și le interconectează prin intermediul nodurilor.

Utilizând forța axială de întindere din barele modelului se calculează necesarul de armătură, respectiv folosind forța axială de compresiune se verifică eforturile unitare din beton.

### 5.1. Principii de bază

Principiul metodei are la bază premisa că orice element din beton armat poate fi împărțit, din punctul de vedere al valabilității ipotezei secțiunilor plane a lui Bernoulli, în subdomenii de tip **B**, respectiv de tip **D** (fig. 5.1). Subdomeniile de tip **B** sunt caracterizate de valabilitatea ipotezei secțiunilor plane, în timp ce în subdomeniile de tip **D** această ipoteză nu mai este aplicabilă.

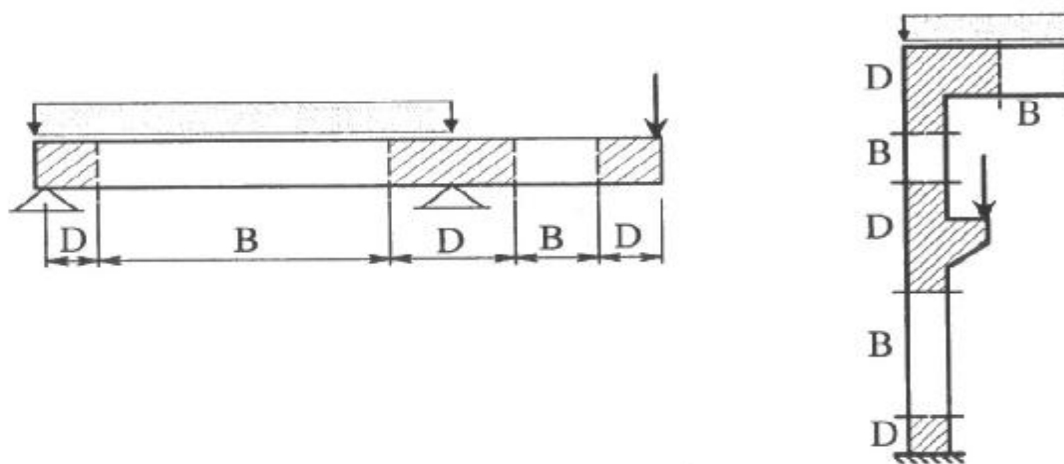


Fig. 5.1. Tipuri de subdomenii

Subdomeniile de tip **D**, dar după caz și cele de tip **B**, se modelează cu sisteme de bare în care o bară reprezintă *concentrarea* unui câmp de eforturi unitare principale, fie de com-

presiune, fie de întindere. Direcția barei respective se confundă cu traseul eforturilor în zonele cele mai solicitate fiind ușor deviată de la acesta în zonele mai puțin solicitate din element.

Barele comprimate (**struts**) reprezintă concentrarea câmpului eforturilor de compresiune din beton, barele întinse (**ties**) reprezentând armătura întinsă din element. Forțele axiale din barele întinse și comprimate ale modelului se obțin printr-un calcul static.

Etapile care trebuie parcurse în aplicarea procedurii modelului de bare la proiectarea unui element sau a unei structuri din beton armat sunt:

- delimitarea subdomeniilor de tip **B** și **D** pe structură sau pe element;
- analiza structurală generală pentru determinarea forțelor de legătură dintre zonele de tip **B** și **D**;
- calculul stării de tensiune în zonele tip **D**;
- conceperea unui model de bare întinse și comprimate care să corespundă cât mai bine câmpului de eforturi unitare; modelul de bare optim fiind acela care are barele întinse cât mai scurte și deci o deformabilitate redusă;
- calculul forțelor axiale din barele modelului;
- dimensionarea ariilor de armătură pe baza eforturilor din barele întinse ale modelului și verificarea eforturilor de compresiune în beton, în special în zona nodurilor;
- armarea și conformarea structurii, cu verificarea lungimii de ancorare a barelor de armătură.

## 5.2. Analiza elementelor cu discontinuități

Subdomeniile de tip **B**, cu simbolul *B* de la *beam* (grindă sau bară, în limba engleză) sau de la Bernoulli, sunt acele zone din structurile sau elementele de beton armat în care este valabilă ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli și unde eforturile și deformațiile sunt deduse din solicitările obținute în urma analizei statice.

Calculul acestor subdomenii se face pe baza eforturilor secționale utilizând metode clasice (cap. 2), programe de calcul (cap. 3) sau, mai rar, chiar prin conceperea unor modele de bare.

Subdomeniile de tip **D**, cu simbolul *D* de la *disturbance*, *discontinuity* sau *detail*, sunt acele zone ale elementelor din beton armat în care ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli nu este valabilă. Subdomeniile de tip **D** se calculează cu ajutorul procedurii modelului de bare.

Subdomeniile de tip **D** se află în apropierea zonelor cu discontinuități, acestea putând fi (fig. 5.2):

- discontinuități geometrice, datorate modificărilor de secțiune;
- discontinuități statice, cauzate de reazeme sau de modul de aplicare al încărcărilor.

Aceste subdomenii se caracterizează prin aspectul turbulent al traiectoriilor eforturilor unitare principale (fig. 5.3). Pe măsură ce eforturile se scurg dinspre subdomeniile de tip **D** către cele de tip **B**, traiectoriile turbulente ale eforturilor unitare se uniformizează, asigurându-se continuitatea eforturilor pe ansamblul elementului.

Anumite tipuri de subdomenii **D** apar chiar și în structuri din beton armat ce sunt aparent mult diferite unele față de altele. Două dintre cele mai frecvent întâlnite subdomenii de tip **D**, foarte asemănătoare ca mod de distribuție a eforturilor unitare, sunt cele prezentate în figura 5.4.

Împărțirea elementelor în subdomenii de tip **B** și **D** se face acceptând că secțiunile de separație dintre cele două tipuri de subdomenii se găsesc, față de punctele de discontinuități geometrice sau față de punctul de aplicare a unei forțe concentrate, la o distanță egală cu

înălțimea secțiunii transversale (fig. 5.2). Acest mod de stabilire a limitei de separație între cele două tipuri de subdomeniile este justificat de principiul lui Saint-Venant<sup>1</sup>.

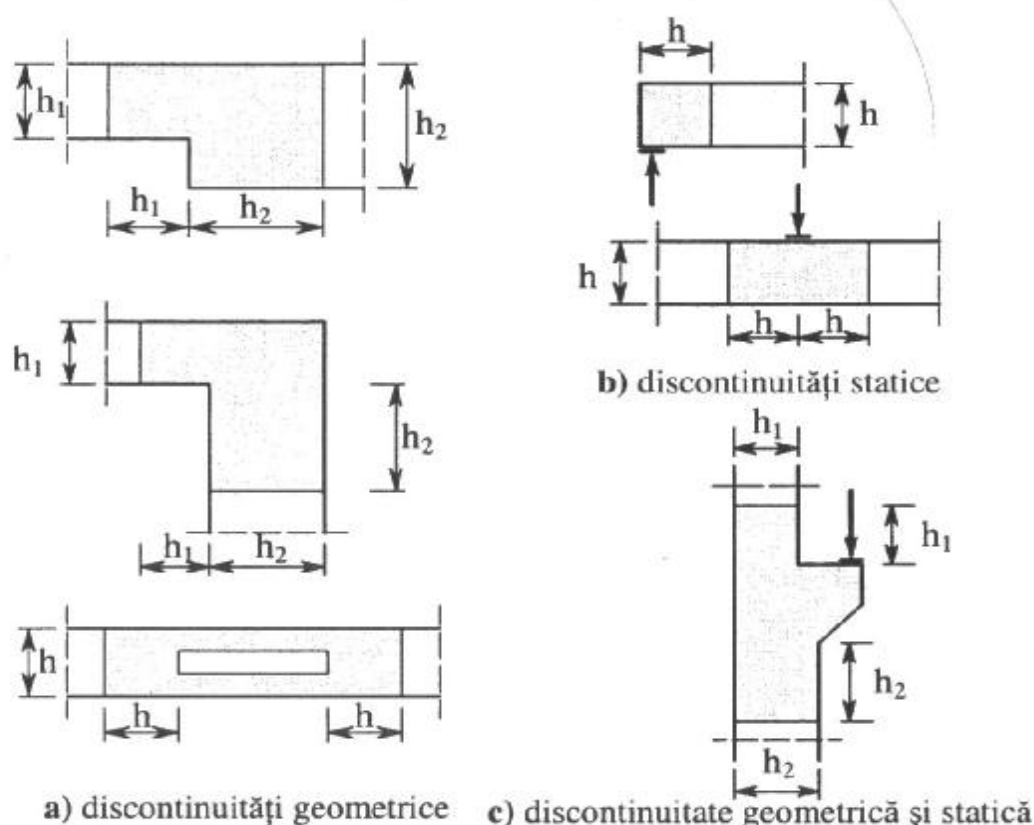


Fig. 5.2. Tipuri de discontinuități

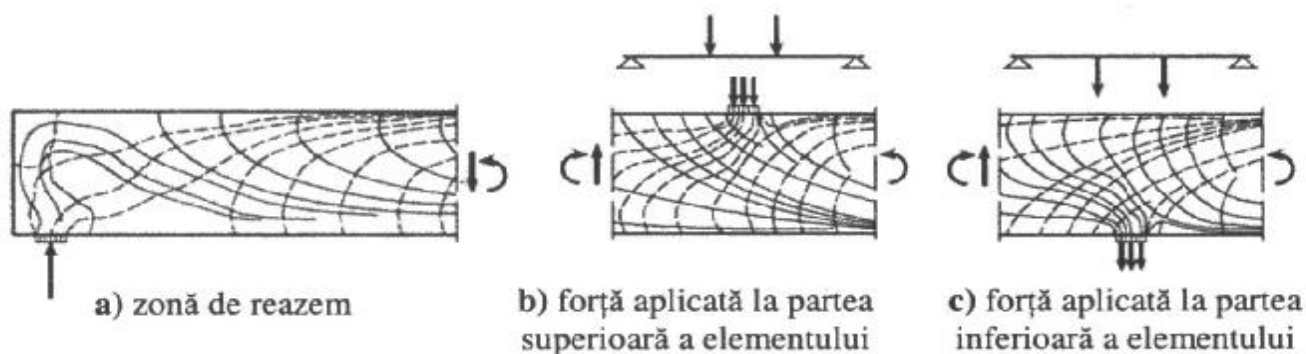


Fig. 5.3. Aspectul turbulent al traiectoriilor eforturilor unitare

Ca regulă generală, împărțirea elementului structural din beton armat în subdomenii de tip **B** și **D** se face înlocuind elementul real (a) cu elementul (b), care este integral de tip **B** și respectiv cu elementul (c), care constă numai din subdomenii de tip **D** (fig. 5.5, 5.6).

Este de precizat faptul că solicitările subdomeniilor de tip **D** sunt date de încărcările exterioare ce acționează direct asupra lor și de eforturile din secțiunea de la limita dintre cele două subdomenii. Efectul eforturilor secționale se poate introduce prin diagrame de eforturi unitare în domeniul elastic (de exemplu, detaliul 3 din figura 5.5a) sau printr-o diagramă de eforturi conform teoriei betonului armat.

<sup>1</sup> Principiul lui Saint-Venant: Dacă un sistem de forțe în echilibru este aplicat pe o arie caracteristică de dimensiune  $d$  a unui element, eforturile unitare produse de aceste forțe au valori semnificative pe o porțiune a elementului având aproximativ dimensiunea  $d$ .

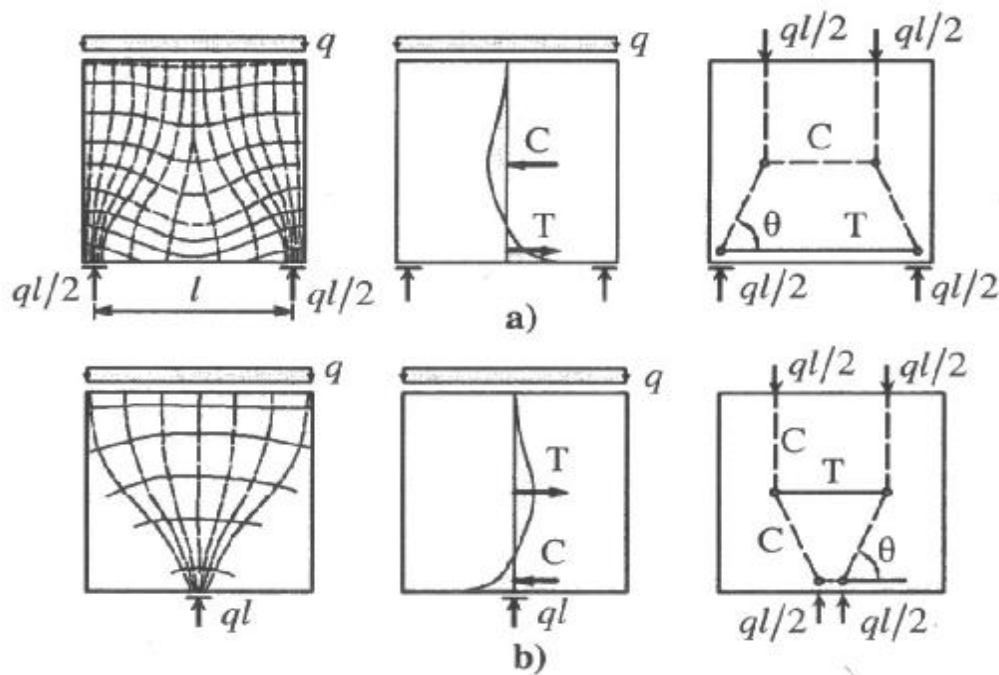


Fig. 5.4. Subdomenii clasice de tip D

### 5.3. Stabilirea modelului de bare

Modelele de bare din subdomeniile de tip D sunt alcătuite din bare solificate de forțe axiale și noduri situate la intersecția barelor modelului.

Barele modelului urmăresc direcțiile eforturilor unitare principale, grupate pe zone de solicitare, sau direcțiile de scurgere ale încărcărilor exterioare prin element. Direcțiile eforturilor unitare principale sunt evidente în cazul unor elemente simple (grinzi simplu rezemate, console scurte etc.) sau se determină printr-o analiză a stării de tensiuni în cazul elementelor complexe (grinzi pereți cu goluri, noduri de cadre, fundații etc.).

Ca urmare, stabilirea modelului de bare se poate face:

- **intuitiv**, pe baza experienței ingineresti acumulate;
- în conformitate cu **metoda traseului de scurgere a încărcărilor exterioare** prin element, cunoscută în literatura de specialitate sub denumirea de *load-path method*, metodă aplicată atunci când nu se dispune de facilitățile calculului computerizat al stării de tensiuni din structură;
- pe baza **imaginii distribuției eforturilor unitare principale** în elementul încărcat.

În **metoda scurgerii încărcărilor** se apreciază în mod intuitiv traseul de scurgere a forțelor exterioare prin element, de la încărcările propriu-zise până la reacțiuni. Pentru aceasta se apelează la analogia cu liniile de curent ce leagă o sursă de un terminal pe cel mai scurt traseu. În această analogie încărcarea reprezintă sursa iar reacțiunile sunt terminalul (fig. 5.7b).

Curbele astfel obținute se aproximează prin linii poligonale, fiind nevoie de bare de legătură pentru realizarea echilibrului transversal acolo unde forțele sunt neechilibrate (fig. 5.7c).

În metoda bazată pe **imaginea distribuției eforturilor unitare principale** în elementul încărcat, direcțiile barelor modelului se stabilesc în funcție de localizarea zonelor de compresiune și a celor de întindere existente. Direcțiile barelor trebuie să corespundă liniilor mediane ale câmpurilor de distribuție ale eforturilor unitare principale de compresiune, respectiv de întindere.

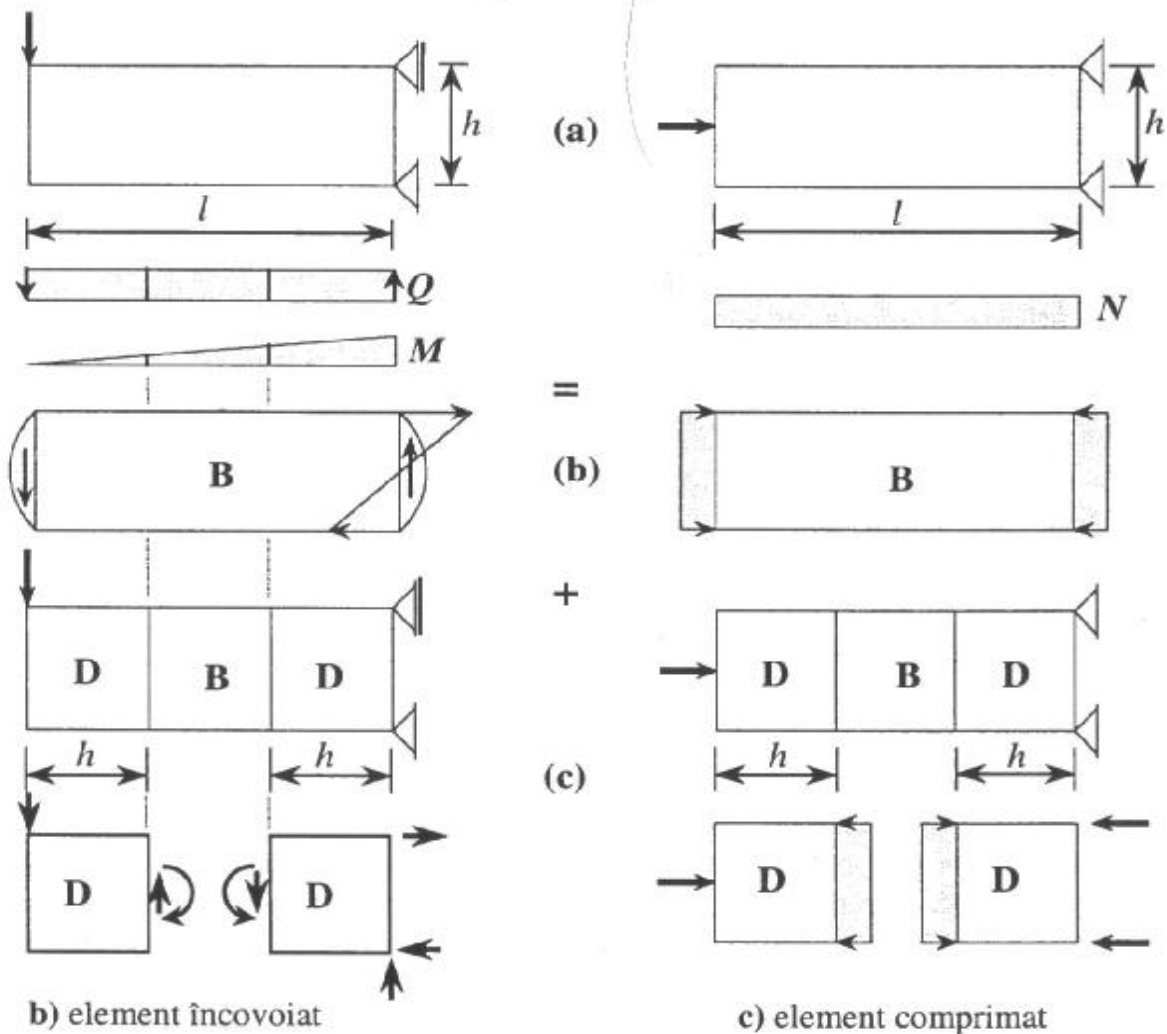
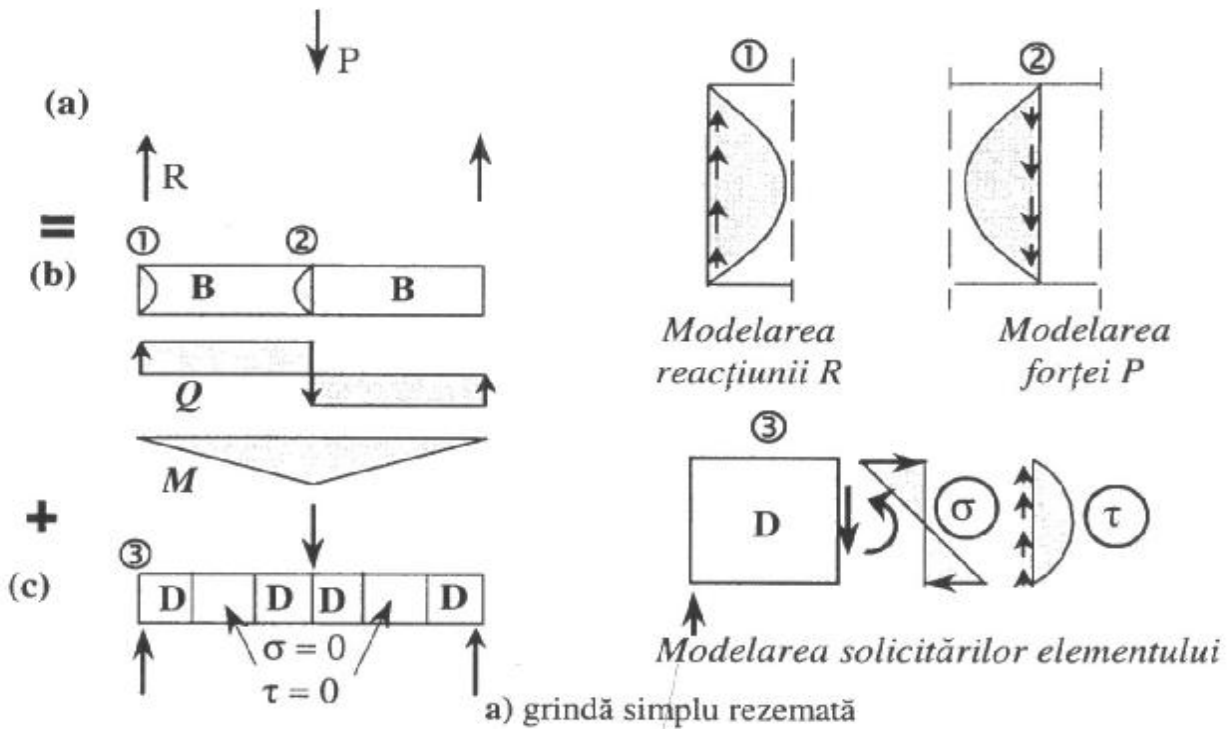


Fig. 5.5. Exemple de analiză ale elementelor cu discontinuități statice

Singura cale eficientă de determinare rapidă a distribuției eforturilor unitare principale este utilizarea programelor de calcul automat bazate pe analiza elastică cu ajutorul metodelor numerice.



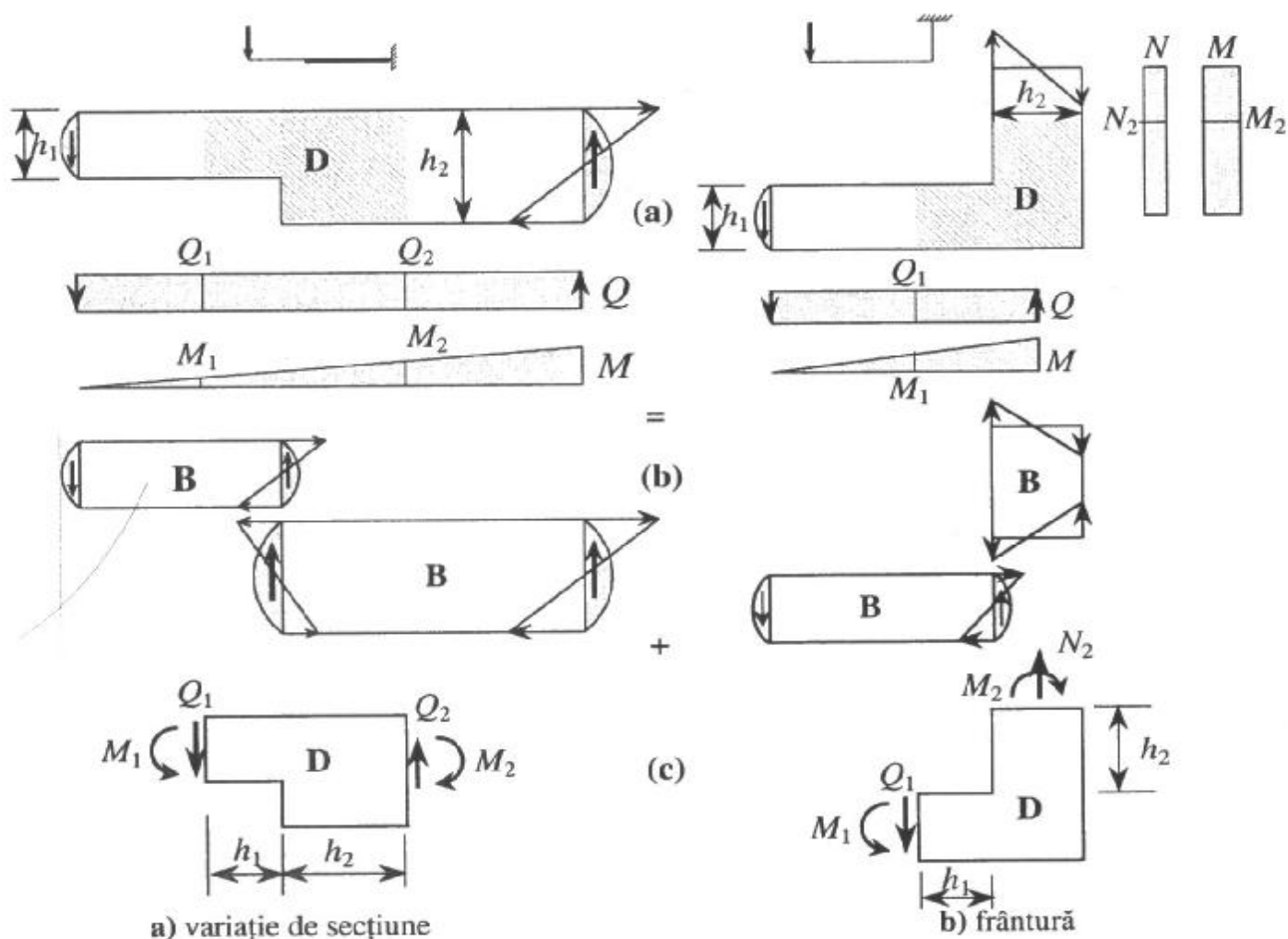


Fig. 5.6. Exemple de analiză ale discontinuităților geometrice

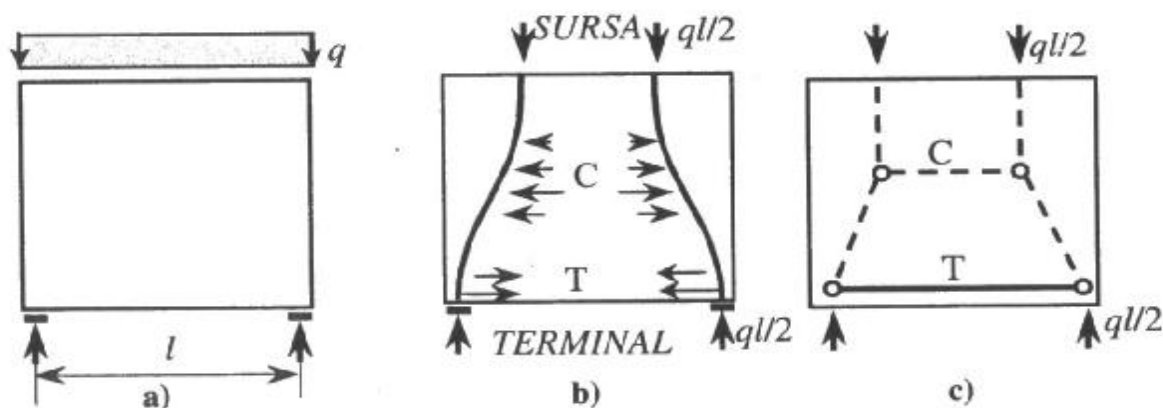


Fig. 5.7. Analogia cu liniile de curent

Cele mai importante bare comprimate sau întinse ale modelului se pot localiza în centrele de greutate ale diagramelor de eforturi de compresiune sau de întindere (fig. 5.4).

Modelul de bare se alege astfel încât să nu constituie un mecanism și deci să nu permită deformații incompatibile cu elementul pe care îl modelează. Alegerea modelului de bare implică și propunerea caracteristicilor secționale și elastice pentru barele al căror traseu a fost deja stabilit.

Dacă modelul de bare este un sistem static determinat interior, așa cum se alege în mod curent, atunci caracteristicile secționale și elastice nu influențează starea de eforturi din barele modelului. Modelul creat pe baza indicațiilor de mai sus este în strictă concordanță cu schema de încărcare, ceea ce înseamnă că schimbarea schemei de încărcare a elementului real atrage după sine stabilirea unui nou model de bare pentru același element.

## 5.4. Elementele componente ale modelului

### 5.4.1. Barele modelului

Barele modelului pot fi întinse sau comprimate (fig. 5.7c), notațiile pentru acestea fiind următoarele: **C** – reprezentând bare de beton solicitate la compresiune, **T** – reprezentând bare de oțel solicitate la întindere și, mai rar, **T<sub>b</sub>** – reprezentând eventualele bare de beton solicitate la întindere.

Pentru zonele comprimate de beton se pot întâlni trei distribuții de câmpuri de eforturi:

- pentru subdomeniile de tip **D** – configurația tip *evantai*, (fig. 5.8a), respectiv configurația tip *gât de sticlă* (fig. 5.8b) cu modelul de bare aferent (fig. 5.8c);
- pentru subdomeniile de tip **B** – configurația tip *prismă* (fig. 5.8d).

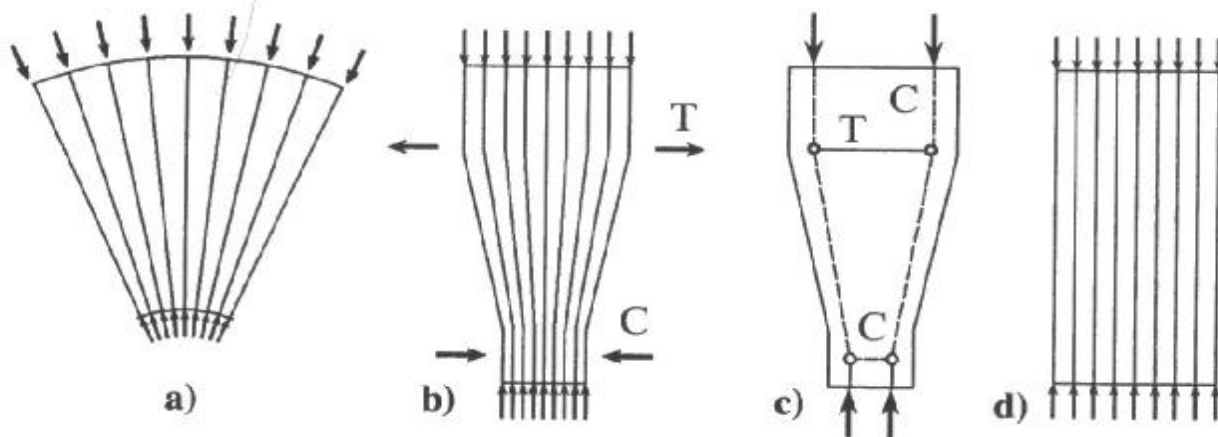


Fig. 5.8. Câmpuri de eforturi unitare de compresiune

Distribuția câmpului de eforturi unitare sub formă de *evantai* (fig. 5.8a) este o simplificare a câmpului de eforturi cu o curbă neglijabilă. Acest tip de configurație nu dezvoltă eforturi unitare transversale.

Distribuția de eforturi sub formă de *gât de sticlă* (fig. 5.8b) dezvoltă eforturi unitare transversale de compresiune considerabile în zona *gâtului sticlei* și eforturi de întindere în rest, acestea fiind cele care impun prevederea de armături transversale (fig. 5.8c).

Barele întinse **T** sunt în stare de tensiune monoaxială, în timp ce barele comprimate **C** modelează câmpurile de eforturi bidimensionale ce tind să se distribuie prin dispersare între noduri (fig. 5.9). Această dispersare, așa zisa umflare a barei comprimate (fig. 5.9c, d), poate produce eforturi unitare transversale de întindere, care trebuie luate în considerare prin introducerea lor în criteriul de cedare a barei comprimate.

Deoarece barele întinse ale modelului corespund, în general, barelor de armătură ale elementelor din beton armat, traseul acestora trebuie astfel stabilit încât să fie posibilă poziționarea practică a armăturilor întinse în element.

Se apreciază că direcțiile barelor comprimate ale modelului trebuie să aibă abaterile maxime de  $\pm 15^\circ$  față de direcția mediană a câmpului eforturilor unitare principale de compresiune (fig. 5.10). De asemenea se recomandă ca unghiul dintre barele puternic solicitate să fie mai mare de  $45^\circ$ , cel mai indicat unghi fiind aproximativ  $60^\circ$ .

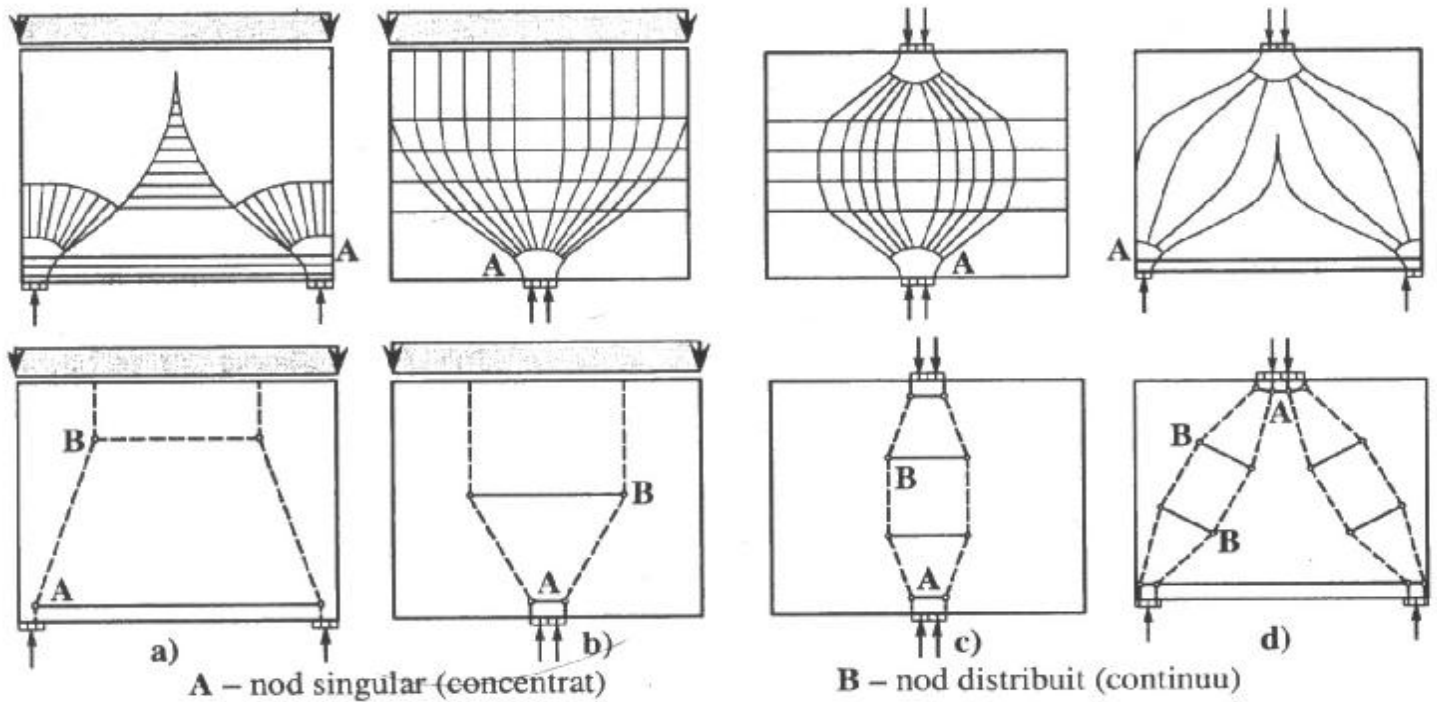


Fig. 5.9. Tipuri de distribuții și de noduri

### 5.4.2. Nodurile modelului

Nodurile modelului de bare sunt considerate a fi zonele în care concură trei sau mai multe bare reprezentând fie câmpuri de tensiuni liniare sau curbilinii, fie bare de armătură.

Nodurile modelului de bare sunt amplasate în zonele de intersecție a câmpurilor semnificative de eforturi sau acolo unde sunt concentrate forțe exterioare.

În funcție de tipul câmpurilor de eforturi unitare, nodurile pot fi (fig. 5.9):

- **noduri concentrate sau singulare;** acestea reprezintă punctele în care, datorită forțelor concentrate exterioare au loc devieri puternice în traseele eforturilor unitare (de exemplu, nodurile de tip A);
- **noduri distribuite sau continue;** acestea reprezintă zonele în care se întâlnesc două câmpuri de eforturi unitare de lățime mare sau unde are loc întâlnirea între un câmp de eforturi unitare de compresiune și un câmp de bare dispuse la distanțe reduse (de exemplu, nodurile de tip B).

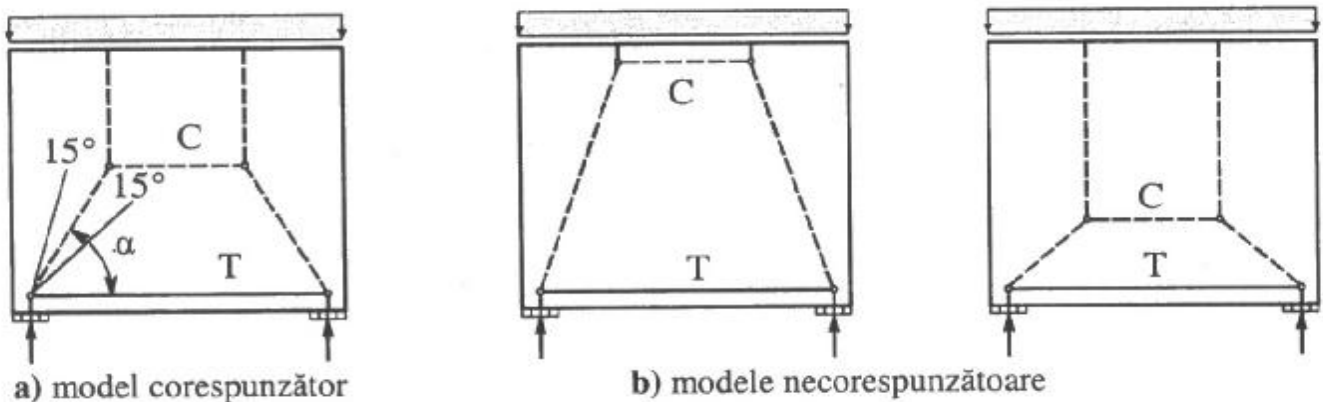


Fig. 5.10. Variante de alcătuire a modelului de bare

În funcție de natura forțelor concurente în nod, există noduri tip:

- CCC în care concură doar bare comprimate;
- CCT (sau CTT) în care concură atât bare comprimate cât și bare întinse.

Principiul de definire al tipurilor de noduri rămâne același și pentru nodurile cu mai mult de trei bare concurente.

În figura 5.11a este prezentat un nod de tip CCC, în care transferul forței concentrate  $C_1$  de la placa de repartiție și a reacțiunii  $C_2$  de la placa de reazem se face prin intermediul nodului singular către câmpul de compresiune de formă tipică gât de sticlă.

În nodul de tip CCT din figura 5.12, forța de întindere din armătură este echilibrată de diagonala comprimată și reacțiunea verticală.

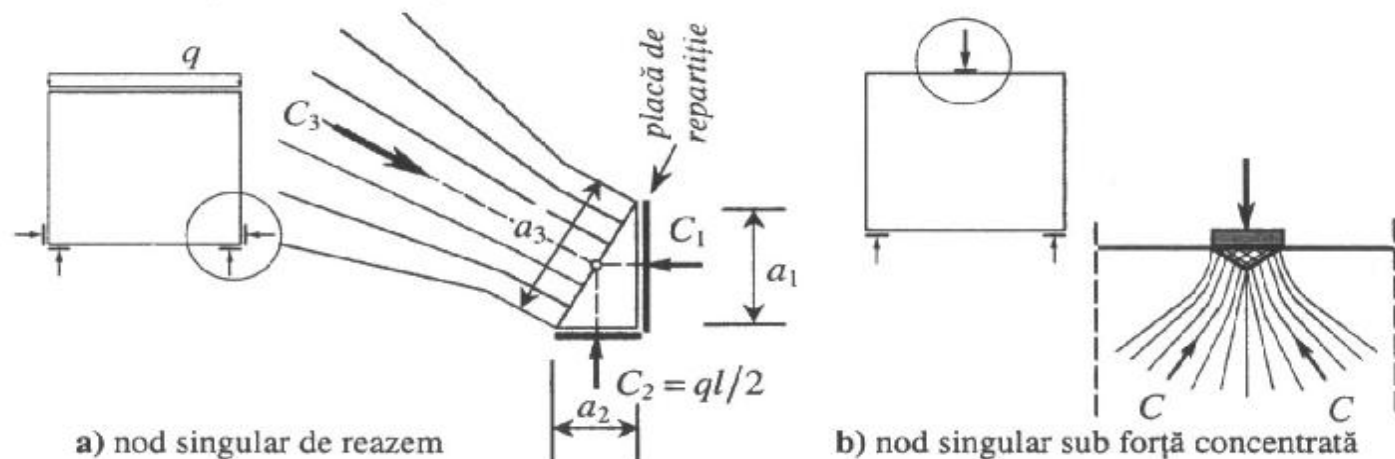


Fig. 5.11. Nod de tip CCC

## 5.5. Determinarea eforturilor în barele modelului

După conceperea modelului de bare, acesta se încarcă, numai în noduri, cu forțe echivalente cu încărcarea aplicată pe elementul real. Determinarea eforturilor în barele modelului se face cu metodele de calcul specifice structurilor alcătuite din bare articulate încărcate numai în noduri. Pentru sistemele simple se poate face un calcul manual, în timp ce pentru alte sisteme este necesară folosirea unor programe de calcul.

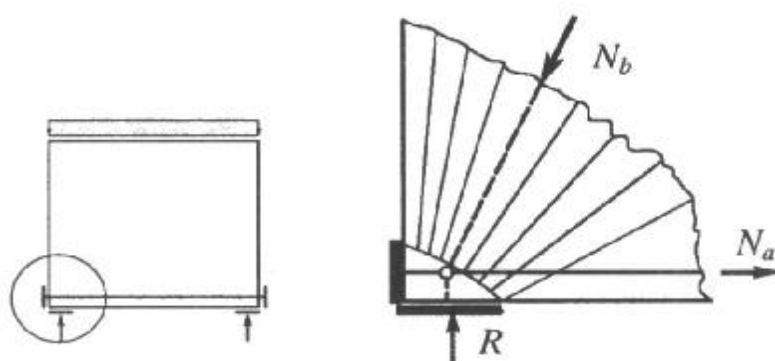


Fig. 5.12. Nod de tip CCT

După determinarea eforturilor din bare, pentru fiecare ipoteză de încărcare și pentru fiecare din diferitele modele de bare concepute pentru aceeași structură sau element structural, se alege soluția optimă.

Totuși, o soluție optimă absolută nu există, deoarece însăși aproximarea setului continuu de curbe de scurgere a eforturilor cu linii poligonale lasă loc pentru mult subiectivism în alegerea *modelului optim*.

Deoarece barele întinse ale modelului corespund în general barelor de armătură, având o capacitate de deformare mai mare decât a betonului, este de dorit ca numărul și lungimea

acestora să fie minimă, pentru a da naștere la deformații și eforturi cât mai mici în elementul structural. Este important să se stabilească modele cu cât mai puține bare întinse, respectiv modele la care barele întinse să fie cât mai scurte, acestea fiind modelele de bare ce conferă o deformabilitate redusă elementului și se aproprie cel mai mult de traseul eforturilor din zona de discontinuitate statică sau geometrică (fig. 5.13a).

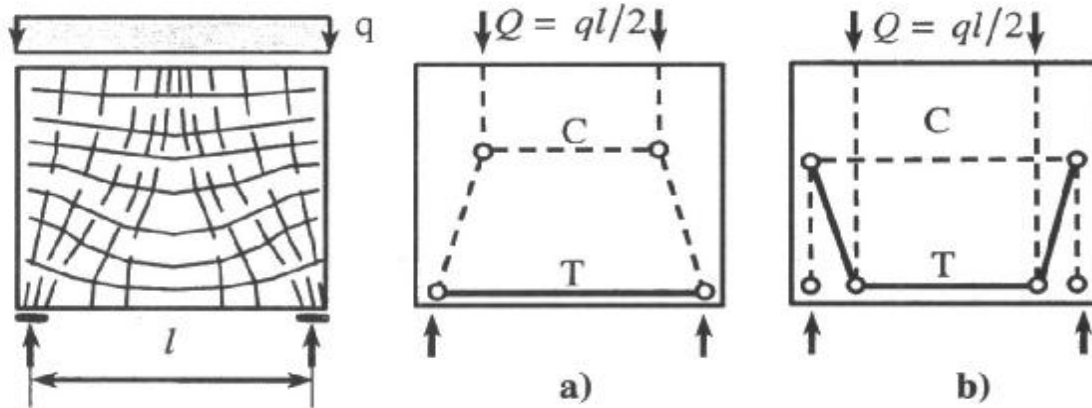


Fig. 5.13 Modele de bare pentru grinda-perete simplu rezemată

Criteriul de optimizare a modelului de bare derivă din principiul energiei de deformare minimă în barele modelului cu o comportare liniar elastică; ca urmare a acestui fapt, modelul optim va fi cel care are o deformabilitate redusă, pentru care se verifică relația:

$$\sum N_i l_i \varepsilon_i = \min \quad (5.1)$$

în care, pentru fiecare bară  $i$ , se cunoaște forța axială  $N_i$ , lungimea barei  $l_i$ , precum și deformația specifică  $\varepsilon_i$ .

Uneori pentru o mai bună descriere a stării de solicitare a elementului real, modelul optim de bare poate fi complex. Acesta poate fi descompus în modele mai simple, mai ușor de investigat, însumând ulterior rezultatele. În figura 5.14 se prezintă cazul unei grinzi rezemată prin suspendare. Modelul optim de bare este rezultatul suprapunerii a două modele simple la care încărcarea a fost repartizată proporțional cu rigiditatea acestora [22].

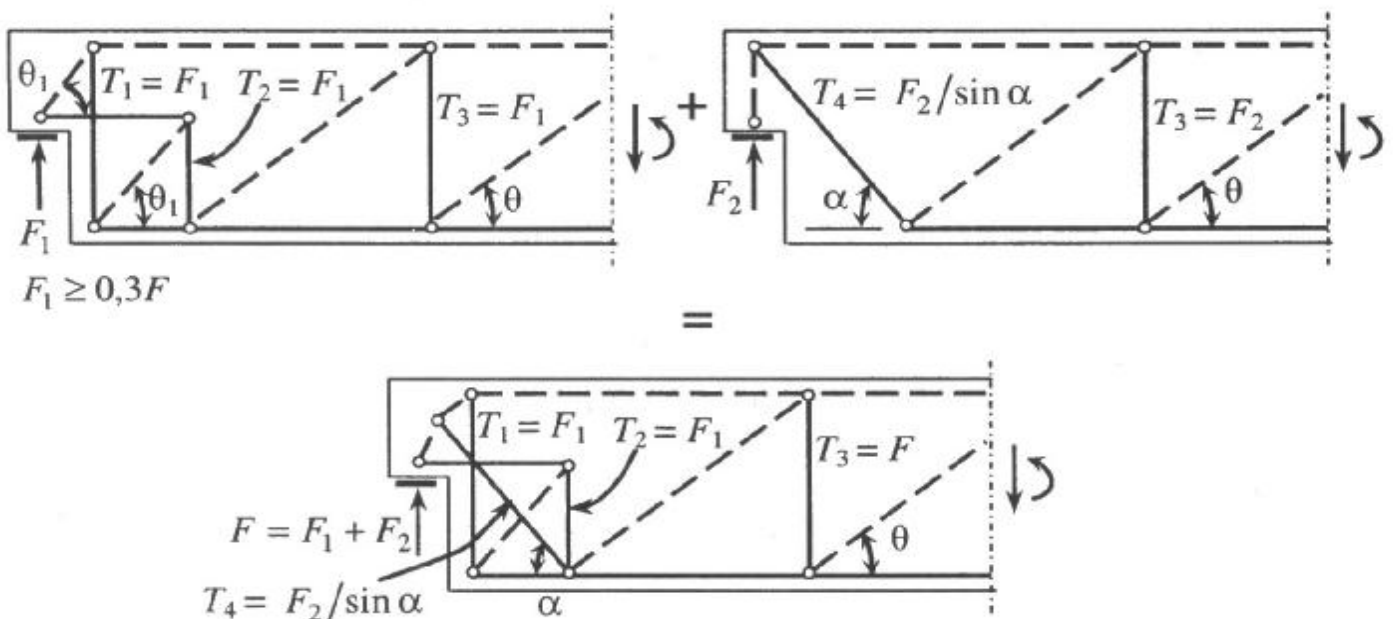


Fig. 5.14. Suprapunerea modelelor simple de bare

## 5.6. Calculul modelului de bare

### 5.6.1. Dimensionarea barelor de armătură solicitate la întindere

Dimensionarea barelor întinse de armătură se face la starea limită de rezistență, cu relația:

$$A_a = N_a / R_a \quad (5.2)$$

unde:

$A_a$  este aria armăturii întinse;

$N_a$  - forța de întindere din bara modelului;

$R_a$  - rezistența de calcul a armăturii.

Barele de armătură dispuse în element înlocuiesc barele întinse ale modelului. În elementul real, barele de armătură se dispun astfel încât centrul de greutate al acestora să coincidă cu poziția axei barei întinse din modelul de bare.

### 5.6.2. Verificarea barelor de beton solicitate la compresiune

Deoarece în barele de beton solicitate la compresiune există o stare complexă de tensiune este necesară corectarea rezistenței la compresiune, corecție care are în vedere:

- scăderea considerabilă a rezistenței betonului atunci când întinderile transversale dau naștere la fisuri apropiate, îndreptate aproximativ paralel cu eforturile principale de compresiune;
- scăderea nesemnificativă a rezistenței la compresiune dacă forțele de întindere sunt preluate de armătură;
- influența defavorabilă a fisurilor înclinate în raport cu direcția câmpului de compresiune.

Eforturile unitare de compresiune trebuie să satisfacă condiția:

$$\sigma_{bc} \leq R_{cc} \quad (5.3)$$

unde:

$\sigma_{bc}$  este efortul unitar de compresiune în beton; dacă modelul de bare s-a ales pe baza analizei detaliate a stării de tensiuni ( $\sigma_{b1}$ ,  $\sigma_{b2}$ ) atunci  $\sigma_{bc}$  este chiar efortul unitar principal de compresiune  $\sigma_{b2}$ ; dacă modelul de bare s-a ales pe baza scurgerii încărcării sau intuitiv atunci  $\sigma_{bc} = N / A_{\min}$  (fig. 5.15);

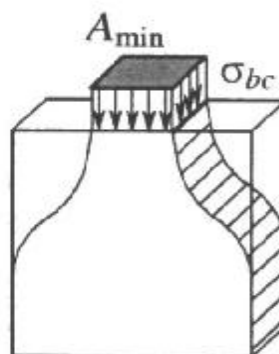


Fig. 5.15. Secțiunea de calcul a câmpului de compresiune

$R_{cc}$  - valoarea corectată a rezistenței la compresiune a betonului, recomandându-se următoarele valori:  $1,2 R_c$  pentru starea de compresiune biaxială;  $R_c$  pentru starea de compresiune monoaxială;  $0,8 R_c$  pentru câmpuri de compresiune cu fisuri paralele cu direcțiile acestora;  $0,6 R_c$  pentru câmpuri de compresiune cu fisuri înclinate;  $0,4 R_c$  în cazul existenței unor fisuri cu deschideri exagerate, prezente în general la modele de bare ce diferă semnificativ de modelul asociat stării de tensiuni din domeniul elastic;

$R_c$  - rezistența de calcul la compresiune monoaxială a betonului.

### 5.6.3. Verificarea nodurilor

#### 5.6.3.1. Noduri distribuite (continue)

Subdomeniile de tip **D** conțin, în general, atât noduri distribuite cât și noduri concentrate. Nodurile distribuite nu sunt critice, de aceea verificarea acestora nu este necesară în toate cazurile. Totuși, dacă se presupune că un nod distribuit de tip **CCT** trebuie să rămână nefisurat, atunci se va face obligatoriu verificarea eforturilor de întindere; un astfel de exemplu este nodul **B** din figura 5.9b, c.

Atunci când este necesar, proiectarea și verificarea nodurilor distribuite se realizează în mod identic cu cea a nodurilor concentrate.

#### 5.6.3.2. Noduri singulare (concentrate)

Analiza distribuției eforturilor în nodurile singulare pentru fiecare caz în parte este complicată, dar experiența arată că aceste tipuri de noduri pot fi calculate și realizate urmărind pas cu pas următoarele etape:

- definirea geometriei nodului și a forțelor aplicate;
- verificarea eforturilor de compresiune în zona nodurilor;
- asigurarea lungimii de ancorare a barelor întinse din nod.

#### *Definirea geometriei nodului și a forțelor aplicate*

Pentru nodurile de tip **CCC** este indicat ca linia de delimitare a nodului să fie perpendiculară pe liniile câmpului de eforturi iar starea de tensiuni din interiorul nodului să fie plană. În acest caz particular se poate utiliza raportul geometric (fig. 5.11a):

$$\frac{a_1}{C_1} = \frac{a_2}{C_2} = \frac{a_3}{C_3} \quad (5.4)$$

pentru a verifica dimensiunea nodului  $b_n = a_3$ , lățimea reazemului  $b_r = a_2$ , precum și dimensiunea plăcii de repartiție  $a_1$ , în funcție de eforturile de compresiune ( $C_3, C_2, C_1$ ) concurente în nod.

În cazul nodurilor singulare în care sunt ancorate și armături (noduri de tip **CCT**), înălțimea nodului rezultă din recomandarea ca armăturile ancorate să se distribuie pe o înălțime a nodului  $h_n$  care să corespundă dimensiunilor câmpurilor de eforturi unitare care converg în nod (fig. 5.16).

#### *Verificarea eforturilor de compresiune din noduri*

Verificarea nodurilor înseamnă verificarea eforturilor de compresiune din beton la marginile zonei nodului, acestea trebuind să satisfacă condiția:

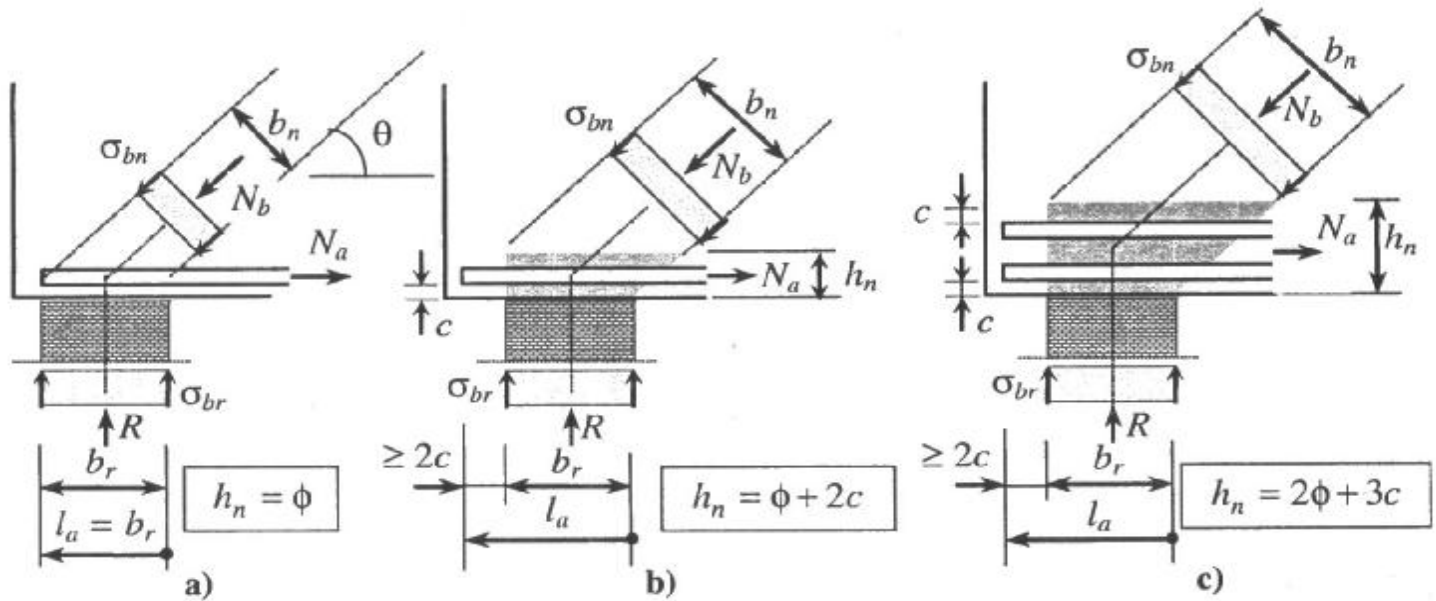


Fig. 5.16. Ancorarea armăturilor în noduri

$$\sigma_{bn} \leq R_{cnod} \tag{5.5}$$

unde:

$R_{cnod}$  este rezistența de calcul a betonului în nod, egală cu  $1,1R_c$  în nodurile unde concură numai bare comprimate;  $0,8R_c$  în nodurile unde sunt ancorate și bare de armătură întinse;

$R_c$  - rezistența de calcul la compresiune monoaxială a betonului.

$\sigma_{bn}$  - efortul unitar în beton, în zona nodului (fig. 5.16)

$N_b$  - forța de compresiune îndreptată spre nod;

$b$  - grosimea elementului în zona nodului;

$b_n = b_r \sin\theta + h_n \cos\theta$  - lățimea nodului (fig. 5.17).

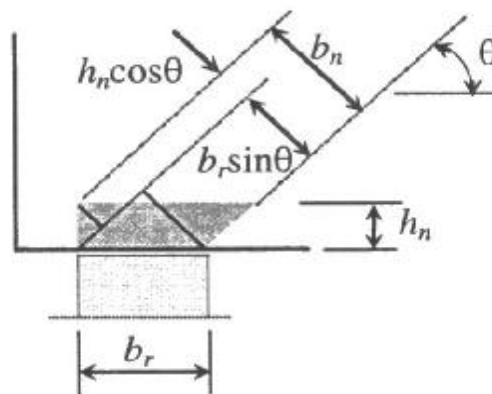


Fig. 5.17. Dimensiunile nodului singular

**Asigurarea lungimii de ancoraj a barelor întinse din nod**

Ca regulă generală, se poate afirma că o întreagă zonă de tip **D** este sigură dacă toate barele întinse au atât capacitatea portantă asigurată cât și o lungime de ancoraj suficientă, iar în zona celui mai solicitat reazem este îndeplinită condiția:

$$\sigma_{bn} \leq 0,8R_c$$



În nodurile unde se întâlnesc bare comprimate cât și bare întinse trebuie asigurată ancorarea corespunzătoare a armăturilor. Lungimea de ancorare începe din punctul în care câmpul de eforturi unitare de compresiune întâlnește armăturile (fig. 5.16b, c); totodată se cere depășirea marginii opuse a nodului. Dacă armătura nu depășește marginea nodului (fig. 5.16a) atunci armăturile se vor ancora cu bucle dispuse în plan orizontal pe lățimea elementului.

## 5.7. Prevederile normelor europene EC2

În Eurocode, principiile procedurii modelului de bare, precum și recomandările referitoare la modul de calcul sunt prezentate în paragrafele 5.6.4 și 6.5, posibilitățile de aplicare fiind prezentate în paragraful 10.9.4.6 și anexa J.

### 5.7.1. Barele comprimate de beton

Rezistența de calcul la compresiune a betonului dintr-o bară comprimată depinde de natura câmpului de eforturi unitare transversale care însoțesc bara respectivă.

Dacă bara nu este supusă unor eforturi unitare transversale sau se află într-un câmp de compresiuni (fig. 5.18a), atunci rezistența de calcul la compresiune a betonului din diagonală comprimată se poate calcula cu relația:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (5.6)$$

În zonele fisurate (fig. 5.18b), rezistența de calcul la compresiune a barelor de beton este:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v'f_{cd} \quad (5.7)$$

în care, coeficientul  $v'$  urmează să se indice în normele naționale; valoarea recomandată fiind:

$$v' = 1 - f_{ck}/250 \quad (5.8)$$

În relațiile de mai sus,  $f_{cd}$  și  $f_{ck}$  reprezintă rezistența de calcul, respectiv rezistența caracteristică la compresiune a betonului determinată pe cilindri la 28 de zile.

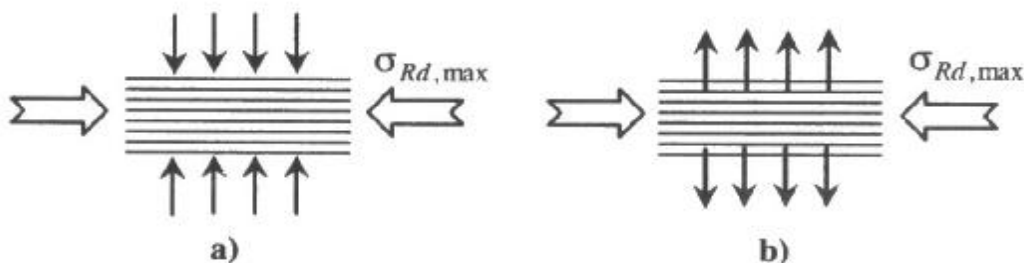


Fig. 5.18. Solicitarea transversală a barelor comprimate

### 5.7.2. Armăturile

Rezistența de calcul a armăturilor se stabilește conform punctului 3.3 din EC2. Barele modelului se vor fasona și ancora în mod corespunzător respectându-se prevederile constructive din capitolul 8 al eurocodului.

### 5.7.3. Nodurile

Armăturile dispuse pentru preluarea întinderilor din zonele nodurilor concentrate, generate de forțele aplicate pe element, se pot repartiza pe lungimea pe care traiectoriile eforturilor unitare de compresiune sunt curbe (fig. 5.19). Forța transversală pe baza căreia se calculează această armătură se poate determina după cum urmează:

- pentru zone cu discontinuitate parțială (fig. 5.19a):

$$T = \frac{F}{4} \left( 1 - \frac{a}{b} \right) \tag{5.9}$$

- pentru zone cu discontinuitate totală (fig. 5.19b):

$$T = \frac{F}{4} \left( 1 - 0,7 \frac{a}{h} \right) \tag{5.10}$$

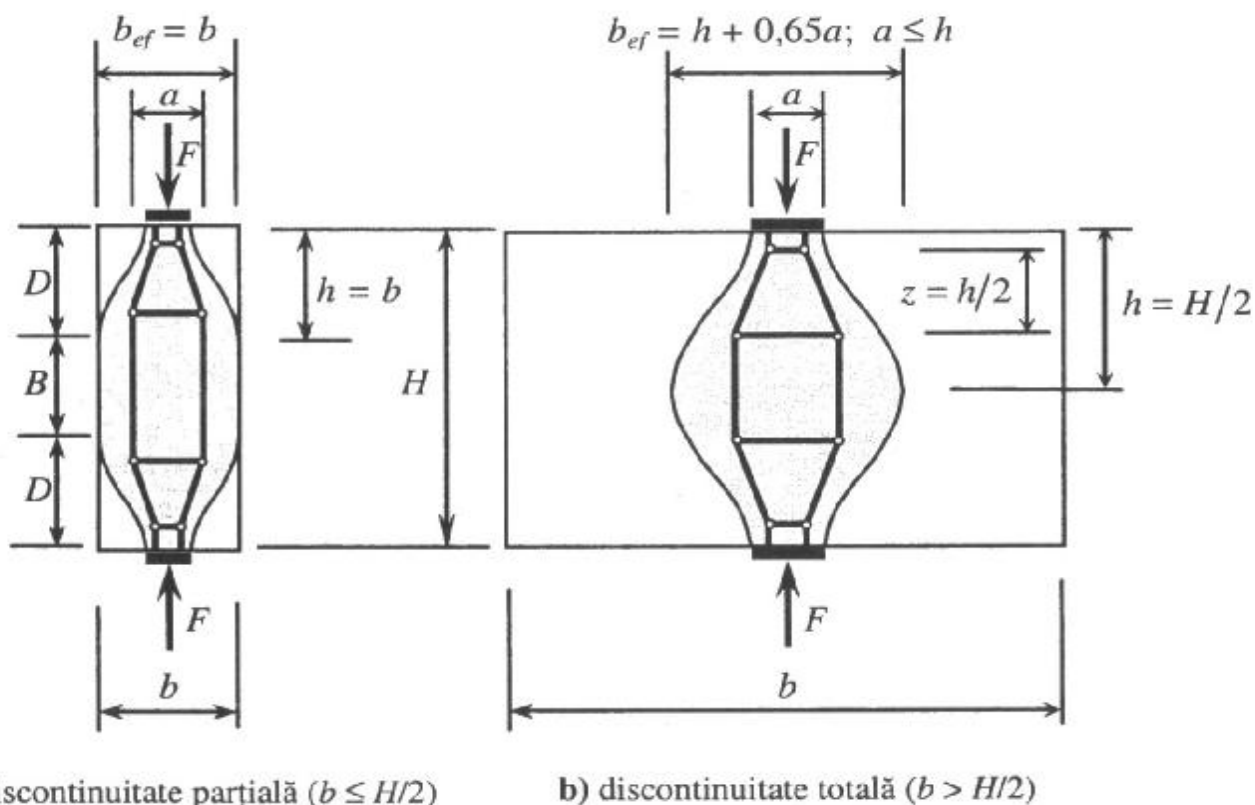


Fig. 5.19. Parametri pentru determinarea forței transversale

Rezistența de calcul la compresiune a betonului în nod se poate determina conform celor de mai jos:

- în nodurile în care nu există armături ancorate (fig. 5.20a):

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 \nu' f_{cd} \tag{5.11}$$

- în nodurile cu armături ancorate într-o singură direcție (fig. 5.20b):

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 \nu' f_{cd} \tag{5.12}$$

- în nodurile cu armături ancorate pe două direcții (fig. 5.20c):

$$\sigma_{Rd,max} = k_3 v' f_{cd} \quad (5.13)$$

Coeficienții  $k_1$ ,  $k_2$  și  $k_3$  urmează să se precizeze în normele naționale, valorile recomandate fiind  $k_1 = 1,0$ ,  $k_2 = 0,85$ , respectiv  $k_3 = 0,75$ . Coeficientul  $v'$  se determină din relația (5.8).

Valorile rezistențelor de calcul de mai sus pot fi mărite cu 10% dacă cel puțin una din condițiile de mai jos este îndeplinită:

- betonul este supus la compresiune triaxială;
- toate unghiurile dintre barele modelului sunt de cel puțin  $55^\circ$ ;
- eforturile unitare sunt uniform distribuite pe suprafața reazemelor sau sub forțele aplicate pe element; nodurile aflate în aceste situații vor fi confinate cu etrieri;
- armătura este dispusă pe mai multe rânduri.

Pentru nodurile supuse la compresiune triaxială, cu o distribuție cunoscută a eforturilor pe cele trei direcții, se poate lua în considerare:

$$\sigma_{Rd,max} = k_4 v' f_{cd} \quad (5.14)$$

Coeficientul  $v'$  urmează să fie indicat în normele naționale, valoarea recomandată fiind 3,0.

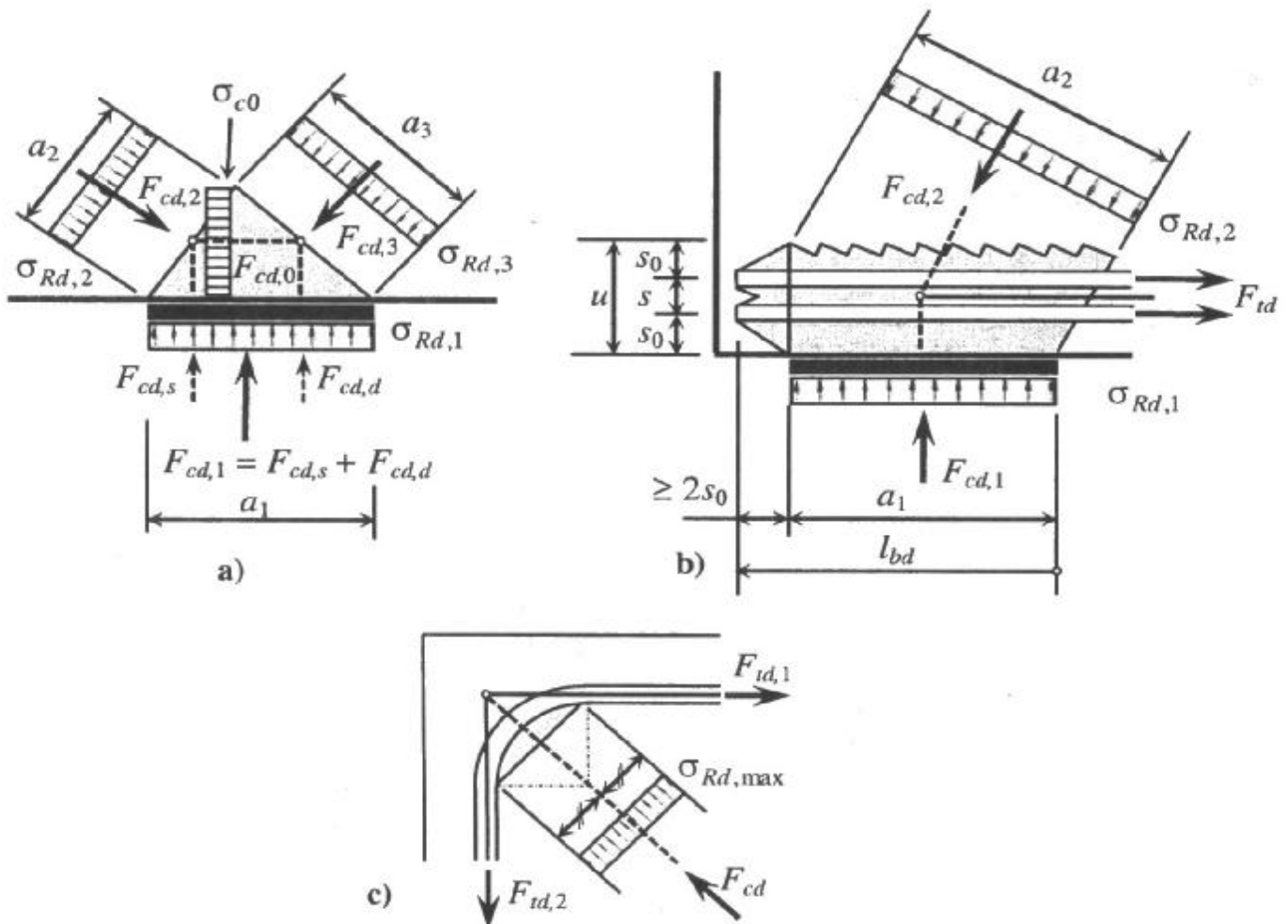


Fig. 5.20. Tipuri caracteristice de noduri

Ancorarea armăturilor în noduri se face pornind de la începutul nodului, de exemplu în cazul nodurilor de reazem lungimea de ancorare  $l_{bd}$  se măsoară de la fața interioară a reazemului (fig. 5.20b). Ancorarea armăturilor trebuie să se realizeze pe toată lungimea nodului, în anumite cazuri se poate depăși capătul nodului.

În nodurile în care se întâlnesc trei diagonale comprimate (fig. 5.20a), eforturile unitare  $\sigma_{cd,0}$ ,  $\sigma_{cd,1}$ ,  $\sigma_{cd,2}$  și  $\sigma_{cd,3}$  se vor compara cu valoarea obținută din relația (5.11). În principiu se poate presupune:

$$\frac{F_{cd,1}}{a_1} = \frac{F_{cd,2}}{a_2} = \frac{F_{cd,3}}{a_3}$$

rezultând:

$$\sigma_{cd,1} = \sigma_{cd,2} = \sigma_{cd,3} = \sigma_{cd,0}$$

Nodurile în care armăturile sunt îndoite se verifică pe baza modelului din figura 5.20c luând în considerare și posibilitatea de creștere cu 10% a rezistenței de calcul prezentată mai sus.

### 5.7.4. Console scurte

Modelul de calcul al consolelor scurte ( $a_c < z_0$ ) este prezentat în figura 5.21, pentru înclinarea diagonalei comprimate recomandându-se respectarea condiției  $1,0 \leq \text{tg}\theta \leq 2,5$ .

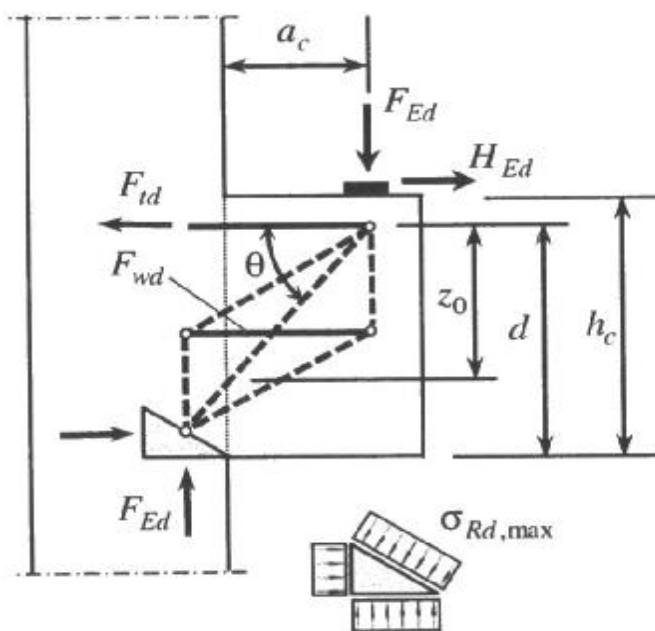


Fig. 5.21. Modelul de calcul al consolelor scurte

În funcție de lungimea consolei, pe lângă armătura principală  $A_s$  se prevăd și etrieri după cum urmează:

- în cazul consolelor scurte ( $a_c \leq 0,5h_c$ ) se dispun etrieri orizontali a căror arie trebuie să respecte condiția  $A_{sw,h} \geq k_1 A_s$  (fig. 5.22a);
- dacă  $a_c > 0,5h_c$  și  $F_{Ed} > V_{Rd,c}$  se dispun etrieri verticali a căror arie trebuie să respecte condiția  $A_{sw,v} \geq k_2 F_{Ed} / f_{yd,w}$  (fig. 5.22b);  $V_{Rd,c}$  este forța tăietoare capabilă de calcul a elementului fără armătură pentru tăiere, conform relației (14.53) din [15].

Coefficienții  $k_1$  și  $k_2$  urmează să se indice în normele naționale, valorile recomandate fiind  $k_1 = 0,25$  respectiv  $k_2 = 0,50$ .

Armătura principală a consolei trebuie ancorată la ambele extremități. Lungimea de ancorare se măsoară de la cea mai apropiată armătură verticală a elementului de reazem, respectiv de la marginea interioară a plăcii de repartiție a încărcării.

În cazul consolelor scurte care asigură rezemarea prin suspendare (*dapped end, half joint*) calculul acestora se poate efectua cu unul din modelele prezentate în figura 5.23, fiind posibilă și combinarea acestora.

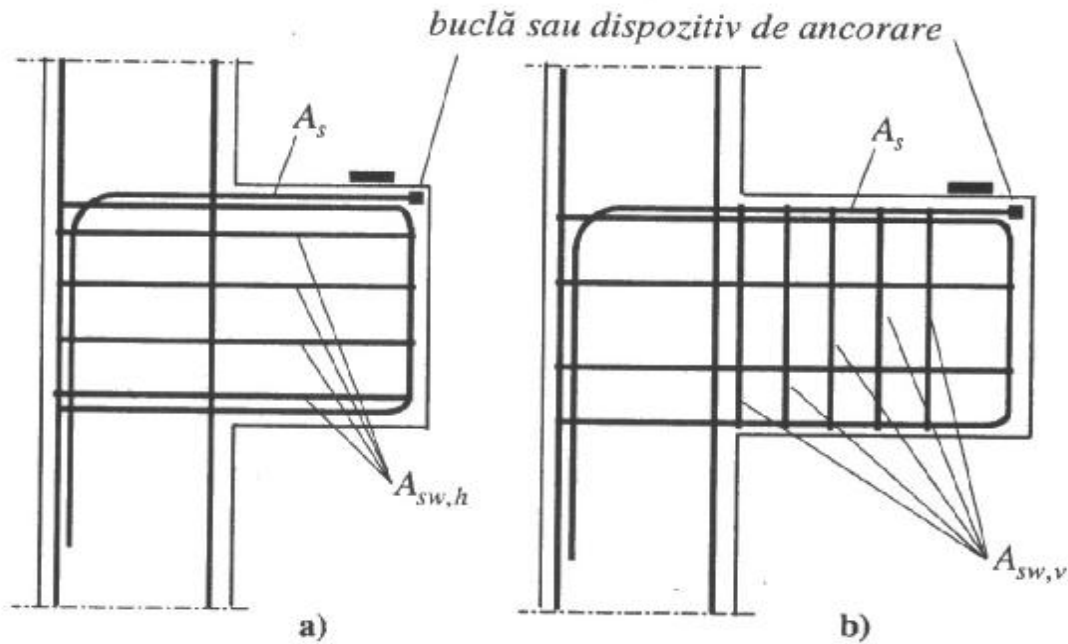


Fig. 5.22. Armarea consolelor

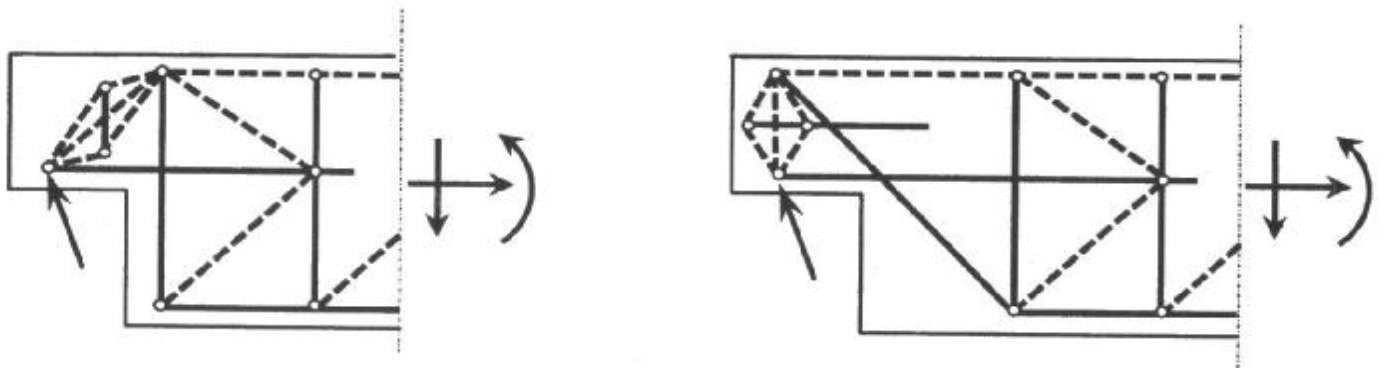


Fig. 5.23. Modele pentru rezemarea prin suspendare

### 5.7.5. Colțuri de cadre

Rezistența de calcul la compresiune a betonului dintr-o bară comprimată  $\sigma_{Rd,max}$  se stabilește conform 5.7.1.

Modelele de bare pentru colțurile de cadru depind de sensul momentelor încovoietoare care acționează asupra nodului și intensitatea acestora. Aprecierea intensității momentelor încovoietoare se poate face prin intermediul procentului de armare al armăturii întinse.

Pentru cazul în care momentele încovoietoare produc *închiderea* nodului de cadru iar rigla și stâlpul au aproximativ aceeași înălțime a secțiunii transversale ( $2/3 \leq h_2/h_1 \leq 3/2$ )

modelul de bare este prezentat în figura 5.24a. Dacă toată armătura întinsă a grinzii este îndoită prin nod nu sunt necesare verificări ale etrierilor și a lungimii de ancoraj.

Dacă momentele încovoietoare produc *deschiderea* nodului de cadru iar rigla și stâlpul au aproximativ aceeași înălțime a secțiunii transversale se poate folosi modelul de bare din în figura 5.24b sau 5.24c.

Modelul de bare și schița de armare din figura 5.24b se poate folosi când momentele încovoietoare au valori moderate, respectiv  $A_s/bh \leq 2\%$ .

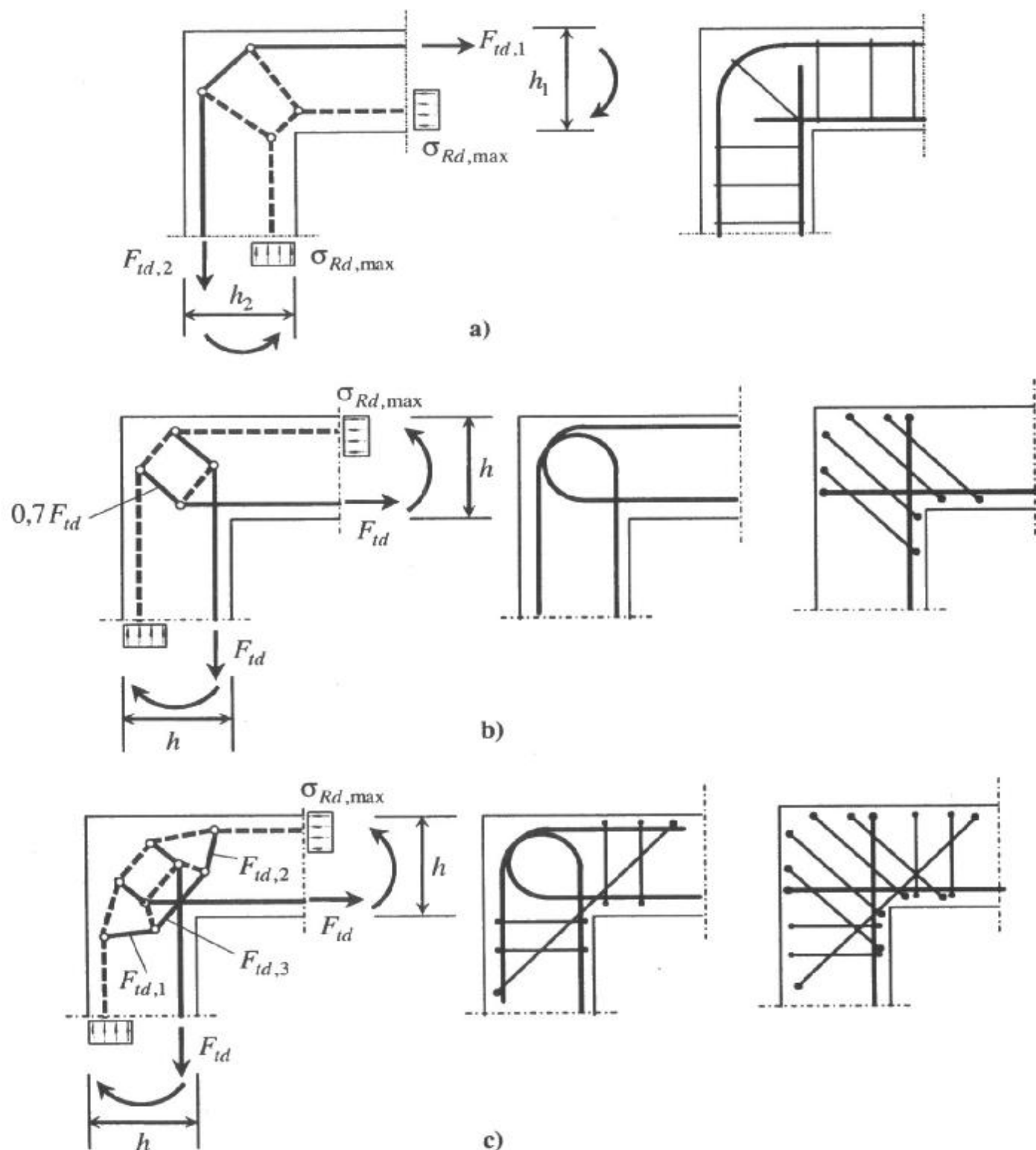


Fig. 5.24. Modele de bare și schițe de armare pentru colțuri de cadre

Modelul de bare și schița de armare din figura 5.24c se poate folosi când momentele încovoietoare au valori semnificative, respectiv  $A_s/bh > 2\%$ . Pentru a împiedica despicarea nodului este necesară prevederea unei bare diagonale și a unor etrieri.

Schițele de armare prezentate în figura 5.24 sunt utilizabile în cazul cadrelor care nu participă la preluarea sarcinilor seismice. În cazul cadrelor care preiau sarcini seismice armăturile obținute pe baza modelului de bare de mai sus trebuie confecționate în conformitate cu prevederile normelor specifice.

# 6

## PROIECTAREA ASISTATĂ DE CALCULATOR PRIN PROCEDEUL MODELULUI DE BARE

Etapele care trebuie parcurse în proiectarea cu ajutorul procedeeului modelului de bare, conform celor prezentate în paragraful 5.1, sunt:

- calculul și reprezentarea grafică a stării de tensiuni;
- stabilirea modelului de bare pe baza reprezentării grafice a stării de tensiuni;
- calculul static al modelului de bare;
- dimensionarea ariilor de armătură utilizând eforturile din barele întinse ale modelului, respectiv verificarea compresiunilor în beton;
- alcătuirea elementului pe baza datelor rezultate din calcul și a prevederilor de alcătuire prevăzute în norme.

Dintre etapele care trebuie parcurse la utilizarea procedeeului modelului de bare, cele mai laborioase sunt primele trei. Aceste etape necesită un volum mare de muncă și repetarea de mai multe ori a unora dintre operații, ceea ce conduce la o durată mare de calcul.

Pentru a reduce timpul de lucru, a fost elaborat programul de calcul **Strut and Tie** care constă din modulele de program **pStress** și **pTruss**. Lucrând sub mediul AutoCAD, modulul **pStress** permite rezolvarea stării plană de tensiuni din elementul structural, în timp ce cu ajutorul modulului **pTruss** se determină forțele axiale din barele modelului ales. Cele două module de program pot fi folosite și independent, adică se poate face numai analiza eforturilor unitare sau numai calculul static al unui sistem articulat de bare.

### 6.1. Programul de calcul Strut and Tie

Programul de calcul se furnizează prin utilitarul de instalare **Strut and Tie.msi** care este un fișier cu autodespachetare (*selfextracting*). Lansarea în execuție a acestui utilitar determină intrarea într-o interfață de tip wizard prin care se stabilește locația în care se face instalarea programului, calea implicită fiind:

**C:\Program files\Strut and Tie\**

În urma rulării acestui utilitar, are loc instalarea celor două module de program, pentru fiecare din ele creându-se câte o icoană în *Start Menu* (fig. 6.2). Dezinstalare se poate face prin relansarea aceluiași utilitar. La adresa de instalare, se creează următoarele fișiere:

**pStress.exe** și **pTruss.exe** pentru realizarea documentelor AutoCAD de lucru;

**Stress.exe** pentru calculul eforturilor unitare în starea plană de tensiuni;

**pStress.cnt** și **pTruss.cnt** care descriu succesiune ferestrelor din fiecare modul;

**pStress.hlp** și **pTruss.hlp** care conțin indicații pentru utilizarea celor două module.

Fișierul **pTruss.exe** conține fișierul executabil **Truss.exe** care efectuează calculul static al modelului de bare.

Schema bloc a programului de calcul pentru aplicarea procedeeului modelului de bare este prezentată în figura 6.1.



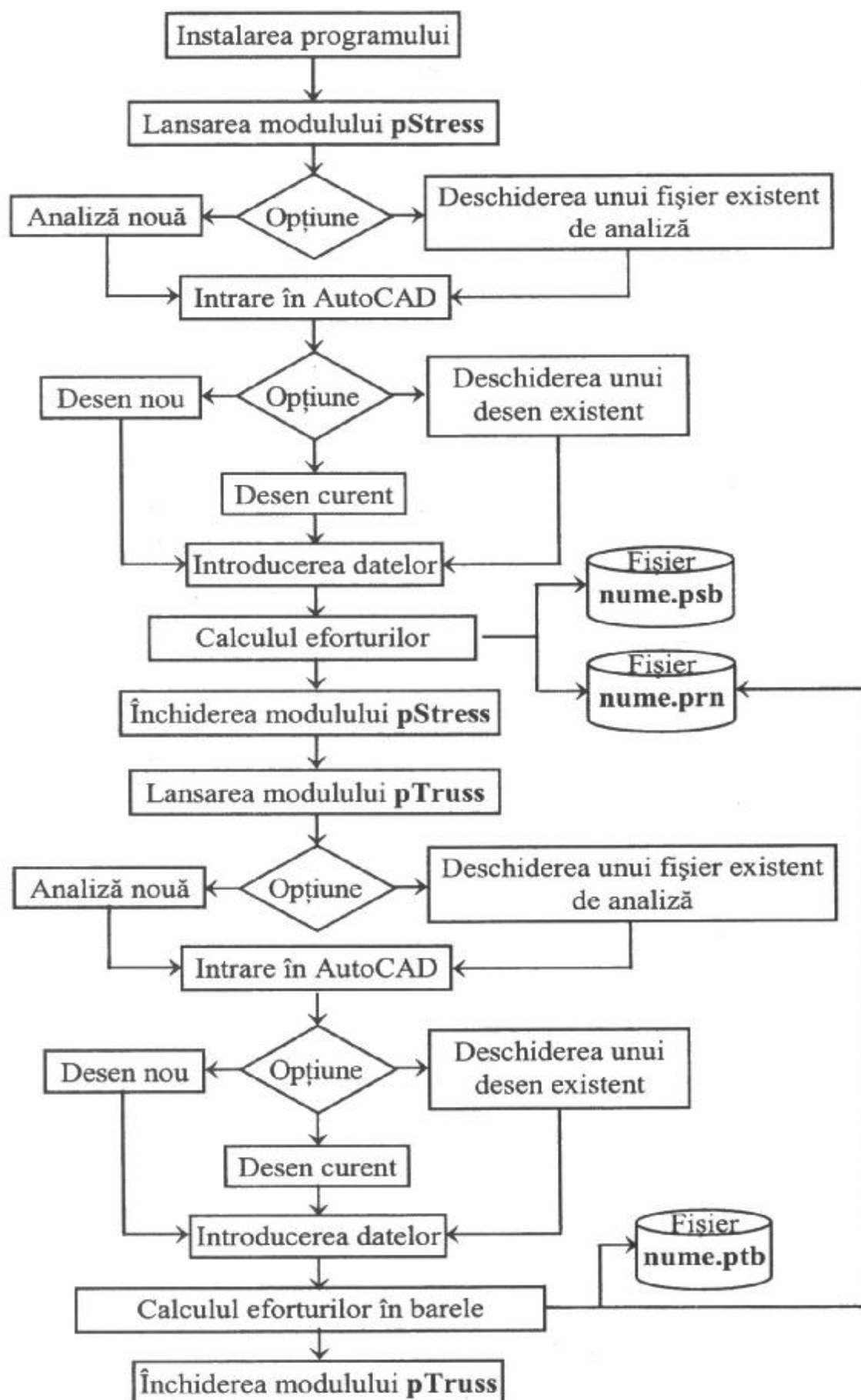


Fig. 6.1. Schema bloc a programului

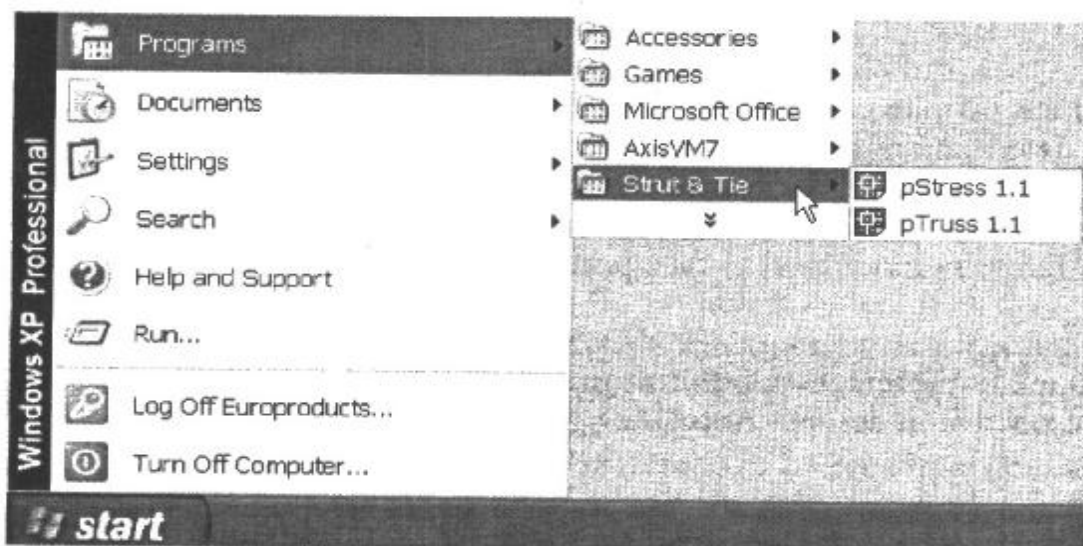


Fig. 6.2. Icoanele modulelor de program

În momentul lansării în execuție, fiecare din cele două module de program vor depista versiunea de AutoCAD care este instalată pe calculator și vor determina startul acesteia. Dacă din diferite motive sunt instalate două sau mai multe versiuni de AutoCAD, fiecare modul în parte va utiliza ultima versiune care a fost folosită anterior.

Fiecare din cele două module de program prezintă o succesiune de ferestre, unele dintre acestea având comune butoanele **Options**, **Pick** și **Draw**.

Butonul **Options** determină deschiderea ferestrei **Plot Options** (fig. 6.3) care permite selectare unor opțiuni de desenare referitoare la:

- înălțimea textului (număr întreg);
- factorul de scară (număr întreg) pentru reprezentarea grafică a stării de tensiuni;
- paleta de culori pentru realizarea desenelor;
- opțiunea de desenare color sau alb-negru;
- opțiunea de desenare a eforturilor unitare principale de întindere și/sau de compresiune.

Opțiunile alese pot fi salvate prin tastarea butonului **SAVE**.

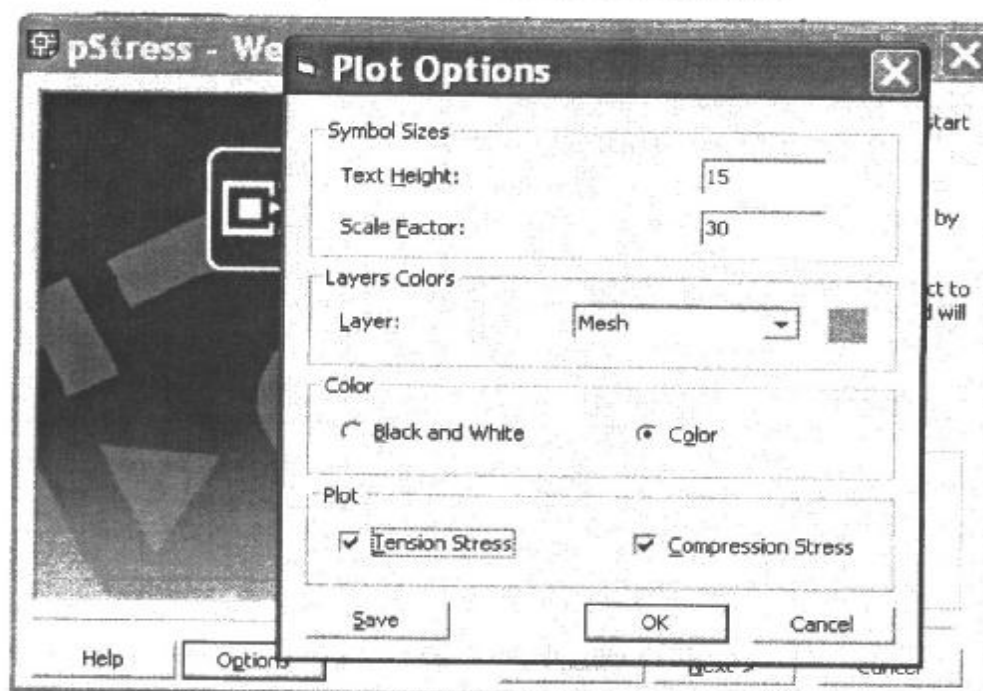


Fig. 6.3. Fereastra Plot Options

Culegerea datelor numerice, necesare pentru efectuarea calculului, se face pe baza desenelor AutoCAD prin utilizarea butonului **Pick** sau a butonului **Draw**.

Butonul **Pick** permite culegerea datelor necesare direct de pe desenul AutoCAD. Tastarea acestui buton determină minimizarea ferestrei respective în taskbar și aducerea în primplan a desenului. Selectarea valorilor dorite se face prin clic cu butonul stâng al mouse-ului în poziția dorită; valorile numerice corespunzătoare fiecărei poziții vor apărea în tabelul ferestrei. Întoarcerea în fereastra modulului se face prin clic cu butonul drept al mouse-ului în desenul AutoCAD.

Valorilor numerice se pot introduce, de la tastatura calculatorului, direct în tabelul ferestrei respective. După completarea tabelului, tastarea butonului **Draw** determină vizualizarea elementelor respective în desenul AutoCAD.

## 6.2. Modulul de program pStress

Pentru calculul eforturilor unitare, cu ajutorul modulului **pStress**, sunt necesare următoarele date inițiale: modulul de elasticitate longitudinal și transversal al betonului, geometria elementului, condițiile de rezemare și încărcările aplicate pe element.

### 6.2.1. Pregătirea datelor

Pentru calculul eforturilor unitare principale, modulul de program **pStress** activează fișierul **Stress.exe** care folosește elemente finite dreptunghiulare în starea plană de tensiuni. Având în vedere folosirea acestor tipuri de elemente finite, datele de intrare trebuie să fie pregătite după anumite reguli, descrise mai jos.

Domeniul de aplicabilitate al programului **Stress.exe** este limitat la elemente structurale de formă dreptunghiulară de grosime constantă, realizate din același material. Dacă aceste condiții nu sunt îndeplinite este necesară împărțirea elementului structural în subdomenii dreptunghiulare (fig. 6.4) cu grosime constantă și caracteristici elastice identice pe subdomeniu.

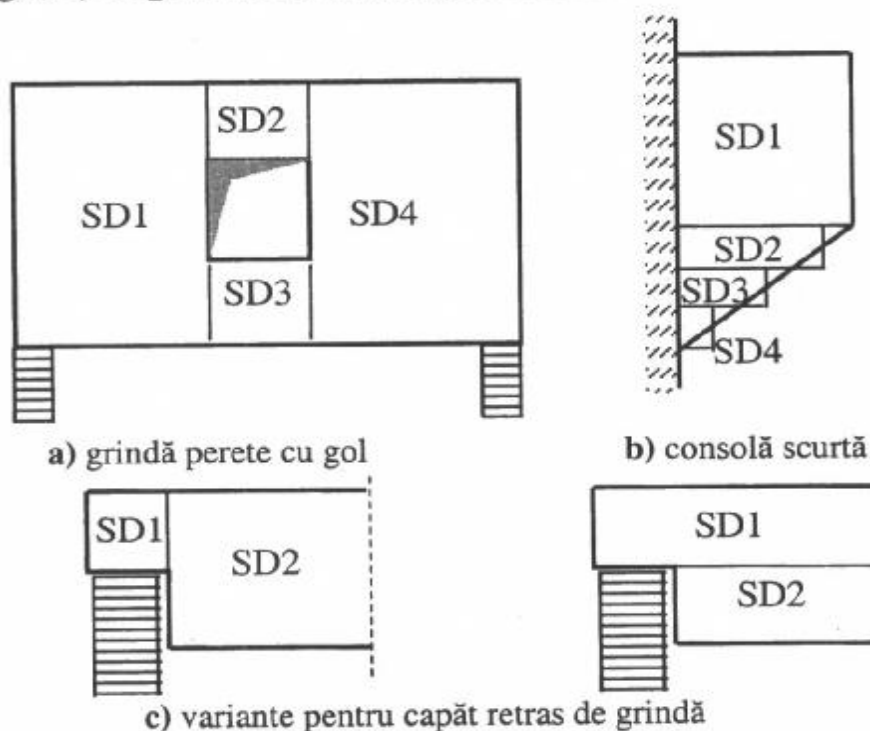


Fig. 6.4. Definierea subdomeniilor dreptunghiulare

La stabilirea rețelei de elemente finite se vor avea în vedere următoarele aspecte (fig. 6.5):

- se alege un sistem de coordonate ale cărui axe trebuie să fie paralele cu laturile elementului;
- rețeaua de elemente finite trebuie să fie paralelă cu axele de coordonate;
- dimensiunile în plan ale elementelor finite vor fi de cel mult 2...3 ori grosimea acestora;
- pe fiecare direcție a unui subdomeniu trebuie să existe cel puțin 2...3 șiruri de elemente finite;
- pasul rețelei de elemente finite poate să fie variabil în lungul unei axe;
- pasul rețelei poate fi diferit pe cele două direcții;
- liniile rețelei trebuie să coincidă cu limitele subdomeniilor;
- în dreptul forțelor trebuie să existe o linie a rețelei;
- marginile reazemelor reale (reazeme late) trebuie să fie încadrate de liniile rețelei.

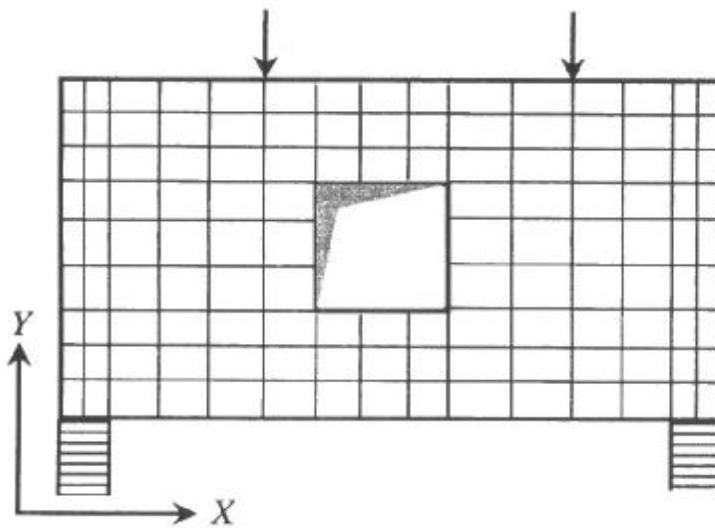


Fig. 6.5. Discretizarea în elemente finite dreptunghiulare

Pentru modelarea reazemelor reale sunt definite coduri de blocare ale deplasărilor nodurilor aferente pe ambele direcții ale sistemului de axe (cod = 1), pe direcția  $X$  (cod = 2) sau pe direcția  $Y$  (cod = 3). Aceste coduri se atașează nodurilor aferente unor segmente de linii care corespund lățimii reazemului real (fig. 6.6). Segmentele cu deplasări blocate se definesc prin coordonatele celor două extremități; de aceea, toate nodurile aferente unui segment vor avea aceleași coduri de blocare. Se poate descrie un reazem teoretic, fără lățime (cu un singur nod), dacă coordonatele celor două capete ale segmentului coincid.

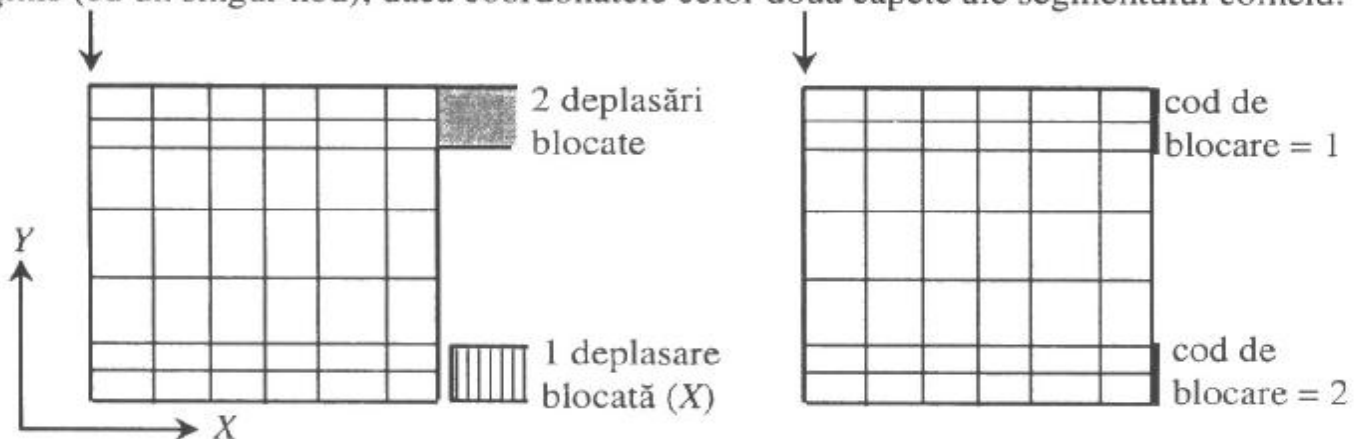


Fig. 6.6. Noduri de-a lungul unor linii cu deplasări blocate

Încărcările, indiferent de tipul lor, trebuie aplicate în nodurile rețelei de elemente finite sub forma unor forțe concentrate dirijate după direcțiile deplasărilor nodurilor (forțe orizontale, respectiv verticale). Forțele sunt considerate pozitive dacă sunt dirijate în sensul pozitiv al axelor de coordonate (fig. 6.7).

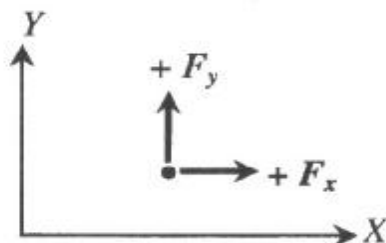


Fig. 6.7. Sensul pozitiv al forțelor

Unitățile de măsură utilizate la introducerea datelor sunt cm, daN și daN/cm<sup>2</sup>.

## 6.2.2. Introducerea datelor

Modulul de program **pStress** are o interfață de tip wizard care parcurge 8 ferestre, parcursul fiind liniar, în fiecare fereastră utilizatorul fiind invitat să adauge elementele necesare pentru definirea problemei. În orice moment utilizatorul poate reveni pentru a corecta valorile introduse.

□ Fereastra *Welcome* (fig. 6.8)

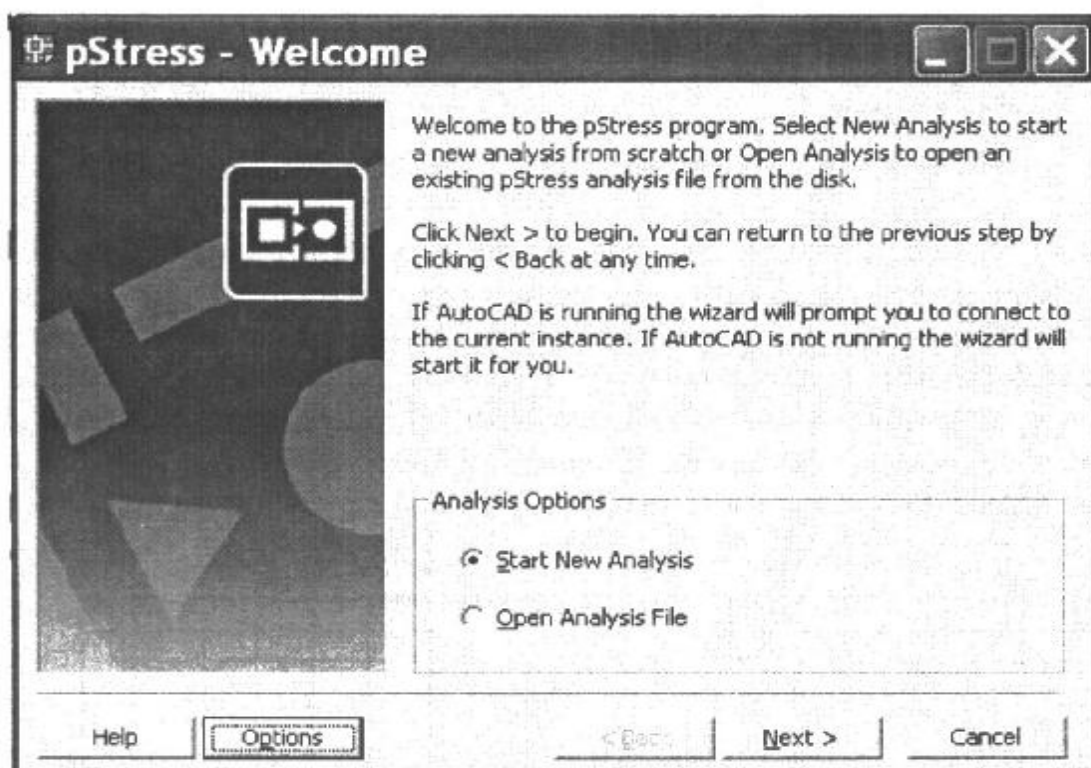


Fig. 6.8. Fereastra *Welcome*

Prin deschiderea acestei ferestre se permite realizarea unei noi analize numerice (*Start New Analysis*) sau accesarea unui fișier **pStress** salvat anterior. În cazul în care utilizatorul selectează opțiunea *Open Analysis File* programul va cere numele unui fișier salvat anterior,

de tip **nume.psb**, pe care îl va deschide și care poate fi refolosit. Indiferent de opțiunea aleasă, tastarea butonului *Next* determină lansarea în execuție a programului AutoCAD.

#### □ Fereastra *Drawing Options* (fig. 6.9)

Această fereastră propune următoarele moduri de lucru cu documentul AutoCAD:

- opțiunea *Create New Drawing* va determina trecerea la fereastra următoare *Create Drawing*;
- opțiunea *Use Current Drawing* va determina trecerea la fereastra următoare pe baza documentului existent pe monitor;
- opțiunea *Open Existing Drawing* va cere numele unui desen existent pe care îl va deschide, după care se trece la fereastra următoare; dacă fișierul provine dintr-o analiză anterioară, datele numerice inițiale și eforturile unitare vor fi șterse, rămânând numai geometria.

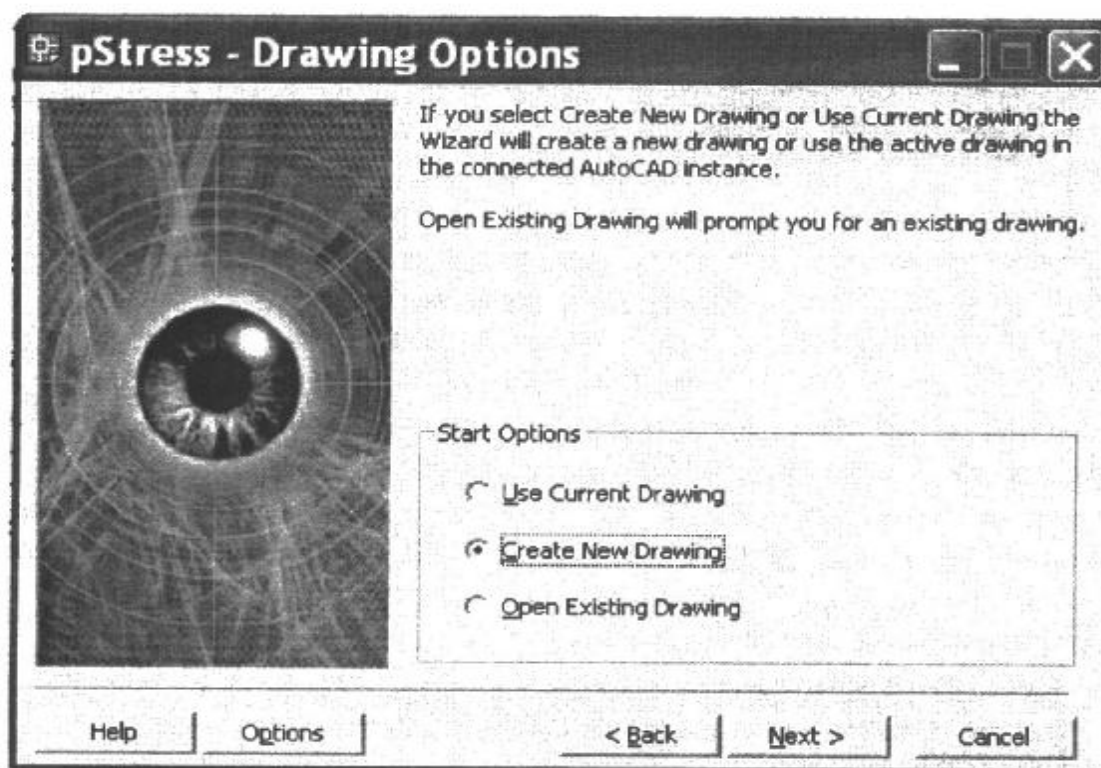


Fig. 6.9. Fereastra *Drawing Options*

Combinățiile optime oferite de primele două ferestre sunt:

- pentru o analiză nouă  
*Start New Analysis* urmată de *Create New Drawing* sau de *Use Current Drawing*
- pentru reluarea unei analize anterioare  
*Open Analysis File* urmată de *Use Current Drawing*, caz în care, fișierul de calcul și cel de desen trebuie să aibă aceeași denumire (**nume.psb**, respectiv **nume.dwg**)  
*Open Analysis File* urmată de *Open Existing Drawing*

#### □ Fereastra *Create Drawing* (fig. 6.10)

În această fereastră se solicită utilizatorului să creeze desenul în AutoCAD. Pentru a trece în AutoCAD este suficientă apăsarea butonului *Activate*, care va aduce în primplan documentul AutoCAD și va minimiza **pStress** în taskbar.

În AutoCAD, se va desena geometria elementului și rețeaua de elemente finite, recomandându-se activarea comenzii *ORTHO*. Nu este necesară desenarea rețelei de elemente finite dacă în fereastra următoare se intenționează folosirea butonul *Draw*.

Întoarcerea în **pStress** se face prin activarea icoanei **pStress** din taskbar.

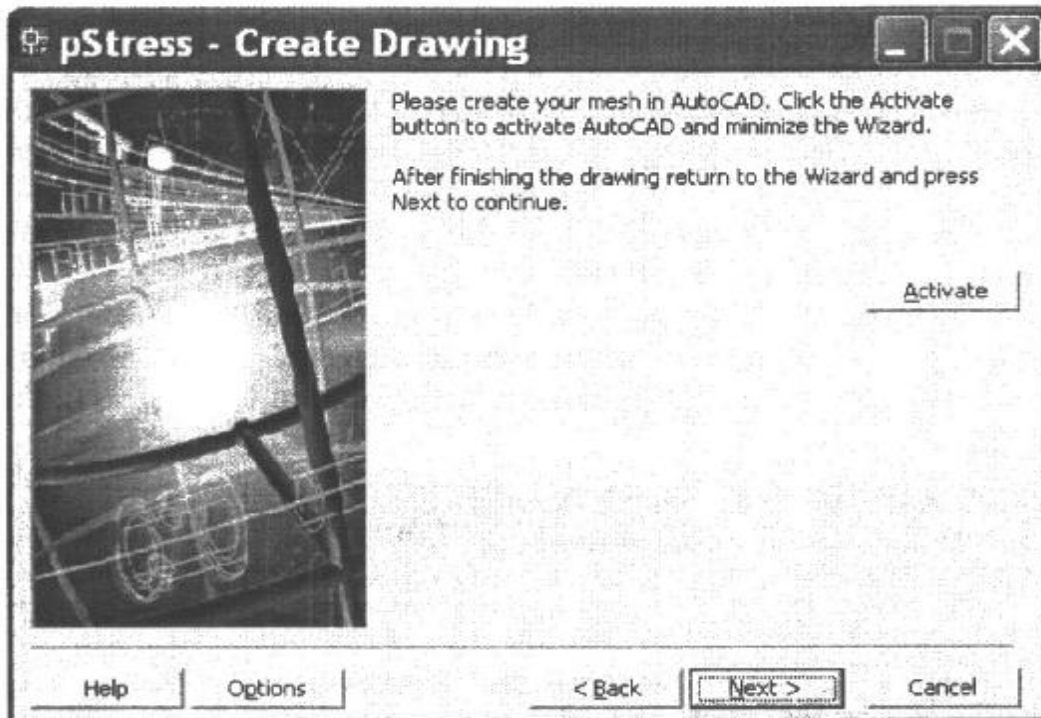


Fig. 6.10. Fereastra *Create Drawing*

□ Fereastra *Define Gridlines* (fig. 6.11)

Această fereastră solicită utilizatorul să introducă abscisele liniilor verticale, respectiv ordonatele liniilor horizontale ale rețelei de elemente finite dreptunghiulare.

Pentru introducerea absciselor  $X$  ale liniilor verticale ale rețelei se apasă butonul *Vertical*. Butonul *Horizontal* permite introducerea ordonatelor  $Y$  ale liniilor horizontale ale rețelei. Abscisele  $X$  ale rețelei se introduc în ordine crescătoare (de la stânga la dreapta) iar ordonatele  $Y$  se introduc în ordine descrescătoare (de sus în jos).

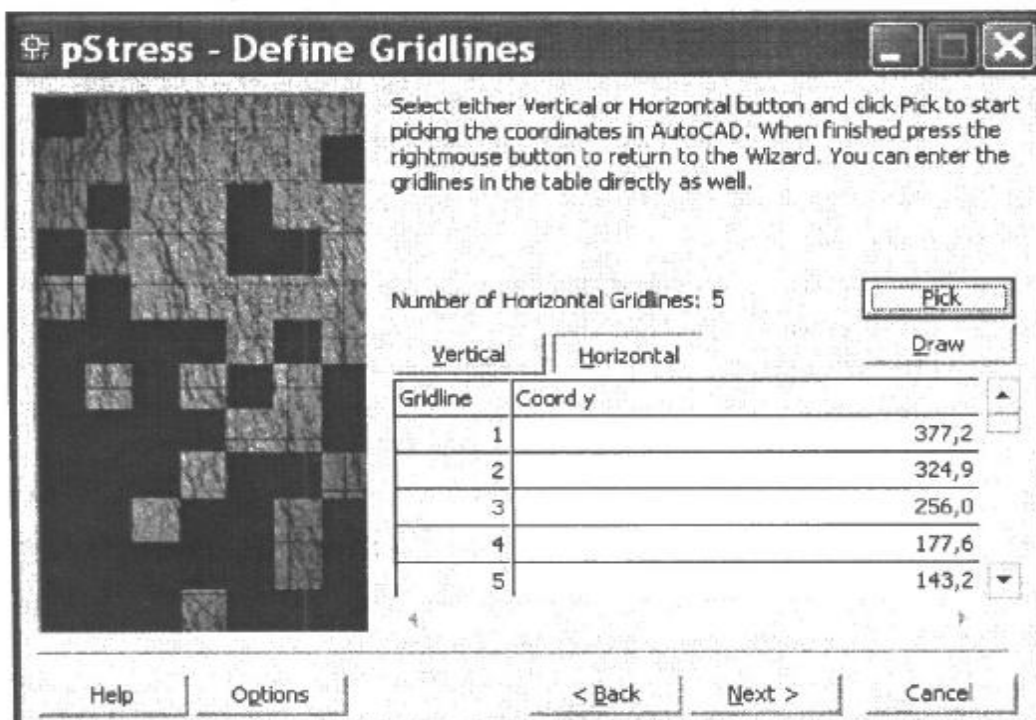


Fig. 6.11. Fereastra *Define Gridlines*

Tastarea butonului *Pick* determină minimizarea ferestrei și trecerea în AutoCAD, selecția coordonatelor făcându-se prin clic, cu butonul stâng al mouse-ului, pe coordonata respectivă. La terminarea selecției coordonatelor *X* se apasă butonul drept al mouse-ului ceea ce determină întoarcerea în fereastra **pStress**, putându-se trece la selectarea coordonatelor *Y*. La terminarea acestei selecții, tastarea butonului drept al mouse-ului readuce în primplan fereastra **pStress** în care butonul *Next* este activ ceea ce permite trecerea la fereastra următoare.

Dacă coordonatele se introduc direct în tabel, în ordinea prezentată mai sus, tastarea butonului *Draw* va determina desenarea rețelei de elemente finite și activarea butonul *Next*.

#### □ Fereastra *Define Subdomains* (fig. 6.12)

Subdomeniile se definesc, în ordine succesivă, prin coordonatele colțului din stânga jos, respectiv cele ale colțului din dreapta sus.

Pentru colectarea acestor coordonate din desenul AutoCAD se apasă butonul *Pick* care activează desenul. Cu butonul stâng al mouse-ului se face clic pe colțurile fiecărui subdomeniu, în ordinea specificată mai sus. Pentru revenirea în **pStress** se apasă butonul drept al mouse-ului. După revenirea în fereastră, în tabel pentru fiecare subdomeniu se precizează grosimea elementului, valoarea modulului de elasticitate longitudinal și transversal. Butonul *Next* devine activ după completarea tuturor datelor pentru toate subdomeniile, ceea ce permite trecerea la fereastra următoare.

Coordonatele de definirea ale subdomeniului se pot introduce direct în tabel de la tastatură. Completarea tabelului cu grosimea elementului, valoarea modulului de elasticitate longitudinal și transversal activează butonul *Draw*. Tastarea acestui buton determină desenarea conturului subdomeniilor și activarea butonului *Next*.

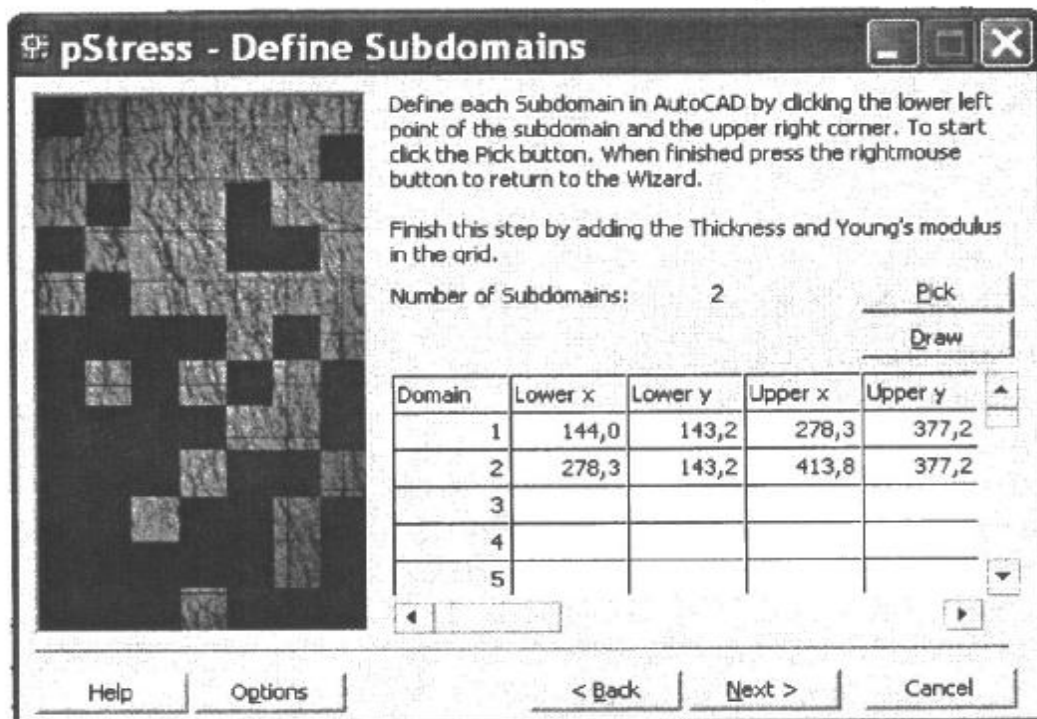


Fig. 6.12. Fereastra *Define Subdomains*

#### □ Fereastra *Define Constrained Lines* (fig. 6.13)

În cadrul acestei ferestre se definesc reazemele elementului prin precizarea condițiilor de margine prin indicarea segmentelor de linii care au deplasări blocate identic.

Pentru fiecare segment se indică codul de blocare după cum urmează (fig. 6.6):



- 1 - pentru blocarea deplasărilor pe ambele direcții;
- 2 - pentru blocarea deplasării pe direcția  $X$ ;
- 3 - pentru blocarea deplasării pe direcția  $Y$ .

Pentru activarea acestei operațiuni se apasă butonul *Pick* care aduce desenul în primplan. Selectarea se face prin clic, cu butonul stâng al mouse-ului, pe capetele fiecărui segment corespunzător fiecărui reazem. Pentru a reveni în fereastra *pStress* se apasă butonul drept al mouse-ului, în tabel completându-se codurile de blocare. Butonul *Next* devine activ după completarea tuturor spațiilor aferente.

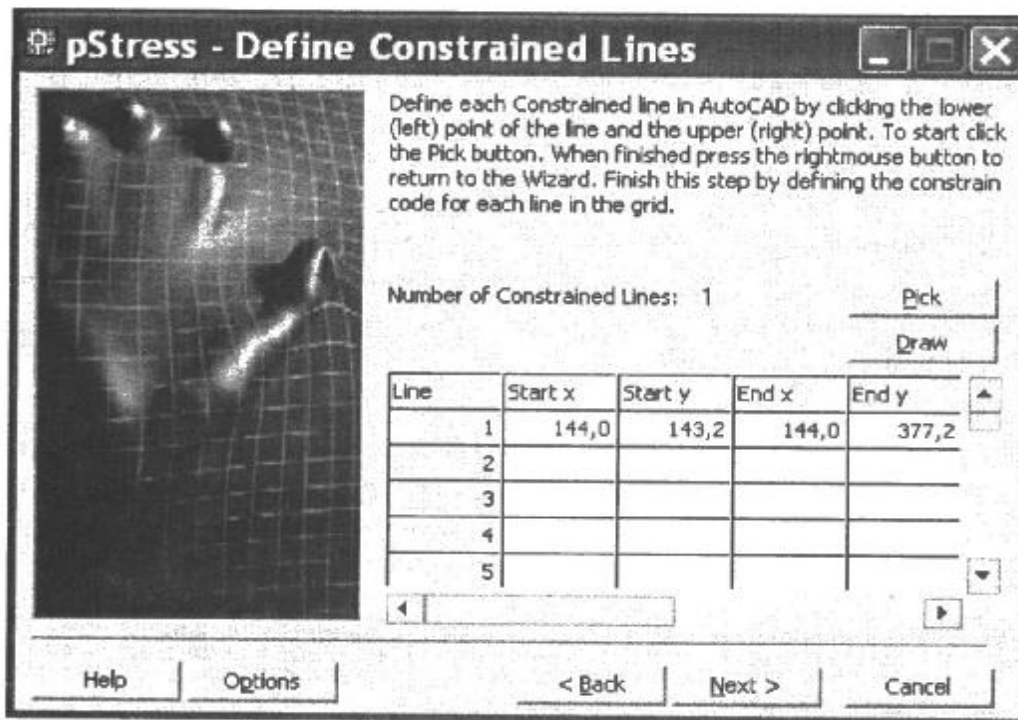


Fig. 6.13. Fereastra *Define Constrained Lines*

Coordonatele segmentelor se pot introduce direct în tabel de la tastatură. Completarea tabelului cu codul de blocare activează butonul *Draw*. Tastarea acestui buton determină desenarea liniilor respective și activarea butonului *Next*.

#### □ Fereastra *Apply Loads* (fig. 6.14)

Această fereastră permite definirea nodurilor în care sunt aplicate forțele echivalente încărcărilor, precum și a valorilor acestora. Regula de semne este cea indicată în figura 6.7.

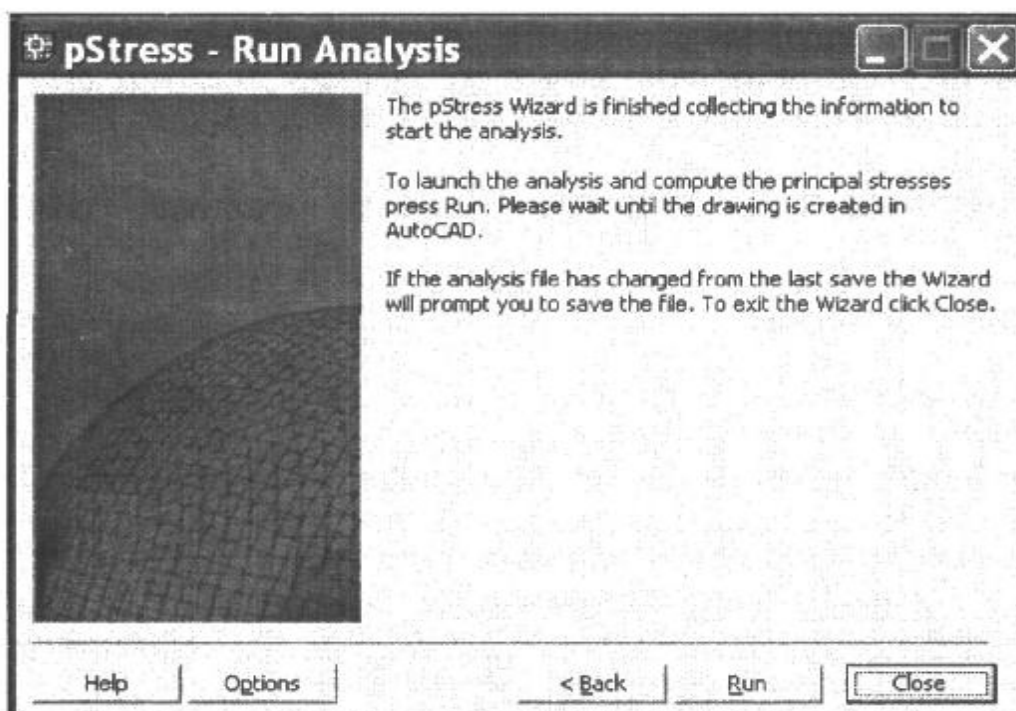
Pentru a defini, pe desen, nodurile încărcate, se apasă butonul *Pick* și prin clic cu butonul stâng al mouse-ului în desen se selectează nodurile încărcate. Pentru a reveni în fereastra *pStress* se apasă butonul drept al mouse-ului. În tabelul ferestrei se trec valorile forțelor pentru fiecare nod încărcat, butonul *Next* devenind activ după completarea tabelului.

Coordonatele nodurilor încărcate se pot introduce direct în tabel de la tastatură. Completarea tabelului cu valorile forțelor din noduri activează butonul *Draw*. Tastarea acestui buton determină desenarea unor săgeți în conformitate cu datele introduse în tabel și activarea butonului *Next*.

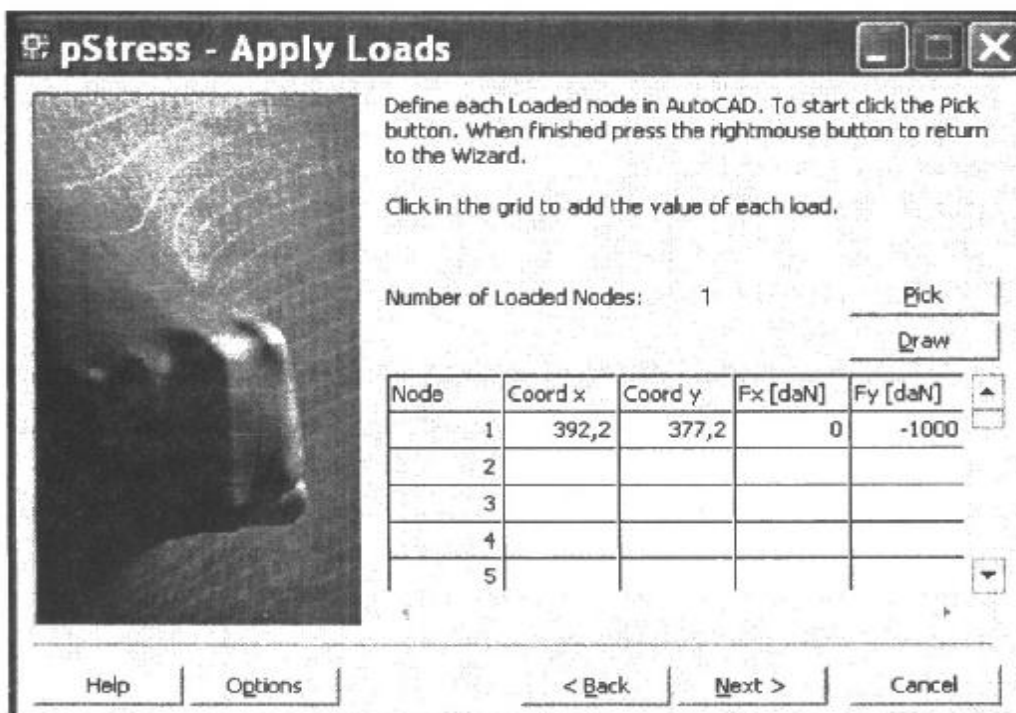
#### □ Fereastra *Run Analysis* (fig. 6.15)

Această fereastră permite efectuarea analizei și desenarea eforturilor unitare principale.

După activarea butonului *Run* utilizatorul este invitat să salveze datele problemei într-un fișier *pStress*, de forma **nume.psb**. Această salvare se face la adresa de instalare.

Fig. 6.15. Fereastra *Run Analysis*

Modulul de program indică rata de rezolvare, minimizează fereastra în taskbar, după care reprezintă starea de eforturi unitare pe monitorul calculatorului.

Fig. 6.14. Fereastra *Apply Loads*

Dacă scara de reprezentare nu este convenabilă, din taskbar se activează fereastra **pStress** în care butonul *Options* permite modificarea factorului de scară (*Scale Factor*); reprezentarea grafică a eforturilor unitare principale este modificată instantaneu. Deoarece factorul de scară nu poate fi subunitar, atunci când este necesar se va face o reducere a valorii forțelor aplicate în nodurile rețelei în vederea obținerii unei reprezentări grafice convenabile a eforturilor unitare principale. În acest caz, trebuie menționat că valorile eforturilor unitare din fișierul **nume.prn** vor fi modificate în consecință.

Pentru ieșirea din modulul **pStress**, din taskbar se activează fereastra **pStress** după care se apasă butonul *Close*, utilizatorul fiind invitat mai întâi să salveze desenul final. Fișierul AutoCAD se salvează la adresa de instalare sub forma **nume.dwg**.

### 6.2.3. Rezultatele oferite de modulul de program **pStress**

Rezultatele analizei sunt oferite sub formă grafică pe monitorul calculatorului (direcțiile eforturilor unitare principale), precum și toate rezultatele numerice ale analizei într-un fișier text.

La adresa de instalare a programului, în urma rulării modulului de program **pStress** se creează fișierele:

**nume.psb** care cuprinde datele și rezultatele aplicației respective; acest fișier este utilizabil numai sub AutoCAD;

**nume.prn** care este fișier text cuprinzând rezultatele numerice ale analizei; acest fișier poate fi tipărit la imprimantă, operație care trebuie realizată înainte de lansarea în execuție a modulului **pTruss** deoarece acesta creează un fișier de rezultate cu același nume (fig. 6.1).

Fișierul de rezultate **nume.prn** cuprinde următoarele:

- date inițiale:
  - coordonatele  $X$  și  $Y$  ale rețelei;
  - coordonatele de definire ale fiecărui subdomeniu (fig. 6.16);
  - grosimea elementului în subdomeniul respectiv, precum și valoarea modulului de elasticitate longitudinal, respectiv transversal;
  - coordonatele nodurilor rețelei de elemente finite;
  - numerotarea elementelor finite aparținând fiecărui subdomeniu, precum și nodurile  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  și  $N_4$  care definesc fiecare element finit; ordinea de parcurgere a numerotării este redată în figura 6.17;
  - coordonatele segmentelor de linii în lungul cărora nodurile au condiții identice de rezemare, cu indicarea codurilor de blocare respective;
  - nodurile încărcate cu forțe și valoarea acestora;
- rezultate:
  - valorile deplasărilor nodale (cm), cu semnul + în sensul pozitiv al axelor de coordonate;
  - valorile eforturilor unitare  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  și  $\tau_{xy}$  ( $\text{daN/cm}^2$ ), în centrul elementului finit;
  - valoarea efortului unitar principal de întindere  $\sigma_1$  (pozitiv), respectiv de compresiune  $\sigma_2$  (negativ), precum și unghiul  $\alpha$  care definește direcția efortului unitar principal de întindere (pozitiv în sens antiorar), în centrul elementului finit.

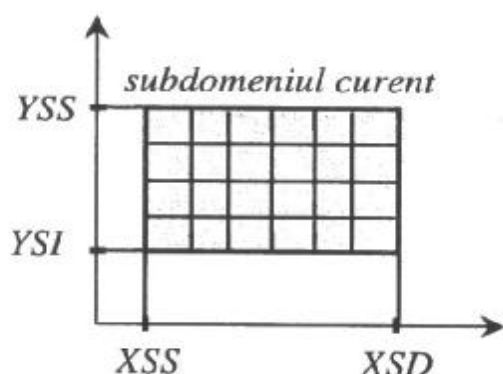


Fig. 6.16. Coordonatele laturilor unui subdomeniului

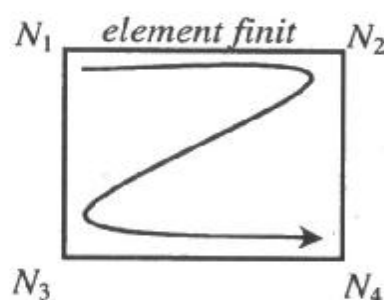


Fig. 6.17. Topologia nodurilor unui element finit

## 6.3. Modulul de program pTruss

Pentru calculul static al modelului de bare, fișierul **Truss.exe**, încorporat în modulul **pTruss**, folosește elemente finite de bară dublu articulate, fiind necesare următoarele date inițiale:

- modulul de elasticitate al barelor modelului ( $\text{daN/cm}^2$ );
- coordonatele nodurilor (cm);
- topologia barelor;
- aria secțiunii barelor cu valori predimensionate ( $\text{cm}^2$ );
- condițiile de reazem;
- forțele echivalente încărcărilor, aplicate în nodurile modelului (daN).

Geometria modelului se stabilește în timpul rulării modulului **pTruss**, pe baza stării de eforturi obținută în urma rulării modulului **pStress**. Desenul redând starea de eforturi obținută cu modulul **pStress** se găsește în fișierul **nume.dwg**, fișier ce se deschide în timpul rulării modulului **pTruss**.

Modulul de program **pTruss** se accesează după închiderea modulului **pStress**. Acesta poate fi folosit de sine stătător pentru a efectua calculul static al unei structuri oarecare alcătuită din bare articulate.

### 6.3.1. Introducerea datelor

Modulul de programul **pTruss** are o interfață de tip wizard care parcurge 7 ferestre. Parcursul este liniar, în fiecare fereastră utilizatorul fiind invitat să adauge elementele necesare pentru definirea problemei.

Utilizatorul poate reveni în orice moment pentru a corecta valorile introduse.

#### □ Fereastra *Welcome* (fig. 6.18)

Fereastra oferă două posibilități și anume realizarea unui calcul static pentru un model nou (*Start New Analysis*) sau reluarea unui model anterior.

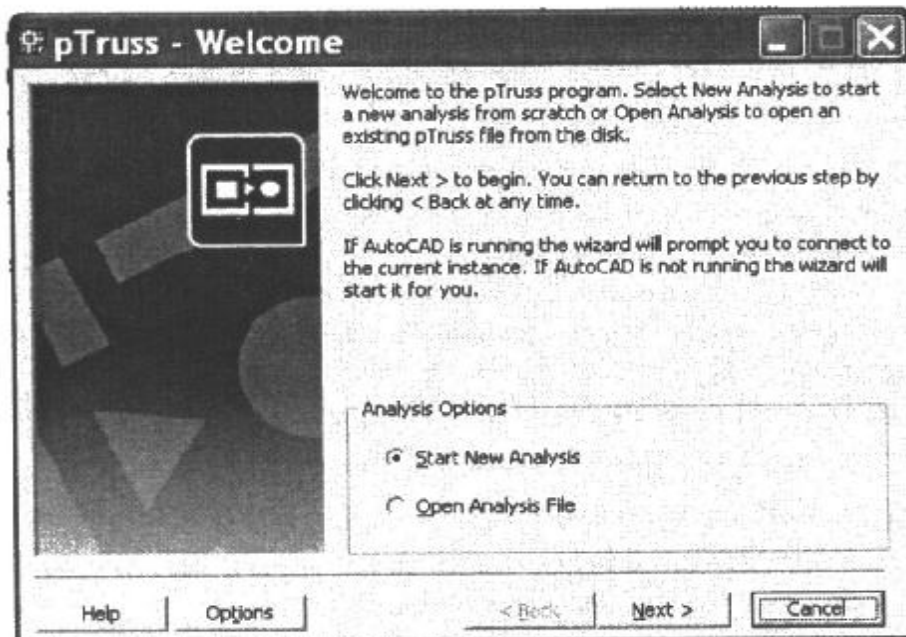


Fig. 6.18. Fereastra *Welcome*

În cazul în care utilizatorul selectează opțiunea *Open Analysis File*, programul va cere numele unui fișier **pTruss**, creat și salvat anterior, de tipul **nume.ptb** pe care îl va deschide.

Indiferent de opțiunea aleasă, tastarea butonului *Next* determină lansarea în execuție a programului AutoCAD.

#### □ Fereastra *Drawing Options* (fig. 6.19)

Această fereastră propune următoarele moduri de lucru cu documentul AutoCAD:

- opțiunea *Create New Drawing* determină trecerea la fereastra următoare *Define Nodes*; această opțiune permite efectuarea calculului static pentru o structură oarecare din bare articulate;
- opțiunea *Use Current Drawing* va determina trecerea la fereastra următoare pe baza desenului existent pe monitorul calculatorului;
- opțiunea *Open Existing Drawing* va cere numele unui desen existent pe care îl va deschide; dacă fișierul provine dintr-o analiză anterioară, datele numerice inițiale și eforturile unitare vor fi șterse, rămânând numai geometria.

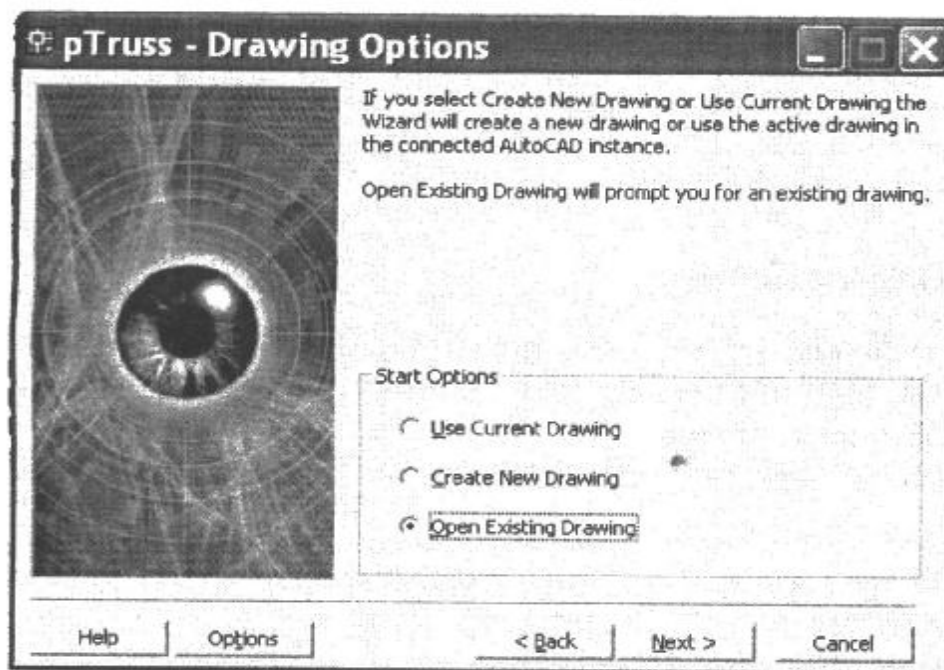


Fig. 6.19. Fereastra *Drawing Options*

Combinățiile optime oferite de primele două ferestre sunt:

- pentru crearea și calculul unui model de bare pe baza rezultatelor obținute din **pStress**  
*Start New Analysis* urmată de *Open Existing Drawing*
- pentru reluarea unei analize anterioare  
*Open Analysis File* urmată de *Use Current Drawing*  
caz în care, fișierul de calcul și cel de desen trebuie să aibă aceeași denumire (**nume.ptb**, respectiv **nume.dwg**).
- pentru calculul static al unei structuri plane articulate oarecare  
*Start New Analysis* urmată de *Create New Drawing*

#### □ Fereastra *Define Nodes* (fig. 6.20)

În cadrul acestei ferestre se definesc nodurile modelului de bare prin selectare din desen sau prin scrierea coordonatelor direct în tabelul ferestrei.

Pentru definirea grafică a nodurilor și colectarea coordonatelor se apasă butonul *Pick*, fereastra minimizându-se în taskbar. După dezactivarea comenzii *OSNAP*, pe desenul

AutoCAD, care redă direcțiile eforturilor unitare principale, se indică poziția nodurilor prin clic cu butonul stâng al mouse-ului. După fiecare clic, **pTruss** va indica poziția nodul precum și numărul acestuia. După terminarea selecției nodurilor, pentru revenire în modulul **pTruss** se apasă butonul drept al mouse-ului; butonul *Next* devenind activ.

Coordonatele nodurilor se pot trece direct în tabel, apăsarea butonului *Draw* va determina indicarea nodurilor în desen și activarea butonului *Next*.

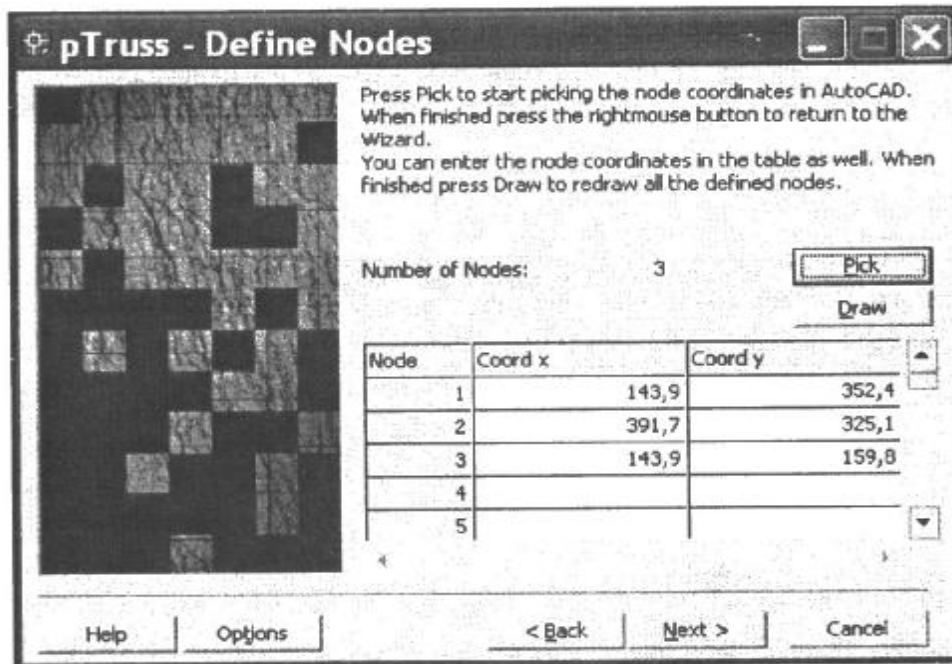


Fig. 6.20. Fereastra *Define Nodes*

□ Fereastra *Define Elements* (fig. 6.21)

Această fereastră permite definirea barelor modelului direct în desen sau indicarea acestora în tabelul ferestrei.

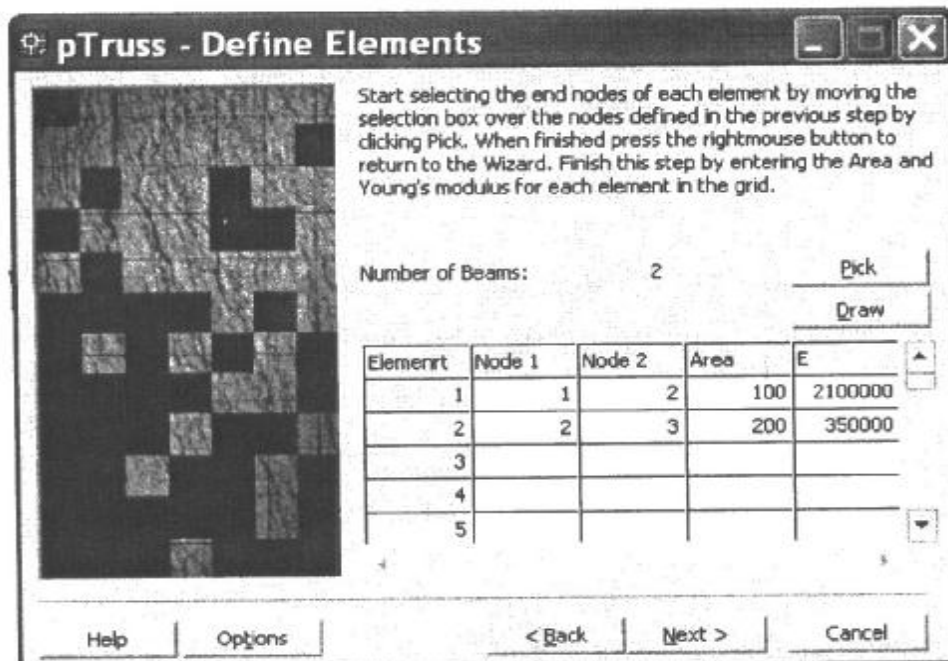


Fig. 6.21. Fereastra *Define Elements*

Definirea grafică a barelor începe prin apăsarea butonului *Pick* care determină trecerea în desenul AutoCAD; este esențială menținerea activă a opțiunii *NODS* din *OSNAP*. Definirea unei bare este dată de cele două noduri de la capetele ei, selecția acestor noduri făcându-se prin clic cu butonul stâng al mouse-ului. Imediat după selectarea celor două noduri, **pTruss** va desena și numerota bara respectivă. Revenirea în modulul **pTruss** se face prin apăsarea butonul drept al mouse-ului, după care în tabelul ferestrei se completează aria secțiunii barei (cu valori predimensionate) și modulul de elasticitate. Butonul *Next* devine activ după completarea câmpurilor corespunzătoare barelor care au fost definite.

Nodurile care definesc fiecare bară se pot trece direct în tabel, completând și celelalte câmpuri. Apăsarea butonului *Draw* va determina desenarea modelului de bare și activarea butonului *Next*.

#### □ Fereastra *Define Blocks* (fig. 6.22)

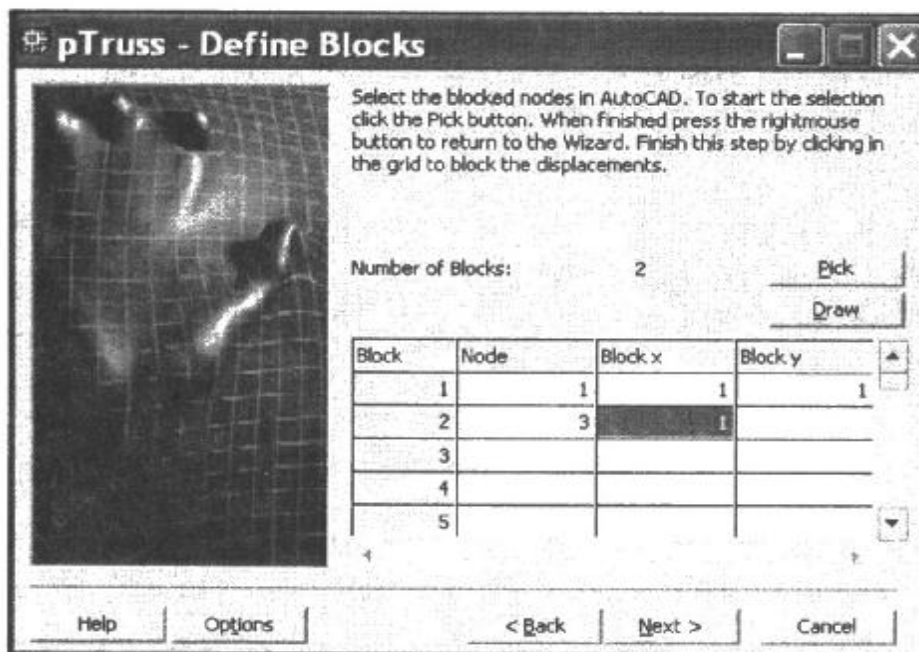


Fig. 6.22. Fereastra *Define Blocks*

Această fereastră permite definirea reazemelor modelului de bare. În coloana *Block x* și/sau *Block y* se face clic cu butonul stâng al mouse-ului pentru a bloca deplasarea pe direcția *X*, respectiv pe direcția *Y* (fig. 6.23).

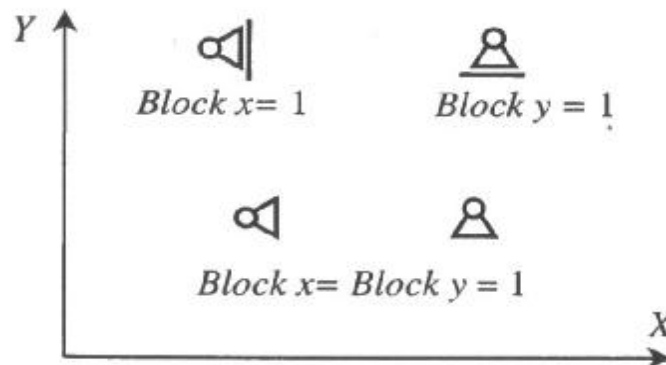


Fig. 6.23. Tipuri de reazeme

Pentru selectarea grafică a nodurilor de reazem se apasă butonul *Pick* care determină trecerea în desenul AutoCAD. Prin clic cu butonul stâng al mouse-ului se selectează nodurile

blocate. Revenirea în fereastră se face prin apăsarea butonului drept al mouse-ului, după care în tabel se indică direcțiile cu deplasări blocate. Butonul *Next* devine activ după completarea tabelului. Butonul *Draw* va determina apariția reazemelor.

Numerele nodurilor de reazem se pot trece direct în tabel; după indicare direcțiilor cu deplasări blocate se apasă butonul *Draw* pentru desenarea reazemelor și activarea butonului *Next*.

#### □ Fereastra *Apply Loads* (fig. 6.24)

În această fereastră se definesc nodurile încărcate și valorile forțelor din aceste noduri, conform convenției de semne din figura 6.7.

Apăsarea butonului *Pick* aduce în primplan desenul AutoCAD în care se selectează nodurile încărcate cu ajutorul butonului stâng al mouse-ului. Revenirea în modulul **pTruss** se face prin apăsarea butonului drept al mouse-ului. După revenirea în fereastră, în tabel se completează valorile forțelor din nodurile respective în coloana  $F_x$  și/sau  $F_y$ . Butonul *Next* devine activ după completarea tabelului. Butonul *Draw* va determina apariția unor săgeți în concordanță cu valorile introduse în tabel.

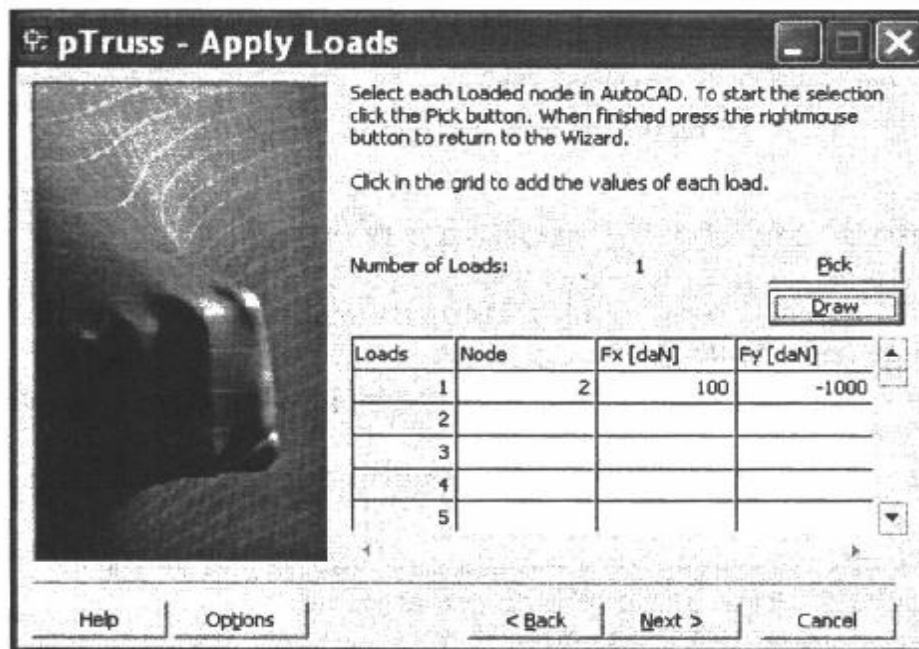


Fig. 6.24. Fereastra *Apply Loads*

Numerele nodurilor încărcate se pot introduce direct în tabel; după precizarea valorii forțelor se apasă butonul *Draw* pentru desenarea forțelor și activarea butonului *Next*.

#### □ Fereastra *Run Analysis* (fig. 6.25)

Această fereastră permite efectuarea calculului static și afișarea valorilor forțelor axiale în barele modelului.

După activarea butonului *Run* utilizatorul este invitat să salveze datele problemei într-un fișier **pTruss**, de forma **nume.ptb**. Această salvare se face la adresa de instalare.

Modulul de program indică rata de rezolvare, minimizează fereastra în taskbar după care afișează valorile forțelor axiale în dreptul fiecărei bare.

Dacă înălțimea textului nu este convenabilă, din taskbar se activează fereastra **pTruss** după care se tastează butonul *Options* modificând înălțimea textului (*Text Height*); aspectul cifrelor de pe monitorul calculatorului este modificat instantaneu.



Pentru ieșirea din modulul **pTruss**, din taskbar se activează fereastra modulului după care se apasă butonului *Close*, utilizatorul fiind invitat, mai întâi, să salveze desenul final. Fișierul AutoCAD se salvează la adresa de instalare sub forma **nume.dwg**.

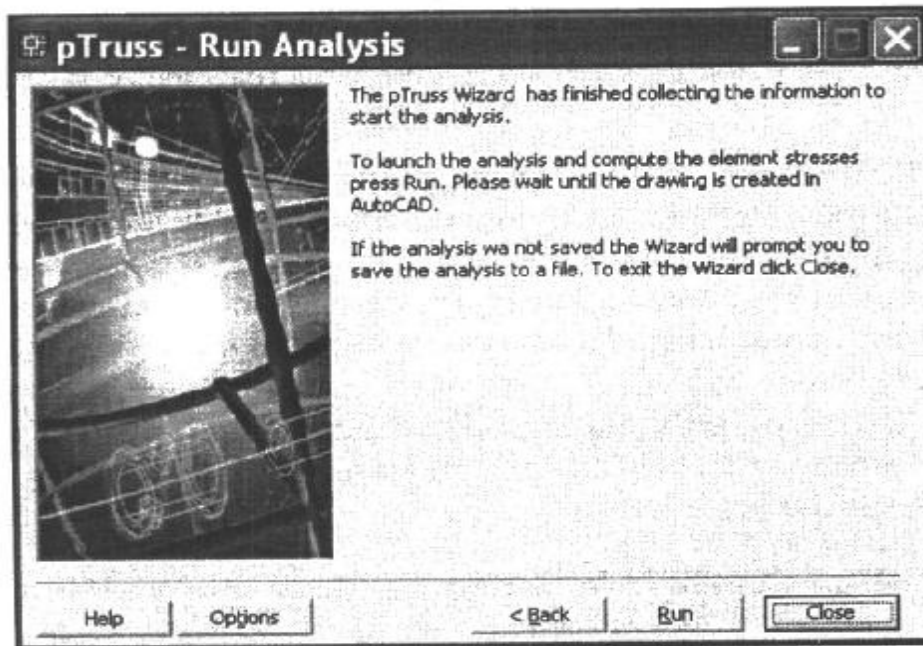


Fig. 6.25. Fereastra *Run Analysis*

### 6.3.2. Rezultatele oferite de modulul pTruss

Rezultatele analizei sunt oferite sub formă grafică, pe monitorul calculatorului și sub formă de tabel într-un fișier text.

La adresa de instalare a programului, în urma rulării modulului de program **pTruss** se creează fișierele:

**nume.ptb** care cuprinde datele și rezultatele aplicației respective; acest fișier este utilizabil numai sub AutoCAD;

**nume.prn** care este un fișier text și cuprinde rezultatele numerice ale analizei.

Fișierul de rezultate **nume.prn** cuprinde următoarele:

- date inițiale:
  - coordonatele  $X$  și  $Y$  ale nodurilor modelului de bare;
  - pentru fiecare bară a modelului se indică cele două noduri de la capetele barei, aria secțiunii și modulul de elasticitate;
  - nodurile de reazem și codurile de blocare;
  - nodurile încărcate și valorile forțelor aplicate în nodurile respective;
- rezultate:
  - valorile deplasărilor nodale (cm), pozitive în sensul axelor de coordonate;
  - valorile reacțiunilor (daN), pozitive în sensul axelor de coordonate;
  - valoarea forțelor axiale (daN), pozitive dacă sunt de întindere;
  - lungimile barelor modelului (cm);
  - rezultatul criteriului de minim, conform relației (5.1), determinat separat pentru barele întinse, respectiv cele comprimate, precum și însumat pentru toate barele.

# 7

## EXEMPLE DE PROIECTARE PRIN PROCEDEUL MODELULUI DE BARE

În exemplele prezentate s-au avut în vedere diferite tipuri de discontinuități precum și cele trei modalități de stabilire a modelului de bare (intuitiv, scurgerea încărcărilor exterioare, respectiv utilizarea direcțiilor eforturilor unitare principale). De asemenea, se face o comparație între rezultatele oferite de teoria betonului armat și cele obținute prin procedeul modelului de bare, precum și comparații cu rezultate experimentale.

*Exemplele prezentate mai jos reprezintă modalități de utilizare a procedeuului și nici de cum soluții unice de rezolvare a problemelor abordate.*

### 7.1. Procedeul intuitiv de stabilire a modelului de bare

#### 7.1.1. Console scurte

În cazul unor elemente simple, așa cum sunt consolele scurte, se poate folosi procedeul intuitiv pentru a alege modelul de bare.

Pentru consola scurtă din figura 7.1, cu o grosime de 450 mm, se prevede utilizarea unui beton de clasă C25/30 și armături din oțel PC52.

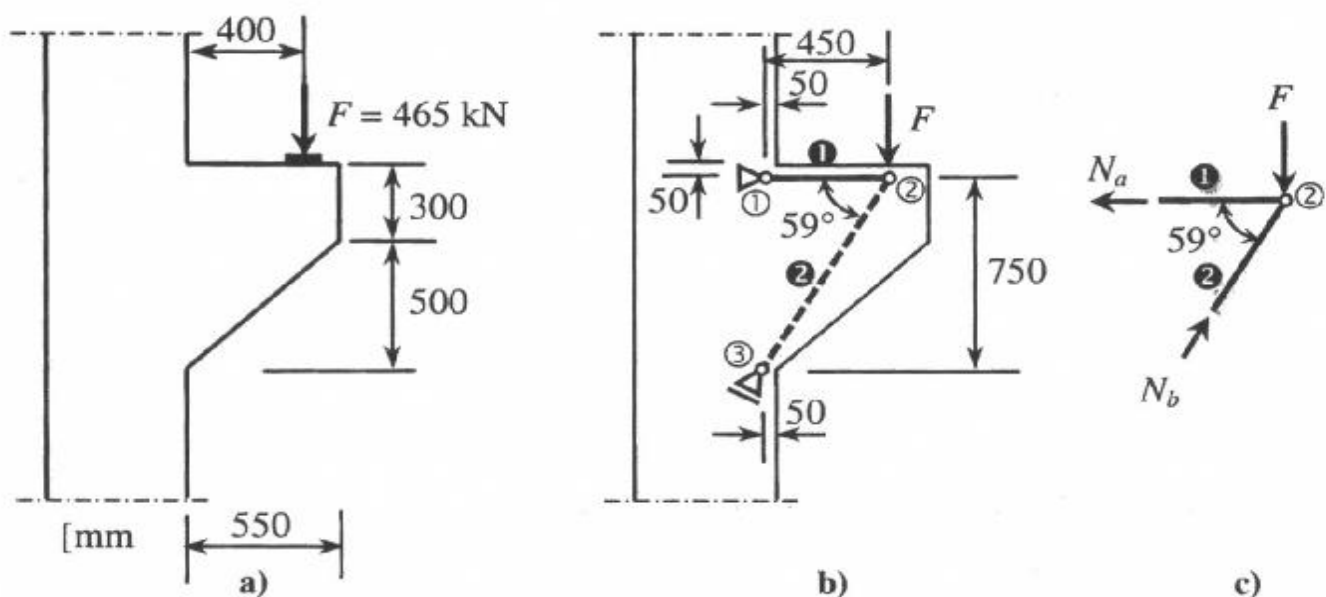


Fig. 7.1. Consolă scurtă

Modelul de bare din figura 7.1b s-a stabilit având în vedere următoarele:

- forța concentrată tinde să rotească consola în sens orar; pentru a împiedica acest mecanism de cedare este nevoie de un element rezistent la partea superioară (bara 1) și un punct de sprijin la partea inferioară (nodul 3);

- se presupune că armătura întinsă de la partea superioară a consolei, reprezentată de bara ①, se dispune la circa 50 mm față de marginea superioară a elementului;
- diagonală comprimată (bara ②) are capătul superior la extremitatea din dreapta a barei ① și trebuie să asigure scurgerea forței în stâlp; capătul inferior al diagonalei se poate considera plasat la partea inferioară a consolei, la 50 mm în interiorul stâlpului.

Pentru calculul eforturilor se izolează nodul încărcat (fig. 7.1c) și se scriu ecuațiile de echilibru static pe direcție orizontală și verticală:

$$F = N_b \sin 59; N_b = F/\sin 59 = 465/0,857 = 542,5 \text{ kN}$$

$$N_a = N_b \cos 59 = 542,5 \cdot 0,515 = 279,4 \text{ kN}$$

### Dimensionarea armăturilor

Armătura necesară este:

$$A_a = N_a/R_a = 279,4 \cdot 10^3/300 = 931 \text{ mm}^2, \text{ se aleg } 4\phi 18 (A_{a\text{ef}} = 1018 \text{ mm}^2).$$

Modul de dispunere al armăturilor este prezentat în figura 7.3.

Armarea consolei implică și prevederea unor etrieri, verticali și orizontali; pentru dimensionarea acestora se are în vedere existența unor întinderi transversale dezvoltate în diagonală comprimată a modelului (fig. 7.2d).

Forța transversală de întindere  $Z$  se poate aproxima cu relația<sup>1</sup>:

$$Z = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}\right) N_b = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}\right) \cdot 542,5 = 155 \text{ kN}$$

Forța  $Z$  se descompune într-o componentă verticală și una orizontală pe baza cărora se determină necesarul de:

armătură verticală:

$$Z_v = Z \cos 59 = 155 \cdot \cos 59 \cong 80 \text{ kN}$$

$$\Sigma A_{ae v} = Z_v/R_a = 80000/300 = 266 \text{ mm}^2$$

armătură orizontală:

$$Z_h = Z \sin 59 = 155 \cdot \sin 59 \cong 133 \text{ kN}$$

$$\Sigma A_{ae h} = Z_h/R_a = 133000/300 = 443 \text{ mm}^2$$

Etrierii verticali, cu două brațe, se repartizează pe lungimea de calcul a consolei  $l_c = 400 \text{ mm}$ , în timp ce etrierii orizontali, tot cu două brațe, se repartizează pe înălțimea  $h_0 - a' = 700 \text{ mm}$ , rezultând:

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_v = \frac{1}{2} \cdot \frac{266}{400} = 0,333 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\left(\frac{A_e}{a_e}\right)_h = \frac{1}{2} \cdot \frac{443}{700} = 0,316 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Etrierii se dispun la distanța  $a_e = 100 \text{ mm}$  rezultând aria necesară a barei pentru realizarea etrierilor:

$$A_{e v} = 0,333 \cdot 100 = 33,3 \text{ mm}^2$$

$$A_{e h} = 0,316 \cdot 100 = 31,6 \text{ mm}^2$$

Pentru ambele direcții se aleg etrieri  $\phi 8$  ( $50,3 \text{ mm}^2$ ).

### Verificarea compresiunilor

Dimensiunile nodului ②, nod singular similar cu cel din figura 5.16b, sunt:

$$h_n = \phi + 2c = 18 + 2 \cdot 40 = 98 \text{ mm} (c = 40 \text{ mm} - \text{stratul de acoperire cu beton})$$

<sup>1</sup> Relația constituie o particularizare a relației (5.9), preluată în EC2 după Morsch, și stabilită inițial de autorul ei pentru dimensionarea reazemelor din beton armat.

$$b_n = b_r \sin \theta + h_n \cos \theta = 250 \sin 59 + 98 \cos 59 = 265 \text{ mm}$$

Efortul unitar în nod este  $\sigma_{bn} = N_b/b \cdot b_n = 542,5 \cdot 10^3 / 450 \cdot 265 = 4,5 \text{ N/mm}^2$ .

Având în vedere existența barelor întinse în nod, verificare efortului unitar se face cu relația (5.5):

$$\sigma_{bn} = 4,5 < R_{cnod} = 0,8 \cdot R_c = 14,4 \text{ N/mm}^2$$

Pentru verificarea compresiunilor în bara ② este necesar să se cunoască lățimea acestei bare, care în vecinătatea nodului ③ este egală cu lățimea  $b_n$  a acestui nod (fig. 7.2a, c).

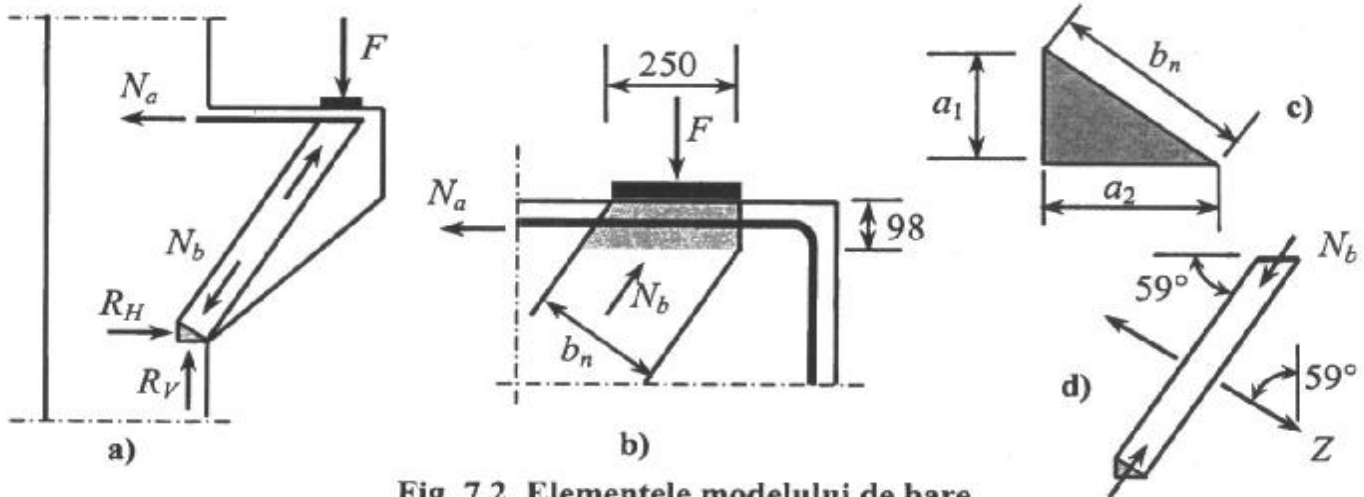


Fig. 7.2. Elementele modelului de bare

Pomind de la condiția de echilibru pe orizontală  $N_a = R_H$  se poate scrie  $A_a R_a = b a_1 R_c$  din care rezultă dimensiunea  $a_1$  a nodului:

$$a_1 = A_a R_a / b R_c = 1018 \cdot 300 / 450 \cdot 18 = 38 \text{ mm}$$

Condiția de echilibru pe verticală  $R_V = F$  se pune sub forma  $b a_2 R_c = F$  ceea ce permite determinarea dimensiunii  $a_2$  a nodului:

$$a_2 = F / b R_c = 465 \cdot 10^3 / 450 \cdot 18 = 57 \text{ mm}$$

Lățimea nodului este:

$$b_n = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \sqrt{38^2 + 57^2} = 69 \text{ mm}$$

rezultând efortul unitar de compresiune:

$$\sigma_{bc} = N_b / b \cdot b_n = 542,5 \cdot 10^3 / 450 \cdot 69 = 17,5 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea compresiunilor se face cu relația (5.3):

$$\sigma_{bc} = 17,5 < R_{cc} = 1,0 \cdot R_c = 18 \text{ N/mm}^2$$

Nodul ③ este un nod de tipul CCC, în starea biaxială de compresiune, recomandându-se ca toate eforturile unitare concurente în nod să respecte condiția (5.3), adică  $\sigma_{bc} \leq R_{cc} = 1,2 \cdot R_c = 21,6 \text{ N/mm}^2$ . Această condiție este îndeplinită deoarece:

- dimensiunile  $a_1$  și  $a_2$  ale nodului s-au stabilit în ipoteza că efortul unitar poate atinge rezistența la compresiune a betonului; evident condiția (5.3) este îndeplinită;
- în nod, efortul unitar produs de forța axială din diagonala comprimată este  $17,5 \text{ N/mm}^2$ .

Schema de armare este prezentată în figura 7.3.

Pentru beton de clasă C25/30, armături din oțel PC52 și luând în considerare condițiile defavorabile pentru aderență (armături la partea superioară a elementului), lungimea de ancorare este  $l_a = 40\phi$  (anexa 11). Barele de marcă ② se ancorează la ambele capete, în timp ce barele de marcă ① se ancorează în stâlp trebuind să înconjoare suprafața pe care se acționează forța concentrată.

Etrierii verticali cuprind între brațele lor atât barele ① și ②, cât și etrierii orizontali.

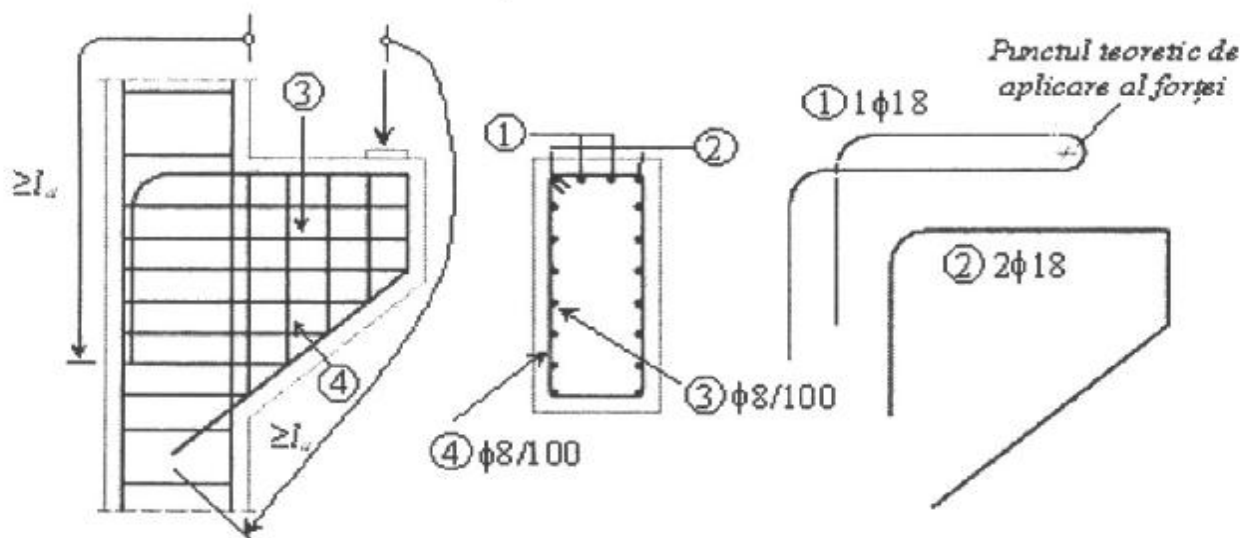


Fig. 7.3. Schema de armare a consolei scurte

### 7.1.2. Etrieri ca armătură de suspendare

Rezemarea elementelor prefabricate se realizează uneori pe talpa inferioară a unor grinzi cu secțiunea transversală în formă de L sau T întors (fig. 7.4). Ramurile verticale ale etrierilor din inima grinzii lucrează ca armături de suspendare, talpa inferioară a grinzii devenind o consolă scurtă. În acest caz se poate face o abordare unitară a celor două situații.

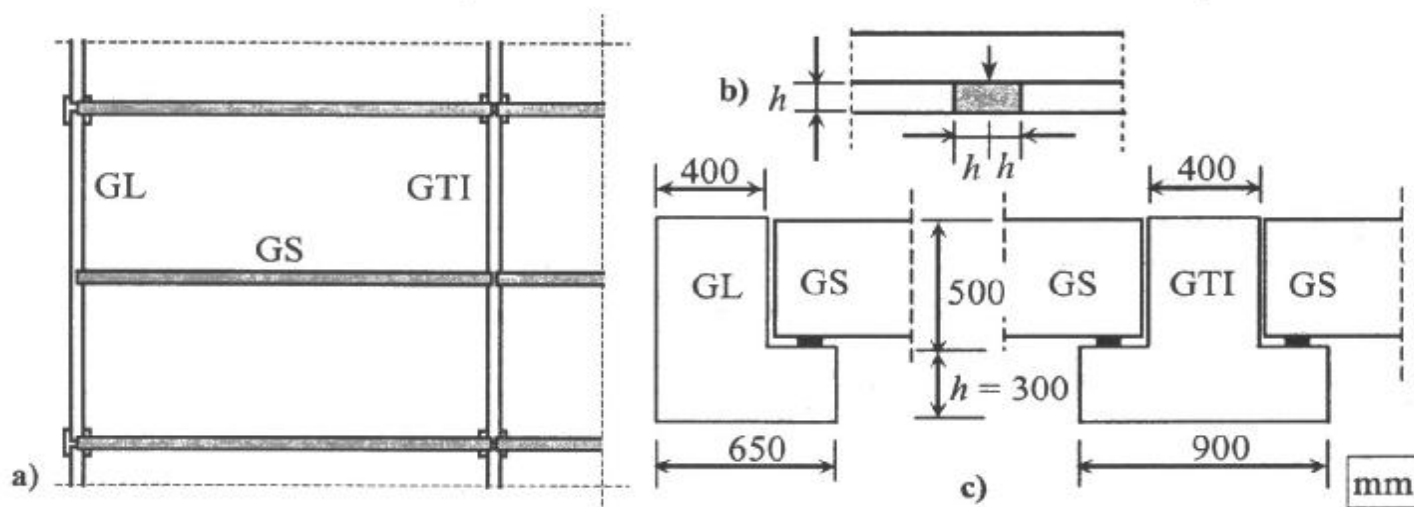


Fig. 7.4. Rezemarea elementelor prefabricate

Grinzile secundare GS, din figura 7.4, transmit fiecare câte o forță de 80 kN asupra grinzilor de reazem; de asemenea, datorită condițiilor de reazem se ia în considerare o forță orizontală evaluată la circa 20% din forța verticală. Pentru realizarea grinzilor se folosește beton de clasă C25/30 și armături din oțel PC52.

### 7.1.2.1. Grinda GTI

Modelul de bare reprezentat în figura 7.5 este stabilit intuitiv, reazemele din nodurile ③ și ④ fiind constituite de etrierii din inima grinzii. Dimensiunile modelului s-au stabilit având în vedere un strat de acoperire cu beton de 15 mm și estimând pentru etrieri un diametru de 12 mm.

Eforturile în barele modelului sunt:

$$N_2 = V/\sin 51,6 = 80/0,784 = 102,1 \text{ kN}$$

$$N_3 = N_2 \cos 51,6 = 102,1 \cdot 0,621 = 63,4 \text{ kN}$$

$$N_1 = N_2 \cos 51,6 + H = 102,1 \cdot 0,621 + 16,0 = 79,4 \text{ kN}$$

#### Dimensionarea armăturilor

Armăturile orizontale din talpa grinzii se realizează sub formă de etrieri repartizați pe lungimea  $2h$  pe care se extinde perturbarea stării de eforturi indusă de grinda secundară (fig. 7.4b).

Armătura orizontală necesară, corespunzătoare barei ① a modelului, este:

$$A_{eh} = N_1/R_a = 79,4 \cdot 10^3/300 = 265 \text{ mm}^2; A_{eh}/2h = 265/600 = 0,445 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Se alege  $\phi 8/100$  mm ceea ce înseamnă  $0,503 \text{ mm}^2/\text{mm}$ .

Armătura verticală necesară pentru asigurarea suspendării este:

$$A_{ev} = V/R_a = 80 \cdot 10^3/300 = 267 \text{ mm}^2; A_{ev}/2h = 267/600 = 0,445 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Valoarea obținută mai sus se cumulează cu valoarea  $(A_e/a_e)_Q = 0,081$  rezultată din calculul la forță tăietoare, astfel fel încât:

$$(A_e/a_e)_{nec} = A_{eh}/2h + (A_e/a_e)_Q = 0,445 + 0,081 = 0,526 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Se alege  $\phi 10/100$  mm ceea ce înseamnă  $0,785 \text{ mm}^2/\text{mm}$ .

#### Verificarea compresiunilor (fig. 7.5c)

Nodul ② al modelului este similar cu cel din figura 5.16b; dimensiunile nodului sunt:

$$h_n = \phi + 2c = 10 + 2 \cdot 15 = 40 \text{ mm} \quad (c = 15 \text{ mm} - \text{stratul de acoperire cu beton})$$

$$b_n = b_r \sin \theta + h_n \cos \theta = 100 \sin 51,6 + 40 \cos 51,6 = 103 \text{ mm}$$

Verificarea compresiunilor se face cu relația (5.5). Conform figurii 7.4b, lățimea elementului  $b$  este  $2h = 600$  mm, rezultând efortul unitar în nod:

$$\sigma_{bn} = N_2/b \cdot b_n = 102,1 \cdot 10^3/600 \cdot 103 = 1,7 \text{ N/mm}^2 \ll R_{cnod} = 0,8 \cdot R_c$$

În nodul ④, verificarea compresiunilor corespunzătoare barei ③ se face cu relația (5.5):

$$\sigma_{bn} = N_3/b \cdot b_n = 63,4 \cdot 10^3/600 \cdot 64 = 1,65 \text{ N/mm}^2 \ll R_{cnod} = 0,8 \cdot R_c$$

### 7.1.2.2. Grinda GL

Modelul de bare reprezentat în figura 7.6 este stabilit intuitiv. Reazemul din nodul ③ este constituit de ramura din dreapta a etrierilor din inima grinzii. Deplasările în nodul ① sunt blocate de ramura orizontală a etrierului din talpă și de masivitatea inimii grinzii. Dimen-

siunile modelului s-au stabilit având în vedere un strat de acoperire cu beton de 15 mm și estimând pentru etrieri un diametru de 12 mm.

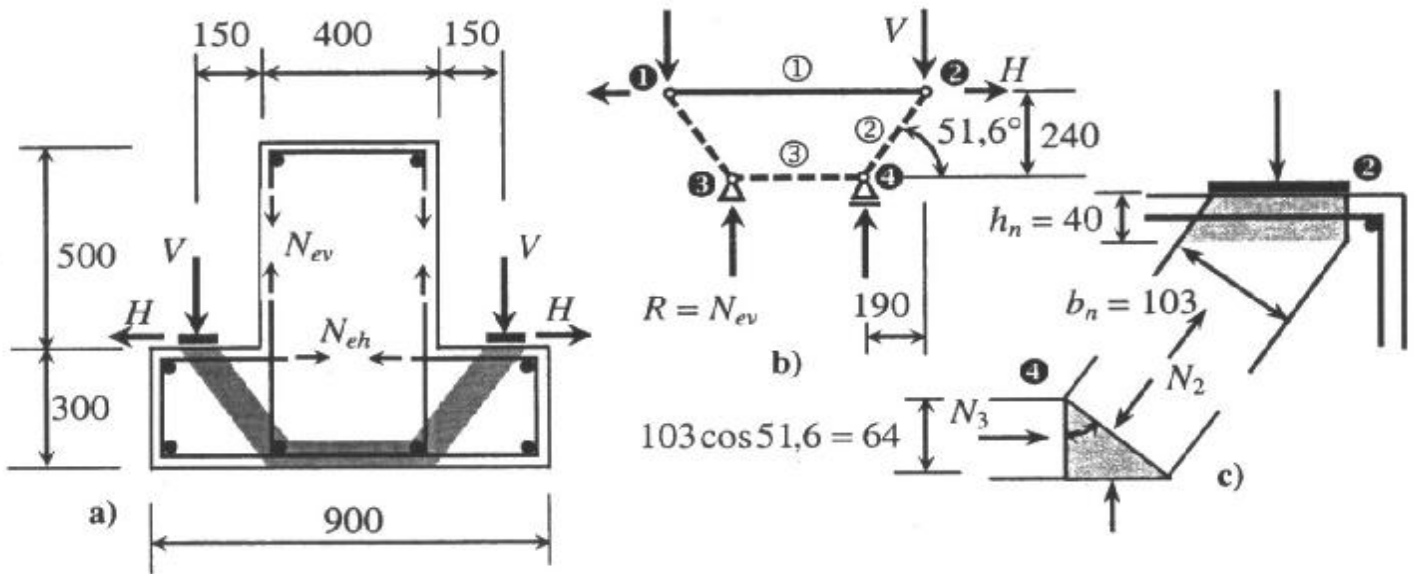


Fig. 7.5. Modelul de bare pentru grinda GTI

Eforturile în barele modelului sunt:

$$N_2 = V / \sin 51,6 = 80,0 / 0,784 = 102,1 \text{ kN}$$

$$R_{1v} = V \cdot 190 / 379 = 40,0 \text{ kN}; \quad N_3 = R_{1v} / \sin 32,6 = 40,0 / 0,539 = 74,2 \text{ kN}$$

$$N_1 = N_2 \cos 51,6 + H = 102,1 \cdot 0,621 + 16,0 = 79,4 \text{ kN}$$

$$N_{ev} = R_3 = R_{1v} + V = 40,0 + 80,0 = 120,0 \text{ kN}$$

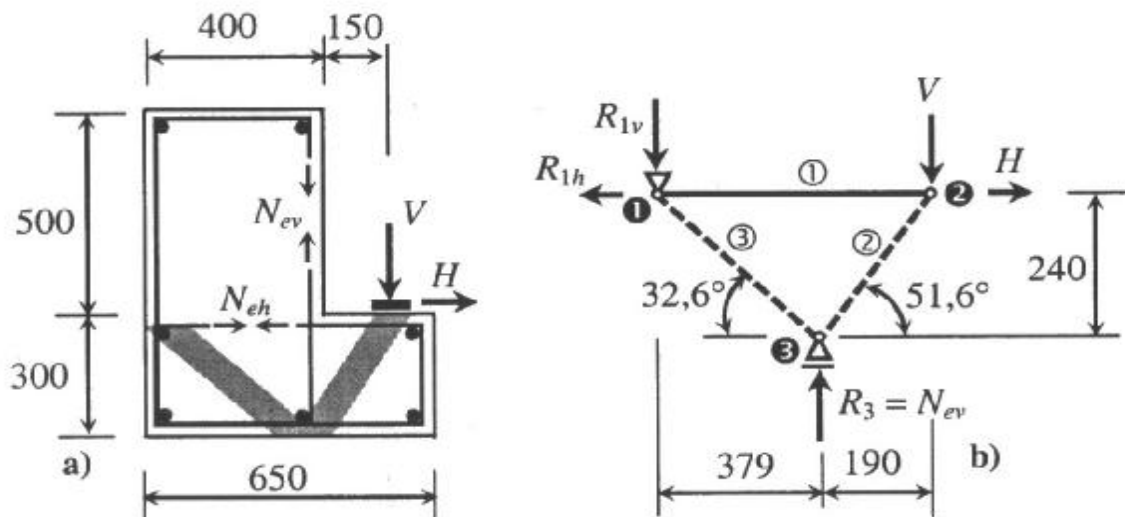


Fig. 7.6. Modelul de bare pentru grinda GL

### Dimensionarea armăturilor

Armăturile orizontale din talpa grinzii se realizează sub formă de etrieri care se repartizează în lungul grinzii pe lungimea  $2h$  reprezentând zona de extindere a perturbării stării de eforturi indusă de grinda secundară (fig. 7.4b).

Armătura orizontală necesară, corespunzătoare barei ① a modelului, este:

$$A_{eh} = N_1 / R_a = 79,4 \cdot 10^3 / 300 = 265 \text{ mm}^2; \quad A_{eh} / 2h = 265 / 600 = 0,445 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Se alege  $\phi 8/100$  mm ceea ce înseamnă  $0,503 \text{ mm}^2/\text{mm}$ .

Armătura verticală necesară pentru asigurarea suspendării este:

$$A_{ev} = N_{ev}/R_a = 120,0 \cdot 10^3 / 300 = 400 \text{ mm}^2; A_{ev}/2h = 400/600 = 0,667 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Valoarea obținută mai sus se cumulează cu valoarea  $(A_e/a_e)_Q = 0,04$  rezultată din calculul la forța tăietoare, astfel încât:

$$(A_e/a_e)_{nec} = A_{eh}/2h + (A_e/a_e)_Q = 0,667 + 0,04 = 0,706 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Se alege  $\phi 10/100 \text{ mm}$  ( $0,785 \text{ mm}^2/\text{mm}$ ).

Verificarea compresiunilor se face ca la punctul 7.1.2.1.

Schema de armare, prezentată în figura 7.7, arată modul de confecționare al etrierilor pentru cele două grinzi. Etrierii se pot realiza din două bucăți (fig. 7.7b) în cazul în care pentru cele două piese sunt prevăzute bare de diametru diferit sau dintr-o singură bucată (fig. 7.7c), varianta preferată în cazul confecționării etrierilor cu mașini automate de fasonare a barelor.

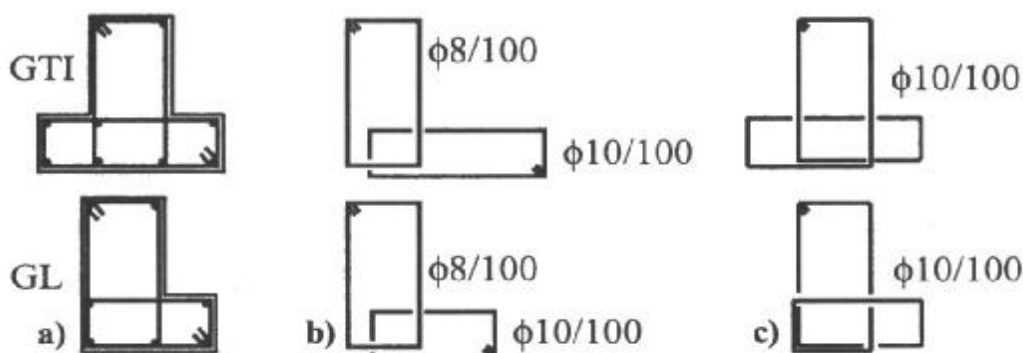


Fig. 7.7. Schema de confecționarea etrierilor

## 7.2. Metoda traseului de scurgere a încărcărilor exterioare

Prezența unei forțe concentrate pe capătul unui element (de exemplu, forța exercitată de ancorajul fasciculelor elementelor precomprimate) generează o stare de tensiune care poate produce fisuri ca cele din figura 7.8a motiv pentru care este necesară armarea locală a capătului grinzii.

Capătul grinzii este un subdomeniu de tip D cu un traseu turbulent al eforturilor unitare care spre mijlocul grinzii se uniformizează ajungându-se la o distribuție liniară a eforturilor unitare. În acest caz se poate utiliza metoda traseului de scurgere a eforturilor: sursa este forța  $P$ , terminalul fiind diagrama de eforturi unitare normale din secțiunea transversală (fig. 7.9a).

Forța concentrată  $P = 625 \text{ kN}$ , aplicată pe capătul grinzii din figura 7.8, este plasată la distanța  $a_p = 0,17 \text{ m}$  de marginea inferioară a elementului; dimensiunile secțiunii sunt  $50 \times 160 \text{ cm}$ ; materialele utilizate sunt beton C25/30 și armături din oțel PC52.

Perturbarea produsă de forța concentrată se extinde pe o lungime  $a = h = 1,60 \text{ m}$  de la capătul elementului (fig. 7.9a). Caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale dreptunghiulare la distanța  $a$  de la capătul elementului sunt:

$$A_b = bh = 500 \cdot 1600 = 8 \cdot 10^5 \text{ mm}^2; W_b = bh^2/6 = 500 \cdot 1600^2/6 = 213,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^3.$$



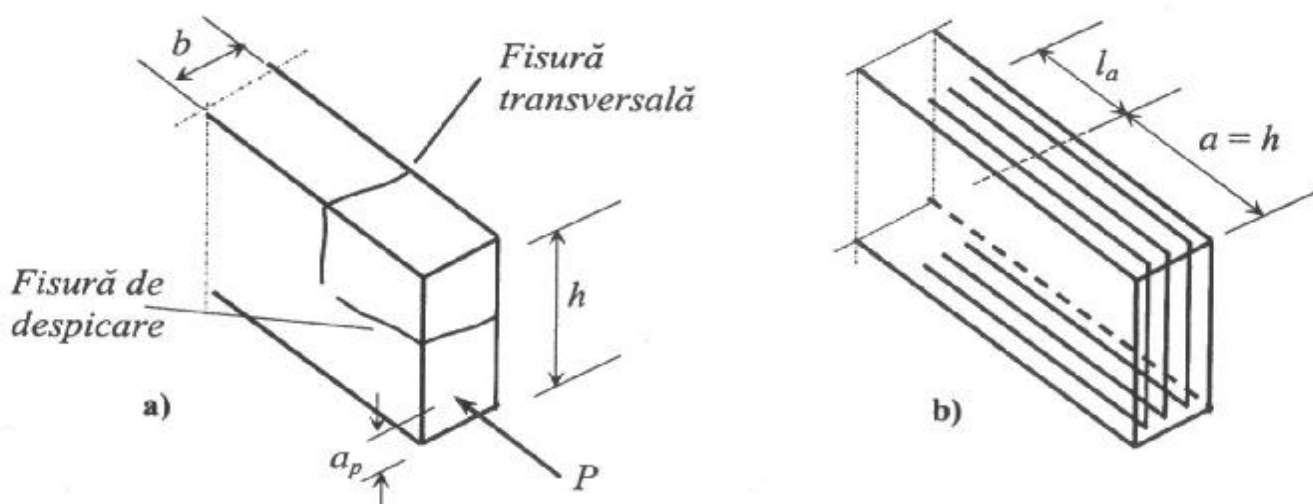


Fig. 7.8. Forță concentrată acționând excentric

Diagrama de eforturi unitare la limita zonei de perturbare este definită de următoarele valori (s-a neglijat efectul greutateii proprii):

$$\sigma_b = \frac{P}{A_b} \pm \frac{Pe}{W_b} = \frac{625 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^5} \pm \frac{625 \cdot 10^3 \cdot 630}{213,33 \cdot 10^6} = \begin{cases} 0,78 + 1,85 = +2,63 \text{ N/mm}^2 \\ 0,78 - 1,85 = -1,07 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

Rezultantele eforturilor unitare de compresiune, respectiv de întindere sunt:

$$N_b = b x \sigma_{compr} / 2 = 500 \cdot 1140 \cdot 2,63 / 2 = 749,55 \cdot 10^3 \text{ N} = 749,55 \text{ kN}$$

$$N_t = b (h - x) \sigma_{int} / 2 = 500 \cdot (1600 - 1140) \cdot 1,07 / 2 = 123,05 \cdot 10^3 \text{ N} = 123,05 \text{ kN}$$

Stabilirea modelului de bare se bazează pe două variante de scurgere a încărcărilor prin element, fiecare variantă asigurând echilibrarea forței concentrate  $P$  cu cele două rezultante interioare  $N_b$ , respectiv  $N_t$ . Alegerea între cele două variante se face pe baza criteriului de minim indicat de relația (5.1).

#### □ Modelul 1

Modul de scurgere al încărcărilor este reprezentat în figura 7.9b. Forța  $P$  este echilibrată, pe traseul  $\alpha$ , de o parte din rezultanta compresiunilor, restul de compresiune  $N_b - P$  echilibrându-se cu forța  $N_t$  pe traseul  $\beta$ . Pentru satisfacerea echilibrului este necesară existența unei forțe de întindere orizontale  $T$ , care să acționeze la capetele superioare ale traseelor  $\alpha$  și  $\beta$ . Modelul de bare este prezentat în figura 7.9c.

#### □ Modelul 2

Modul de scurgere al încărcărilor este reprezentat în figura 7.9e. În principiu se procedează ca în cazul variantei 1, dar forța  $N_b$  se împarte în două valori  $N_{b1}$  și  $N_{b2}$ . Forța  $N_{b1}$  acționează în centrul de greutate al trapezului, celelalte două forțe acționând în centrele de greutate ale triunghiurilor respective. În acest fel, cele două trasee  $\alpha$  și  $\beta$  sunt complet separate. Modelul de bare este prezentat în figura 7.9f.

Tabelul 7.1. Forțele axiale în barele modelelor (kN)

Bara	1	2	3	4	5	6	7
Modelul 1	-175,00	-122,66	649,00	747,66	213,70	-	-
Modelul 2	<b>-108,33</b>	<b>-131,04</b>	634,31	625,00	170,02	131,04	108,33

În urma calculului static, efectuat pe calculator prin utilizarea modelului de program **pTruss**, s-au obținut forțele axiale în barele celor două sisteme (tab. 7.1), precum și valorile pentru criteriul de minim în vederea alegerii soluției optime:

- pentru modelul 1:  $\sum N_i l_i \varepsilon_i = 42737$ ,
- pentru modelul 2:  $\sum N_i l_i \varepsilon_i = 33738$ .

Având în vedere cele două valori de mai sus, s-a ales modelul 2 de bare.

Ariile de armătură necesare sunt:

bara ①:  $A_{a1} = N_1/R_a = 108,33 \cdot 10^3/300 = 361 \text{ mm}^2$

bara ②:  $A_{a2} = N_2/R_a = 131,04 \cdot 10^3/300 = 438 \text{ mm}^2$

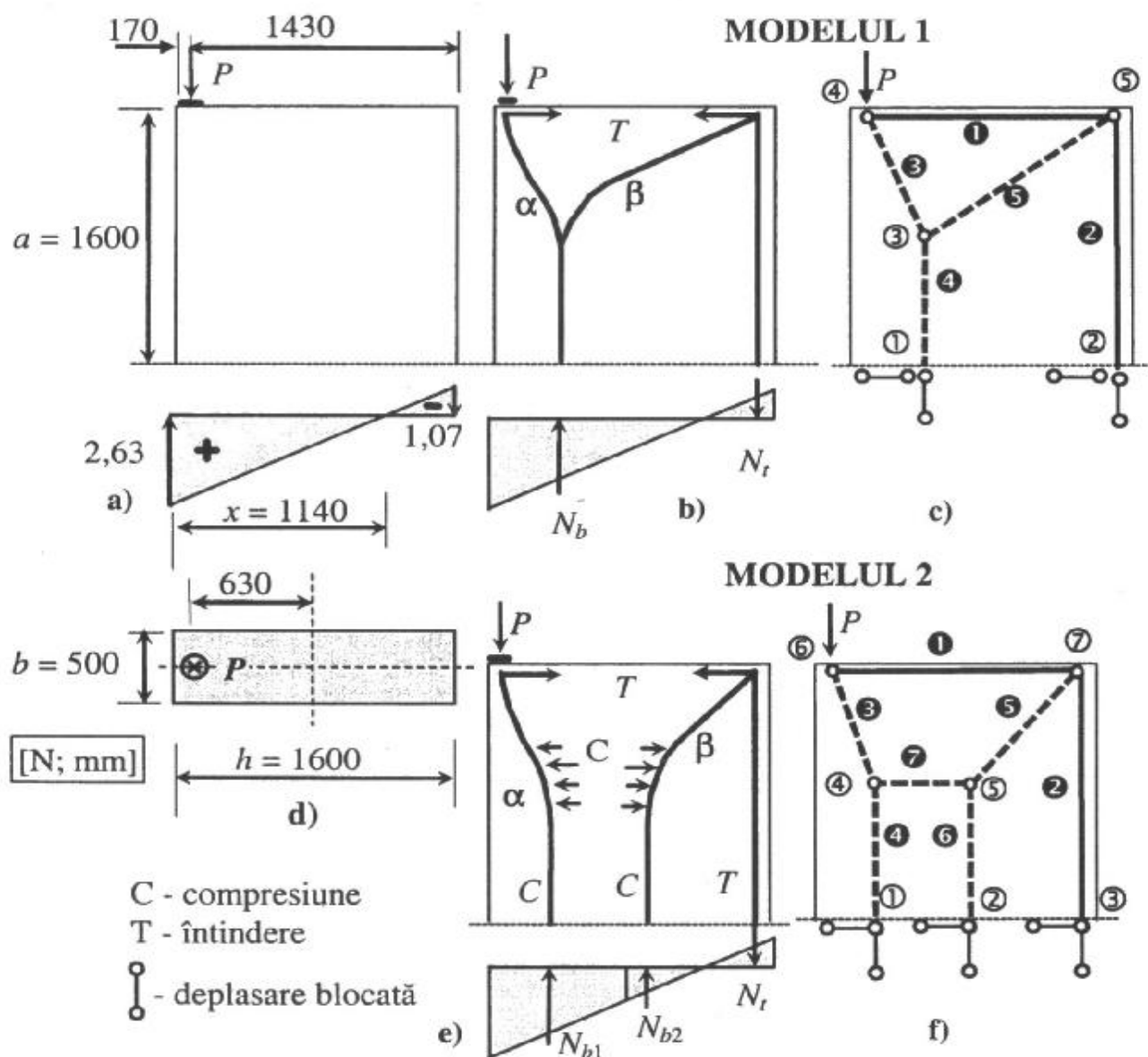


Fig. 7.9. Stabilirea modelului de bare pe baza scurgerii încărcării prin element

Capătul grinzii se armează suplimentar cu  $3\phi 14$  ( $462 \text{ mm}^2$ ); barele sunt fasonate și dispuse ca în figura 7.8b. Deoarece ramura superioară a acestor armături, care modelează bara ② a modelului, se află la partea superioară a elementului (condiții defavorabile pentru aderență) lungimea de ancorare se ia  $40\phi$  (anexa 11). Barele se vor prelungi cu lungimea de ancorare (560 mm) dincolo de secțiunea transversală care delimitează subdomeniul D.

### 7.3. Metoda bazată pe imaginea distribuției eforturilor unitare principale

În exemplele din acest paragraf, direcțiile eforturilor unitare principale s-au obținut prin rularea modului de program **pStress** (pct. 5.2.2). Calculului static al modelului de bare s-a efectuat cu modulul de program **pTruss** (pct. 5.3.1).

#### 7.3.1. Grindă perete cu gol

Dimensiunile și încărcările grinzii perete cu gol amplasat nesimetric sunt date în figura 7.10; s-a prevăzut utilizarea unui beton de clasă C20/25 și armături din oțel OB37.

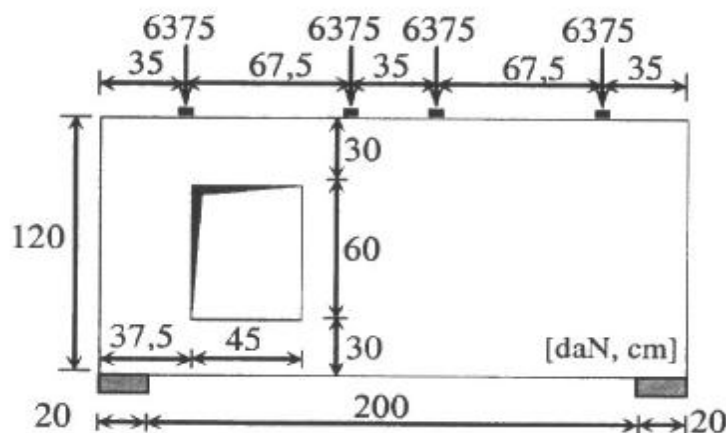
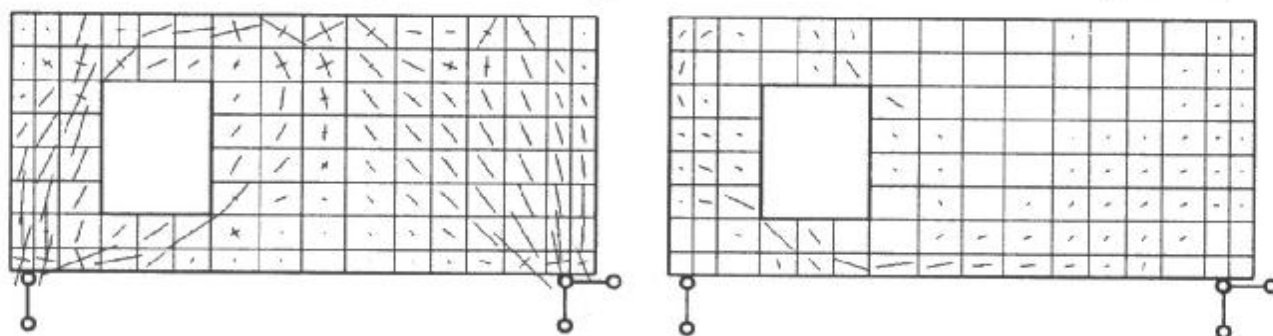


Fig. 7.10. Grinda perete cu gol

Direcțiile eforturilor unitare principale de întindere, respectiv de compresiune sunt prezentate în figura 7.11a, b, pe baza lor alegându-se modelul de bare din figura 7.12.



a) compresiuni

b) întinderi

Fig. 7.11. Distribuția eforturilor unitare principale

Calculul static al modelului de bare s-a făcut utilizând următoarele caracteristici:

- aria secțiunii transversale a barelor întinse:  $500 \text{ mm}^2$ ;
- dimensiunile secțiunii transversale a barele comprimate:  $100 \times 250 \text{ mm}$ .

În urma calcului static efectuat au rezultat forțele axiale din tabelul 7.2.

#### Dimensionarea armăturilor

Ariile necesare ale armăturilor principale, de la partea inferioară a elementului, sunt:

bara 9:  $A_a = N_9/R_a = 53,1 \cdot 10^3/210 = 252,8 \text{ mm}^2$ ; se aleg  $2\phi 14$  ( $308 \text{ mm}^2$ )

bara 7:  $A_a = N_7/R_a = 11,3 \cdot 10^3/210 = 53,8 \text{ mm}^2$ ; se aleg  $2\phi 14$  ( $308 \text{ mm}^2$ )

Tabelul 7.2. Forțele axiale în barele modelului (kN)

Bara	1	2	3	4	5	6	7
Forța axială	-127,5	-118,1	-130,1	-139,6	-81,0	-112,6	11,3
Bara	8	9	10	11	12	13	
Forța axială	0	53,1	-64,5	92,0	64,4	-86,6	

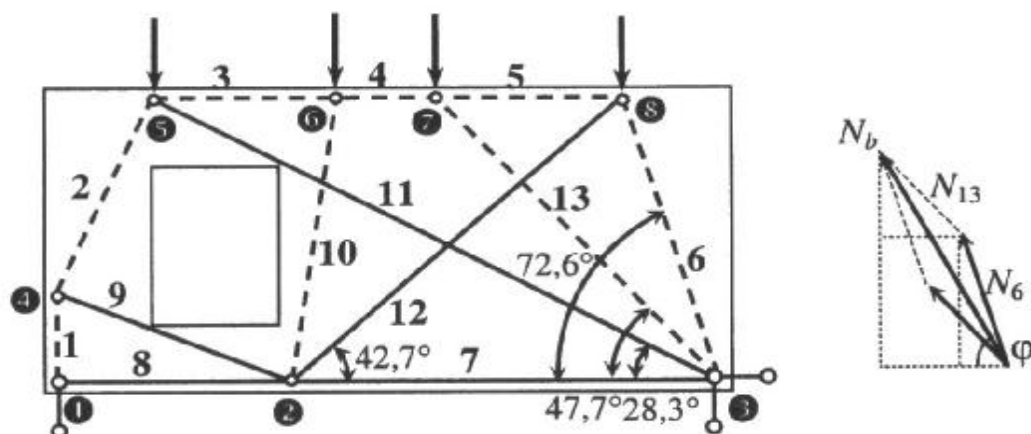


Fig. 7.12. Modelul de bare

Forțele axiale din barele 11 și 12 permit calculul barelor cu care se realizează plasele folosite la armarea acestor tipuri de elemente.

Armăturile orizontale ale plasei se calculează la componenta orizontală a forțelor din barele 12 și 11 ale modelului:

$$N_h = N_{12} \cos 42,7 + N_{11} \cos 28,3 = 64,4 \cos 42,7 + 92 \cos 28,3 = 128,3 \text{ kN}$$

Unghiurile pe care le fac cele două bare cu orizontala se pot obține din desenul AutoCAD sau pe baza coordonatelor nodurilor de la capetele barelor.

Armătura orizontală pentru preluarea acestei forțe de întindere se repartizează pe înălțimea elementului (exprimată în metri) pe cele două fețe:

$$A_{ah} = N_h / R_a h = 128,3 \cdot 10^3 / 210 \cdot 1,2 = 509 \text{ mm}^2/\text{m}, \text{ adică } 254 \text{ mm}^2/\text{m} \text{ pentru o față.}$$

Se alege  $\phi 8/200 \text{ mm}$  ( $251 \text{ mm}^2/\text{m}$ ) pe fiecare parte a elementului.

Armăturile verticale ale plasei (etrieri cu două brațe) se calculează la componenta verticală a forțelor din barele 12 și 11 ale modelului:

$$N_{ae} = N_{12} \sin 42,7 + N_{11} \sin 28,3 = 64,4 \sin 42,7 + 92 \sin 28,3 = 87,3 \text{ kN}$$

Armătura totală pentru preluarea acestei forțe de întindere, etrieri cu 2 brațe, se repartizează pe distanța dintre gol și reazemul din dreapta a elementului (exprimată în metri), rezultând:

$$A_{ae} = N_{ae} / R_a \cdot 1,575 = 87,3 \cdot 10^3 / 210 \cdot 1,575 = 264 \text{ mm}^2/\text{m}.$$

Se aleg etrieri  $\phi 8/190 \text{ mm}$  ( $265 \text{ mm}^2/\text{m}$ ).

Armătura de deasupra golului se evaluează considerând  $A_{ah} = 524 \text{ mm}^2/\text{m}$  și înălțimea buiandrugului de 0,30 m:

$$A_a = A_{ah} \cdot 0,3 = 509 \cdot 0,3 = 153 \text{ mm}^2; \text{ se aleg } 2\phi 10 \text{ (} 157 \text{ mm}^2 \text{).}$$

### Verificarea compresiunilor

Pentru verificarea compresiunilor în zona nodului ③, care este similar cu cel din figura 5.16b, se determină rezultanta compresiunilor din barele 13 și 6:

$$N_b = \sqrt{N_{13}^2 + N_6^2} = \sqrt{86,6^2 + 112,6^2} = 142,1 \text{ kN}$$

Unghiul cu orizontala al acestei rezultante, în funcție de înclinarea barelor concurente în nodul 3, este:

$$\varphi = \arctg \frac{N_{13} \sin 47,7 + N_6 \sin 72,6}{N_{13} \cos 47,7 + N_6 \cos 72,6} = \arctg \frac{86,6 \sin 47,7 + 112,6 \sin 72,6}{86,6 \cos 47,7 + 112,6 \cos 72,6} = 61,7^\circ$$

Considerând că stratul de acoperire cu beton este de 35 mm, dimensiunile nodului sunt:

- înălțimea (fig. 5.16b):  $h_n = \phi + 2c = 14 + 2 \cdot 35 = 84 \text{ mm}$
- lățimea (fig. 5.17):  $b_n = b_r \sin \theta + h_n \cos \theta = 200 \sin 61,7 + 84 \cos 61,7 = 216 \text{ mm}$

Efortul unitar este:

$$\sigma_{bn} = N_b / b \cdot b_n = 141,1 \cdot 10^3 / 100 \cdot 216 = 6,5 \text{ N/mm}^2$$

Deoarece în nod se ancorează bare întinse, verificarea nodului se face cu relația (5.5):

$$\sigma_{bn} = 6,7 < R_{c \text{ nod}} = 0,8 R_c = 0,8 \cdot 15,0 = 12,0 \text{ N/mm}^2$$

Schema de armare este prezentată în figura 7.13.

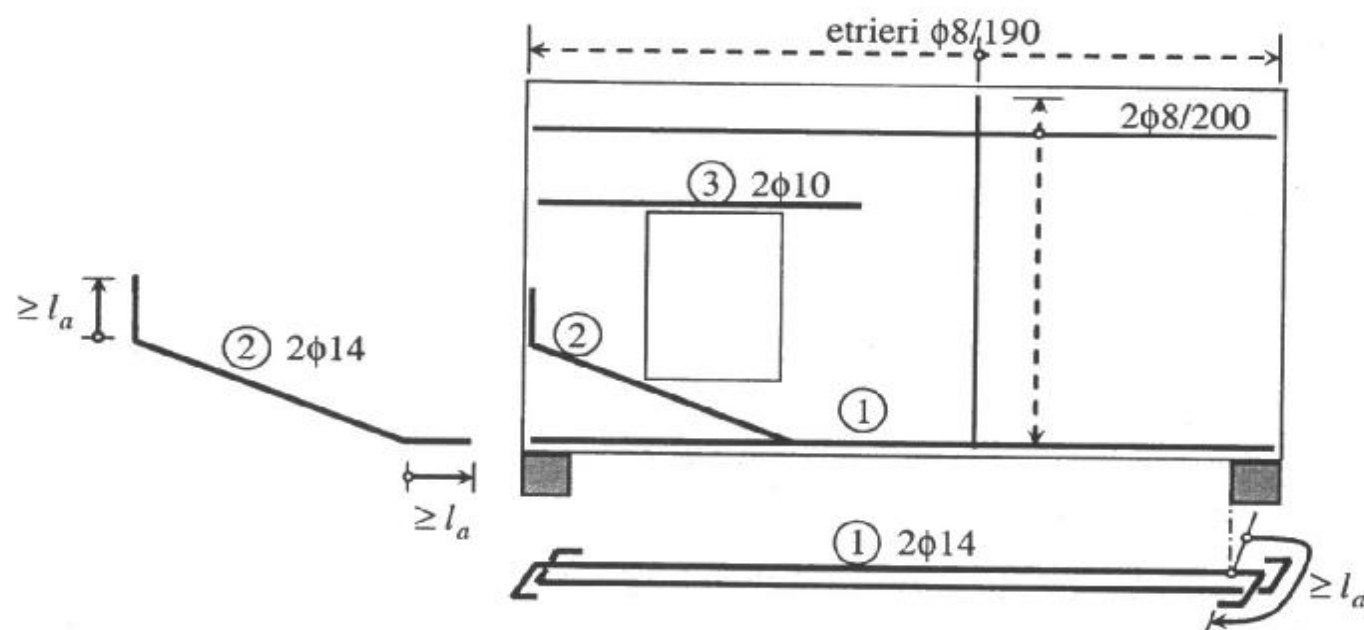


Fig. 7.13. Schema de armare a grinzii perete

Pentru beton de clasă C20/25, armături din oțel OB37 și condiții defavorabile pentru aderență (înălțime mare și lățime  $\leq 300 \text{ mm}$ ), lungimea de ancorare este  $l_a = 45\phi$  (anexa 11). Barele de marcă ① nu se pot ancora decât prin bucle orizontale respectându-se lungimea de ancorare măsurată de la fața interioară a reazemului. Barele de marcă ② se pot ancora prin prelungirea lor, de la punctele de îndoire, cu cel puțin  $l_a$ . Barele de marcă ③ se ancorează cu bucle orizontale, lungimea de ancorare măsurându-se de la marginea golului.

### 7.3.2. Rezemare prin suspendare

Rezemarea elementului din figura 7.14 este una de tip consolă scurtă dar se face prin suspendare (*dapped end, half joint*) și nu prin compresiune așa cum este cazul consolei din figura 7.1.

Grinda reprezentată în figura 7.14, cu o lățime de 65 cm, este realizată dintr-un beton de clasă C40/50 ( $R_c = 26,5$ ;  $R_t = 1,65 \text{ N/mm}^2$ ), pentru armare folosindu-se bare din oțel de înaltă aderență cu  $R_a = 370 \text{ N/mm}^2$ . Încărcările aplicate pe grindă conduc la o reacțiune de 500 kN.

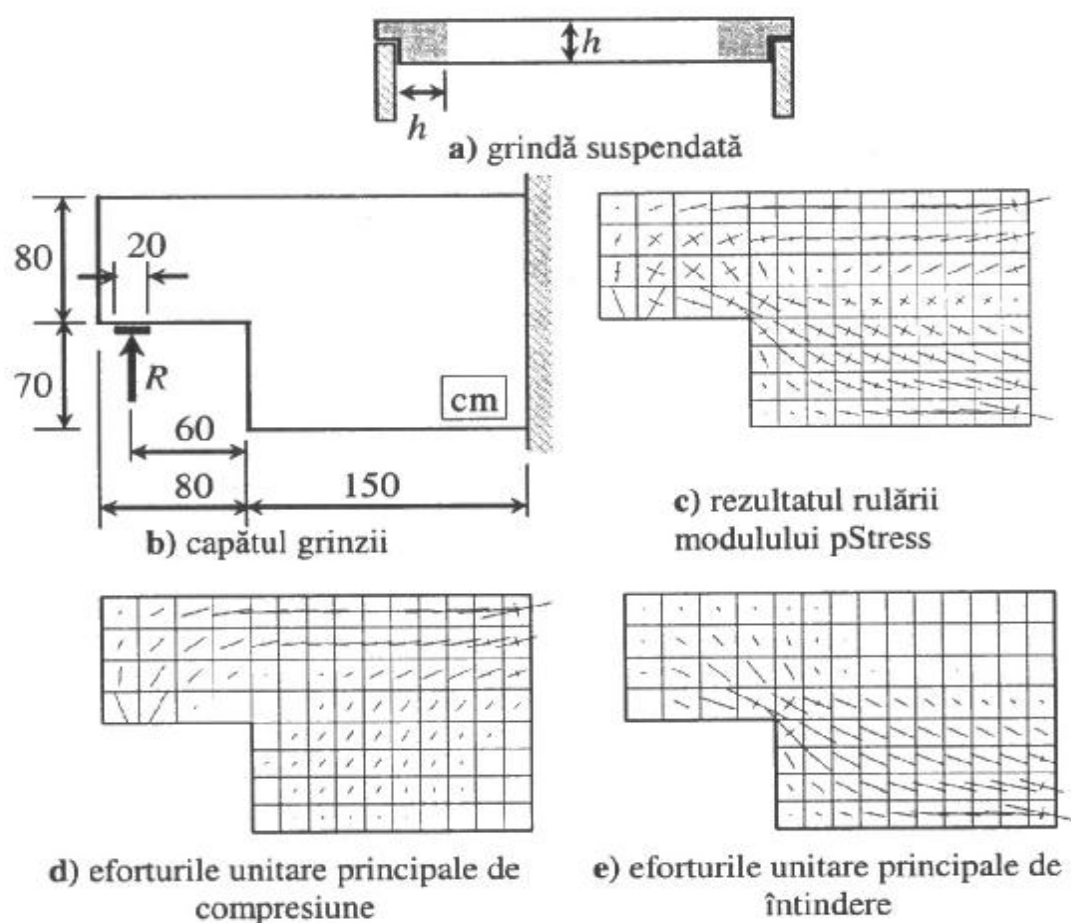


Fig. 7.14. Capăt de grindă suspendată

Direcțiile eforturilor unitare sunt prezentate în figura 7.14 constatându-se că fluxul compresiunilor de la partea superioară a grinzii se împarte în două direcții. Un flux se transmite direct la reazem, celălalt este dirijat spre colțul inferior din stânga al grinzii. Cel de al doilea flux de compresiuni poate ajunge la reazem printr-o armătură înclinată (fig. 7.15a) sau printr-o armătură de suspendare (fig. 7.15b).

Calculul acestor zone de reazeme se efectuează după dimensionarea armăturilor din câmpul grinzii, urmărindu-se ca pozițiile barelor 2 și 3 ale modelului 1, respectiv pozițiile barelor 8 și 7 ale modelului 2, să fie corelate cu poziția armăturilor principale, respectiv cu cea a rezultantei din zona comprimată de beton.

Având în vedere cele de mai sus s-au ales cele două modele de bare din figura 7.15. Barele 1 și 2 ale modelului 1 sunt dirijate după cele mai mari eforturi unitare de întindere. Barele 2 și 4 ale modelului 2 preiau împreună întinderile din zona retragerii: bara 4

reprezintă armătura întinsă a consolei scurte, bara 2 lucrând ca armătură de suspendare. Bara 8 preia întinderile de la partea inferioară a capătului grindii.

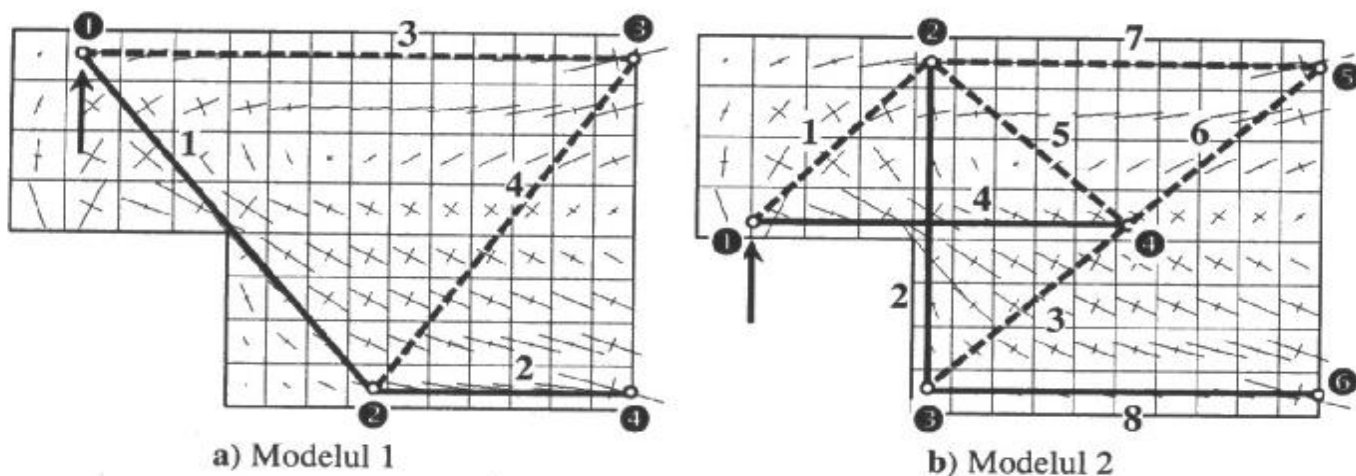


Fig. 7.15. Modele de bare pentru capătul de grindă

Pentru calculul static al modelului de bare s-au estimat următoarele caracteristici:

- aria secțiunii transversale a barelor întinse: 25 cm<sup>2</sup>;
- aria secțiunii transversale a barelor comprimate: 700 cm<sup>2</sup>.

Valoarea forțele axiale în barele celor două modele sunt prezentate în tabelul 7.3.

Tabelul 7.3. Forțele axiale în barele modelelor (kN)

Bara	1	2	3	4	5	6	7	8
Modelul 1	664,0	813,6	- 436,9	- 626,0				
Modelul 2	- 682,3	724,1	- 1042,5	464,3	- 322,7	- 719,8	- 232,1	750,0

□ Modelul 1

Armăturile necesare pentru cele două bare întinse sunt:

bara 1:  $A_{a1} = N_1/R_a = 664,0 \cdot 10^3/370 = 1795 \text{ mm}^2$ ;

bara 2:  $A_{a2} = N_2/R_a = 813,6 \cdot 10^3/370 = 2199 \text{ mm}^2$ .

Deși cele două arii de armătură diferă cu 22 %, s-a adoptat schema de fasonare a armăturii din figura 7.17, folosindu-se 6φ22 (2280 mm<sup>2</sup>).

Reacțiunea R se transmite prin beton, de la placa metalică de reazem (fig. 7.14b), la nodul ① al modelului, generând o forță transversală de întindere care se poate evalua cu relația:

$$Z = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}\right)R = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}\right) \cdot 500 \cong 150 \text{ kN}$$

Aria de armătură necesară este:

$$A_a = Z/R_a = 150 \cdot 10^3/370 = 405 \text{ mm}^2$$

care se dispune constructiv sub forma unor agrafe orizontale.

Verificarea compresiunilor în nodul ② se face pe baza modelului din figura 7.16, conform căruia forța de compresiune din diagonala comprimată se transmite asupra celor 6φ22 pe lungimea l a arcului de cerc care realizează racordarea porțiunilor liniare ale armăturii.

Din geometria modelului se obține  $\alpha = 48,85^\circ$ , respectiv 0,844 radiani. Adoptând o rază de 300 mm, lungimea arcului de cerc este  $l = 0,844r = 0,844 \cdot 300 = 253 \text{ mm}$ .

Pe baza valorilor de mai sus se obține:

$$\sigma_{bn} = \frac{N_4}{l \cdot \Sigma \phi} = \frac{626 \cdot 10^3}{253 \cdot (6 \cdot 22)} = 18,7 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea compresiunilor se face cu relația (5.3); deoarece pot apare fisuri paralele cu compresiunile  $R_{cc} = 0,8R_c$ :

$$\sigma_{bn} = 18,7 < 0,8R_c = 21,2 \text{ N/mm}^2$$

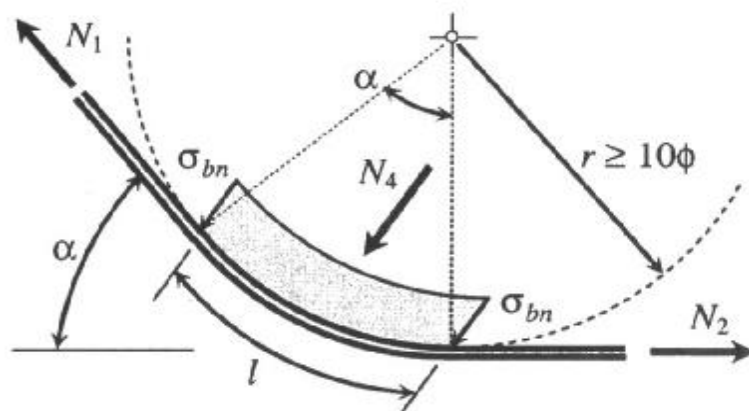


Fig. 7.16. Nod cu devierea armăturii

Rezemarea grinzii se face printr-o placă metalică ale cărei dimensiuni sunt 200x500 mm, asigurându-se o forță capabilă la compresiune de  $200 \times 500 \times 26,5 = 1650 \text{ kN}$ ; nu s-a ținut cont de efectul favorabil al compresiunii locale.

Schema de armare este prezentată în figura 7.17, fiind necesare următoarele precizări:

- o evaluare detaliată a lungimii de ancorare se face cu relația [15]:

$$l_a = \lambda_0 d = 27,7 \cdot 22 \cong 610 \text{ mm, în care}$$

$$\lambda_0 = n_{anc} R_a / R_c + \lambda_{a0} = 0,07 \cdot 370 / 1,65 + 12 = 27,7$$

- barele cu marca ① se prelungesc cu lungimea de ancorare dincolo de secțiunea transversală corespunzătoare reazemului teoretic;

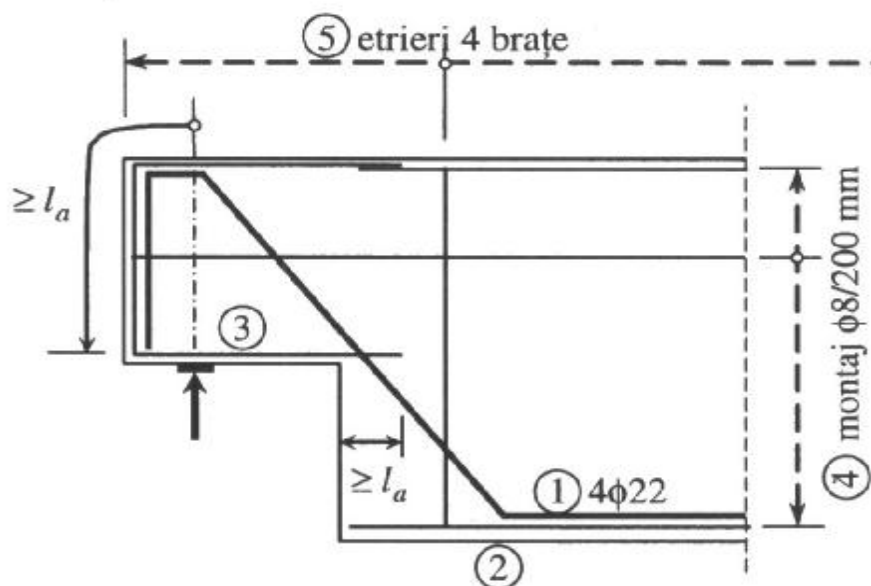


Fig. 7.17. Schema de armarea pentru modelul 1



- barele cu marca ② au fost dispuse pentru preluarea momentului încovoietor din câmp și care au fost prelungite până la capătul grinzii (dimensionarea acestor bare nu a constituit subiectul acestui exemplu);
- barele cu marca ③ (4 buc.) sunt realizate sub formă de agrafe verticale pentru a realiza o *închidere* a zonei de suspendare a capătului grinzii; se estimează prin calculul la încovoiere al consolei;
- în afara zonei de perturbare, etrierii se calculează conform teoriei curențe a betonului armat (calculul acestor etrieri nu a constituit subiectul prezentului exemplu); etrierii din zona curență se pot extinde și în zona de perturbare.

#### □ Modelul 2

Armăturile necesare pentru barele întinse ale modelului sunt:

- bara 2:  $A_{a2} = N_2/R_a = 724,1 \cdot 10^3/370 = 1957 \text{ mm}^2$ ; se aleg 5 etrieri  $\phi 12$  cu 4 brațe ( $2260 \text{ mm}^2$ ; + 13,9%);
- bara 4:  $A_{a4} = N_4/R_a = 464,3 \cdot 10^3/370 = 1255 \text{ mm}^2$ ; se aleg  $4\phi 20$  ( $1256 \text{ mm}^2$ );
- bara 8:  $A_{a8} = N_8/R_a = 750,0 \cdot 10^3/370 = 2027 \text{ mm}^2$ ; se aleg  $4\phi 25$  ( $1946 \text{ mm}^2$ ; - 3%).

Armarea consolei implică și prevederea unor etrieri, verticali și orizontali, pentru dimensionarea cărora se are în vedere existența unor întinderi transversale  $Z$  în raport cu diagonala comprimată 1 modelului (fig. 7.15b). Din geometria modelului de bare, stabilită în timpul rulării modulului de program **pTruss**, se obține înclinarea barei 1 în raport cu orizontala de  $47^\circ$ , pentru forța transversală  $Z$  rezultând un unghi de  $43^\circ$  în raport cu aceeași direcție.

Forța transversală de întindere  $Z$  se poate aproxima cu relația:

$$Z = \left( \frac{1}{3} \dots \frac{1}{4} \right) N_1 = \left( \frac{1}{3} \dots \frac{1}{4} \right) \cdot 682,3 \cong 200 \text{ kN}$$

Aria de armătură necesară pentru preluarea forței este  $200000/370 = 540 \text{ mm}^2$ . Pentru a obține necesarul de armătură pentru cele două direcții această arie se proiectează pe verticală, respectiv pe orizontală:

- etrierii:  $\Sigma A_{ae} = 540 \cdot \cos 43 = 395 \text{ mm}^2$ ; pe lungimea consolei scurte (800 mm) se dispun 5 etrieri  $\phi 8$ , cu patru brațe ( $5 \times 201 \text{ mm}^2$ );
- armăturile orizontale:  $\Sigma A_{ah} = 540 \cdot \sin 43 = 368 \text{ mm}^2$ ; se dispun 3 agrafe orizontale  $\phi 10$  ( $471 \text{ mm}^2$ ).

Ancorarea armăturilor corespunzătoare barei 8 a modelului bare se realizează prin intermediul unor cupoane transversale sudate având diametrul de 22 mm.

Forța care se poate transmite prin bara transversală, corespunzătoare unui nod de sudură, se poate evalua, conform standardului de calcul [14], cu relația:

$$F_t = 15d_t l_t R_t$$

în care  $d_t = 22 \text{ mm}$  este diametrul barei transversale, iar  $l_t = 200 \text{ mm}$  – distanța dintre barele longitudinale care se ancorează; rezultă:

$$F_t = 15 \cdot 22 \cdot 200 \cdot 1,65 = 108900 \text{ N} = 108,9 \text{ kN}$$

Capacitatea portantă a unei bare  $\phi 25$  este  $A_a^{\phi 25} R_a = 491 \cdot 370 \rightarrow 182 \text{ kN}$ , numărul de bare transversale necesare pentru ancorarea acesteia fiind:

$$A_a^{\phi 25} R_a / F_t = 182 / 108,9 = 1,67$$

Se dispun două bare transversale la distanța de 300 mm (fig. 7.18b, c).

Lățimea nodului ③ este  $300 \cdot \sin 43,8 = 208 \text{ mm}$ , unghiul de înclinare a diagonalei comprimate fiind obținut din geometria modelului stabilită în timpul rulării modulului de program **pTruss**.

Efortul unitar de compresiune în nodul ③ este:

$$\sigma_{bn} = N_3 / bb_n = 1042,5 \cdot 10^3 / 600 \cdot 208 = 8,4 \text{ N/mm}^2$$

Verificarea compresiunilor se face cu relația (5.5); deoarece în nod sunt ancorate și bare întinse  $R_{c \text{ nod}} = 0,8R_c$ :

$$\sigma_{bn} = 8,4 < 0,8R_c = 21,2 \text{ N/mm}^2$$

*Schema de armare* este prezentată în figura 7.18, fiind necesare următoarele precizări:

- barele de marcă 3 se ancorează dincolo de nodul ④ al modelului de bare, precum și dincolo de secțiunea transversală corespunzătoare reazemului teoretic; conform standardului de calcul [14], o evaluare detaliată a lungimii de ancorare se face cu relația:

$$l_a = \lambda_0 d = 27,7 \cdot 20 \cong 555 \text{ mm, în care}$$

$$\lambda_0 = n_{anc} R_a / R_c + \lambda_{a0} = 0,07 \cdot 370 / 1,65 + 12 = 27,7$$

- barele de marcă 5 (agrafe orizontale) se prelungesc, din secțiunea de retragere a reazemului, spre dreapta cu lungimea de ancorare;
- etrierii de marcă 6 se execută închiși cu 4 brațe;
- pe înălțimea grinzii se dispun și bare longitudinale de montaj  $\phi 8 / 200 \text{ mm}$  (similare cu marca 4 din figura 7.17);
- în afara zonei de perturbare, etrierii se calculează conform teoriei curențe a betonului armat (calculul acestor etrieri nu a constituit subiectul prezentului exemplu); etrierii din zona curență se pot extinde și în zona de perturbare până la etrierii de suspendare.

#### *Comparația modelelor considerate*

În urma calculului static, efectuat cu modulul de program **pTruss**, s-au obținut și valorile pentru criteriul de minim în vederea alegerii soluției optime, după cum urmează:

- pentru modelul 1:  $\sum N_i l_i \epsilon_i = 27.432$
- pentru modelul 2:  $\sum N_i l_i \epsilon_i = 113.925$ .

Comparând valorile de mai sus se poate aprecia că modelul 1 este modelul optim. Cu toate acestea modelul 2 prezintă următoarele avantaje:

- modul de dispunere al tuturor armăturilor *acoperă* mai bine zona de discontinuitate;
- armăturile principale se execută sub formă de bare drepte (fig. 7.18) fără a fi necesară îndoirea barelor (fig. 7.17).

În cazul rezemării prin suspendare, armarea optimă s-ar putea obține combinând cele două modele, conform procedurii prezentate în figura 5.14.

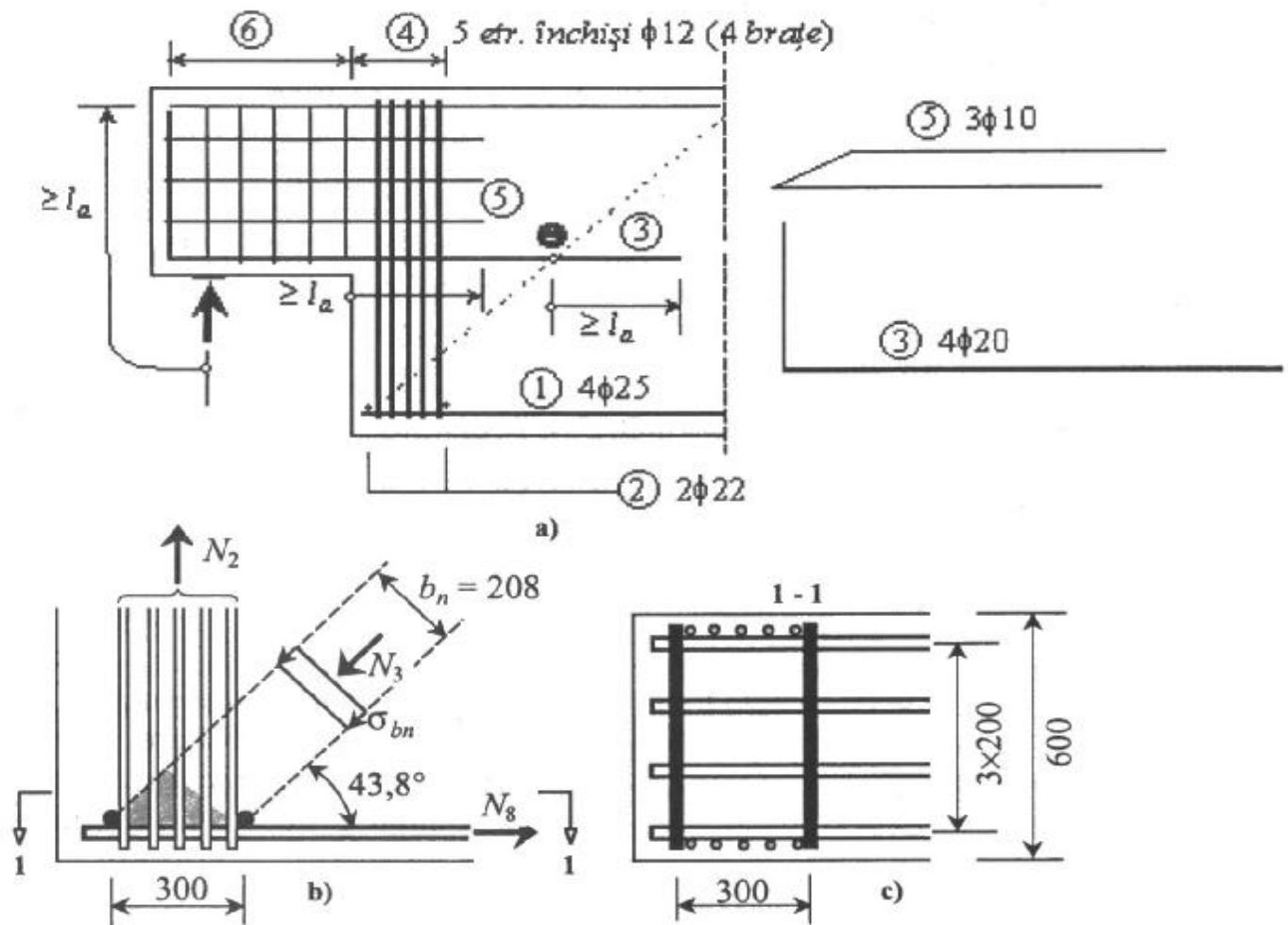


Fig. 7.18. Schița de armarea pentru modelul 2

## 7.4. Comparație între teoria betonului armat și procedeul modelului de bare

Grinda din figura 7.19 se dimensionează la acțiunea momentului încovoietor și a forței tăietoare pe baza teoriei betonului armat precum și prin procedeul modelului de bare.

Secțiunea transversală are dimensiunile de 250×550 mm. Pentru realizarea elementului se prevede beton de clasă C16/20 și oțel PC52.

### 7.4.1. Calculul curent conform teoriei betonului armat

#### Dimensionarea la moment încovoietor

Aria de armătură întinsă se calculează cu relațiile prezentate la punctul 3.2.3.1.

Se presupune  $a = 35$  mm, rezultând  $h_0 = 515$  mm.

$$m = \frac{M}{bh_0^2 R_c} = \frac{171 \cdot 10^6}{250 \cdot 515^2 \cdot 12,5} = 0,2063$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,2063} = 0,234$$

$$p = 100 \xi \frac{R_c}{R_a} = 100 \cdot 0,234 \frac{12,5}{300} = 0,973 \%$$

$$A_a = \frac{P}{100} b h_0 = \frac{0,973}{100} 250 \cdot 515 = 1253 \text{ mm}^2; \text{ se aleg } 4\phi 20 (1256 \text{ mm}^2).$$

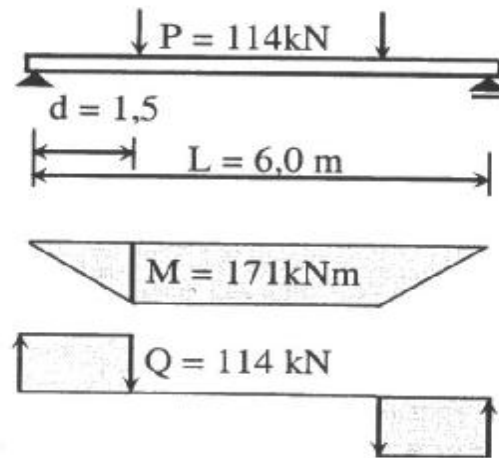


Fig. 7.19. Grindă simplu rezemată

Calculul la forță tăietoare

$$0,5 < \bar{Q} = \frac{Q}{b h_0 R_t} = \frac{114 \cdot 10^3}{250 \cdot 515 \cdot 0,95} = 0,9 < c = 4$$

Pentru preluarea forței tăietoare, se optează pentru armarea transversală numai cu etrieri simpli, cu două brațe ( $n_e = 2$ ), executați din OB37.

Se urmărește dimensionarea directă a etrierilor, conform punctului 3.3.1, pornind de la condiția  $Q = Q_{eb}$ , pusă sub forma  $Q = 2\sqrt{b h_0^2 m_t R_t q_e \sqrt{p}}$ .

Deoarece nu se ridică armături pe reazem, pentru calculul valorii  $\sqrt{p}$  se iau în considerare toate barele întinse.

$$p = \frac{A_a}{b h_0} 100 = \frac{1256}{250 \cdot 515} 100 = 0,976 \%$$

$$114 \cdot 10^3 = 2\sqrt{250 \cdot 515^2 \cdot 1 \cdot 0,95 \cdot q_e \sqrt{0,976}}$$

$$q_e = 52,2 \text{ N/mm}$$

Din relația  $q_e = \frac{n_e A_e m_{at} R_a}{a_e}$  se determină raportul:

$$\frac{A_e}{a_e} = \frac{q_e}{n_e m_{at} R_a} = \frac{52,2}{2 \cdot 0,8 \cdot 210} = 0,11 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

Optând pentru  $a_e = 250 \text{ mm}$ , rezultă  $A_e = 39 \text{ mm}^2$ ; se aleg etrieri  $\phi 8 (50,3 \text{ mm}^2)$ .

În zona centrală etrierii se dispun constructiv:  $\phi 8$  la 300 mm.

## 7.4.2. Calculul prin procedeul modelului de bare

Pentru zona dintre reazem și punctul de aplicare a forței concentrate se poate alege una dintre variantele de model din figura 7.20. S-a optat pentru modelul simplificat, cu următoarele precizări:

- bara 3 modelează armătura întinsă, iar bara 8 betonul comprimat; distanța dintre cele două bare este brațul de pârghie  $z$ , care se estimează la  $(0,8 \dots 0,9)h_0$ ;  $z = 0,85h_0 = 0,85 \cdot 515 \cong 450$  mm;
- bara 1 modelează toți etrierii aflați între reazem și forța  $P$ ;
- bara 2 modelează armătura întinsă de la partea inferioară între reazem și forța  $P$ ;
- bara 4 modelează toate diagonalele comprimate ce pornesc de la reacțiune la partea superioară a tuturor etrierilor dintre reazem și forța  $P$ ;
- bara 5 modelează betonul comprimat dintre reacțiune și forța  $P$ ;
- bara 6 modelează toate diagonalele comprimate ce pornesc de la partea inferioară a tuturor etrierilor la forța  $P$ ;
- bara 7 modelează betonul comprimat de la partea superioară a etrierilor.

Sporirea numărului barelor ce modelează etrierii (bare de tipul 1) și cele două tipuri de diagonale comprimate de tipul 4 și 6, conduce la un model mai apropiat de imaginea stării de eforturi.

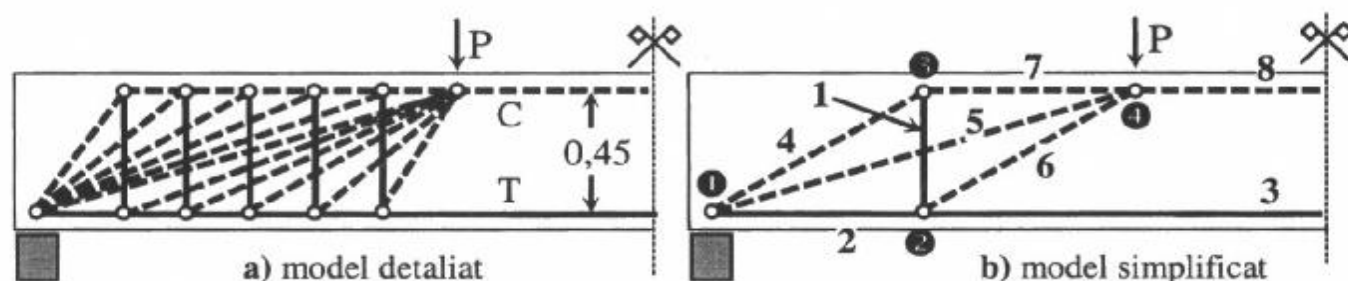


Fig. 7.20. Modele de bare pentru vecinătatea reazemului

În bara 3 a rezultat o forță axială de întindere  $N_3 = 380$  kN, ceea ce conduce la o arie a armăturii întinse de  $A_{a3} = N_3/R_a = 380 \cdot 10^3/300 = 1267$  mm<sup>2</sup>, alegându-se  $4\phi 20$  (12,56 cm<sup>2</sup>).

În bara 1 s-a obținut o forță axială de întindere  $N_1 = 87,3$  kN, ceea ce conduce la o arie totală a etrierilor de  $(n_e A_e)_{tot} = N_1/m_{at} R_a = 87,3 \cdot 10^3/0,8 \cdot 210 = 520$  mm<sup>2</sup>. Între reazem și forța concentrată se dispun 5 etrieri la distanță de 250 mm. Aria necesară a barei pentru un etrier cu două brațe, este  $A_e = 520/5n_e = 52$  mm<sup>2</sup>. Pentru armarea transversală se aleg etrieri  $\phi 8$  (50,2 mm<sup>2</sup>), dispuși la 250 mm.

## 7.5. Compararea procedurii modelului de bare cu rezultate experimentale

Armarea riglelor de cuplare ale pereților structurali din beton armat se poate realiza cu bare longitudinale și etrieri, respectiv cu armături principale încrucișate plus bare constructive longitudinale și etrieri.

Pentru compararea comportării celor două tipuri de armare a fost dezvoltat un program de cercetare bazat pe geometria modelului din figura 7.21a [4].

Rezultatele experimentale obținute pe modelul cu armături principale încrucișate au fost utilizate pentru confirmarea rezultatelor teoretice obținute prin procedeul modelului de bare.

În figura 7.21 se prezintă schema modelului experimental și a celui de calcul.

### 7.5.1. Modelul experimental

În cazul testării elementelor din beton armat, la estimarea valorii capacității portante a elementului experimental trebuie să se folosească rezistențele reale ale materialelor.

Pe epruvetele prelevate din betonul folosit la confecționarea elementului experimental, s-a obținut: rezistența cubică  $27,3 \text{ N/mm}^2$ ; rezistența prismatică (reprezentând rezistența la compresiune monoaxială)  $17,1 \text{ N/mm}^2$ ; modulul de elasticitate  $27920 \text{ N/mm}^2$ .

Armătura principală încrucișată a fiecărei rigle constă din  $2 \times 4\phi 8$  realizate din PC52 (fig. 7.22); pentru armăturile constructive s-a folosit OB37. Pentru armături nu s-a dispus de eșantioane pentru determinarea rezistenței oțelului, de aceea s-a utilizat valoarea medie a rezistenței armăturii [14]:

$$\bar{R}_a = 1,35R_a = 1,35 \cdot 300 = 405 \text{ N/mm}^2$$

Inițierea curgerii armăturii principale încrucișate a modelului experimental a avut loc la o forță de  $150 \text{ kN}$  fără a se constata degradări ale betonului comprimat. Cedarea modelului experimental s-a produs prin deschiderea excesivă a fisurilor diagonale la o forță de  $170 \text{ kN}$ . Aspectul elementului după rupere este prezentat în figura 7.23.

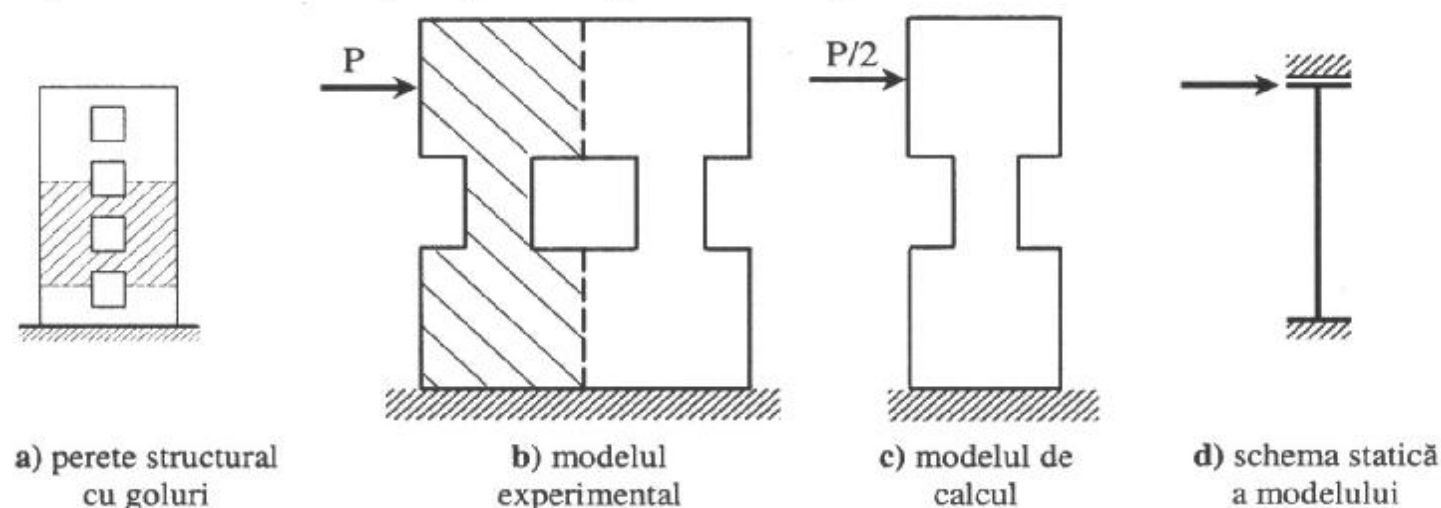


Fig. 7.21. Definierea modelului experimental și de calcul

### 7.5.2. Calculul elementului experimental cu ajutorul procedeului modelului de bare

Modelul de calcul s-a încărcat cu o forță de  $75 \text{ kN}$  corespunzătoare inițierii curgerii armăturii.

Stabilirea direcției eforturilor unitare s-a efectuat cu modulul de program **pStress**, discretizarea riglei de cuplare în elemente finite fiind prezentată în figura 7.24. Pentru rularea modulului **pStress** s-au avut în vedere următoarele: modelul de calcul a fost împărțit în trei subdomenii; pentru nodurile de la partea inferioară s-au blocat deplasările pe ambele direcții; pentru nodurile de la partea superioară s-au blocat numai deplasările pe direcția verticală (conform figurii 7.21d); forța aplicată a fost repartizată în nodurile rețelei (fig. 7.25a); datele inițiale, precum și rezultatele, sunt exprimate în daN și cm.

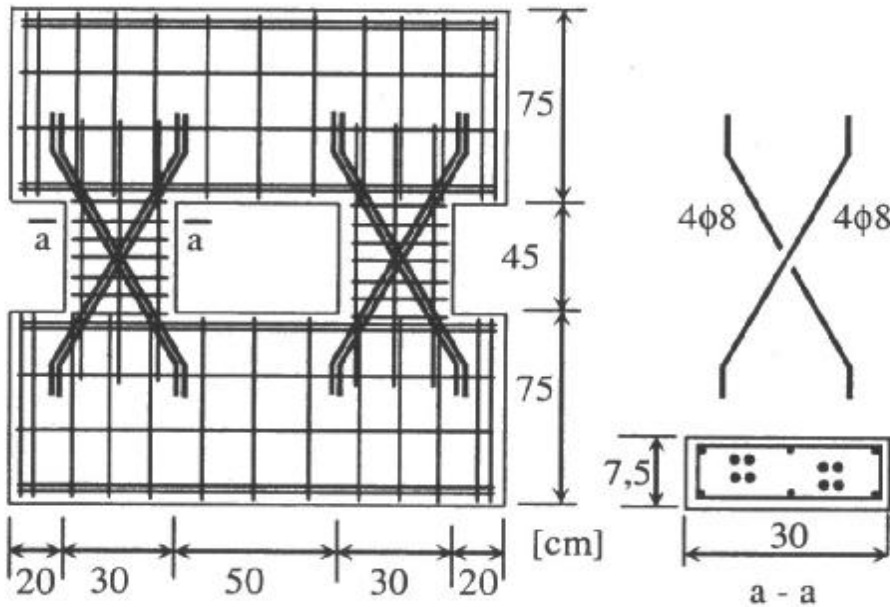


Fig. 7.22. Schema de armare a elementului experimental

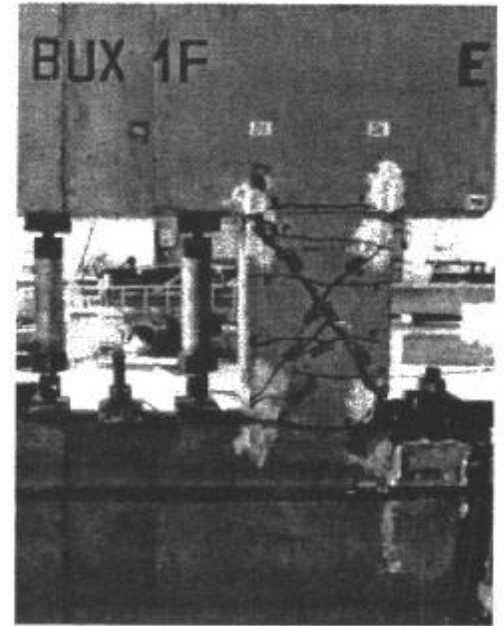


Fig. 7.23. Releveul elementului

Rezultatele rulării modulului **pStress** sunt conținute în fișierul **RC\_pStress.prn** care se găsește deșus pe CD. Pe baza datelor de intrare din acest fișier s-a reconstituit topologia modelului de calcul (fig. 7.24) care permite citirea rezultatelor. Direcțiile eforturilor unitare sunt prezentate în figura 7.25.

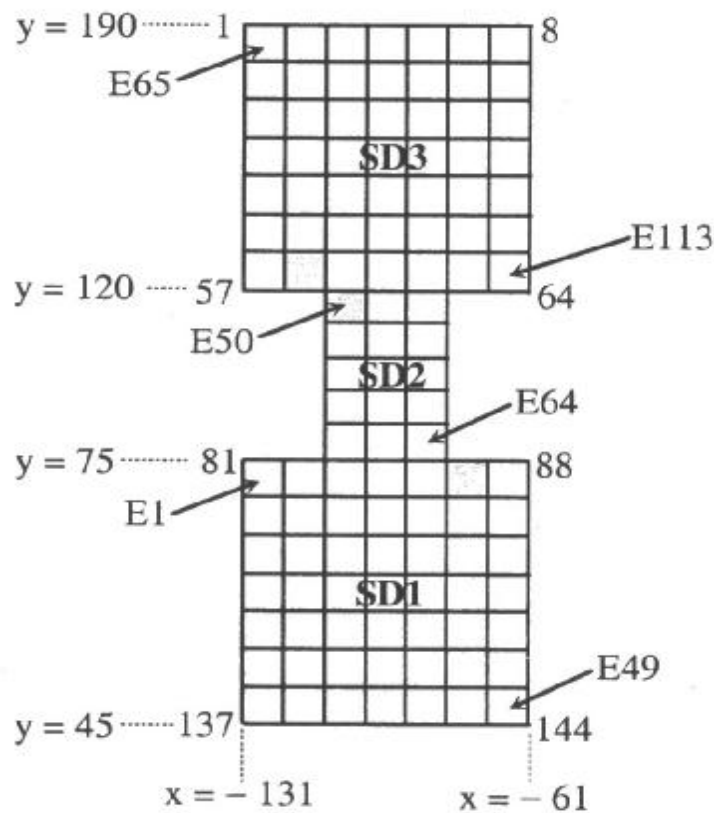


Fig. 7.24. Topologia riglei de cuplare

Pe baza direcțiilor eforturilor unitare principale s-a conceput modelul de bare corespunzător armării cu bare principale încrucișate (fig. 7.26). Rigiditatea foarte mare a celor doi montași s-a modelat prin câte un ansamblu de trei triunghiuri pentru fiecare montas. Deplasările modelul sunt blocate, la partea inferioară în ambele direcții, în timp ce la partea superioară deplasarea

este liberă în direcția forței; această modalitate de blocare a deplasărilor este în conformitate cu schema din figura 7.21d.

Rezultatele rulării modulului **pTruss** sunt conținute în fișierul **RC\_pTruss.prn** care se găsește depus pe CD.

### 7.5.3. Interpretarea rezultatelor

În barele principale ale modelului au rezultat forțele axiale, corespunzătoare inițierii curgerii armăturii întinse:  $N = -93,9$  kN în bara 8, respectiv  $N = 87,4$  kN în bara 9.

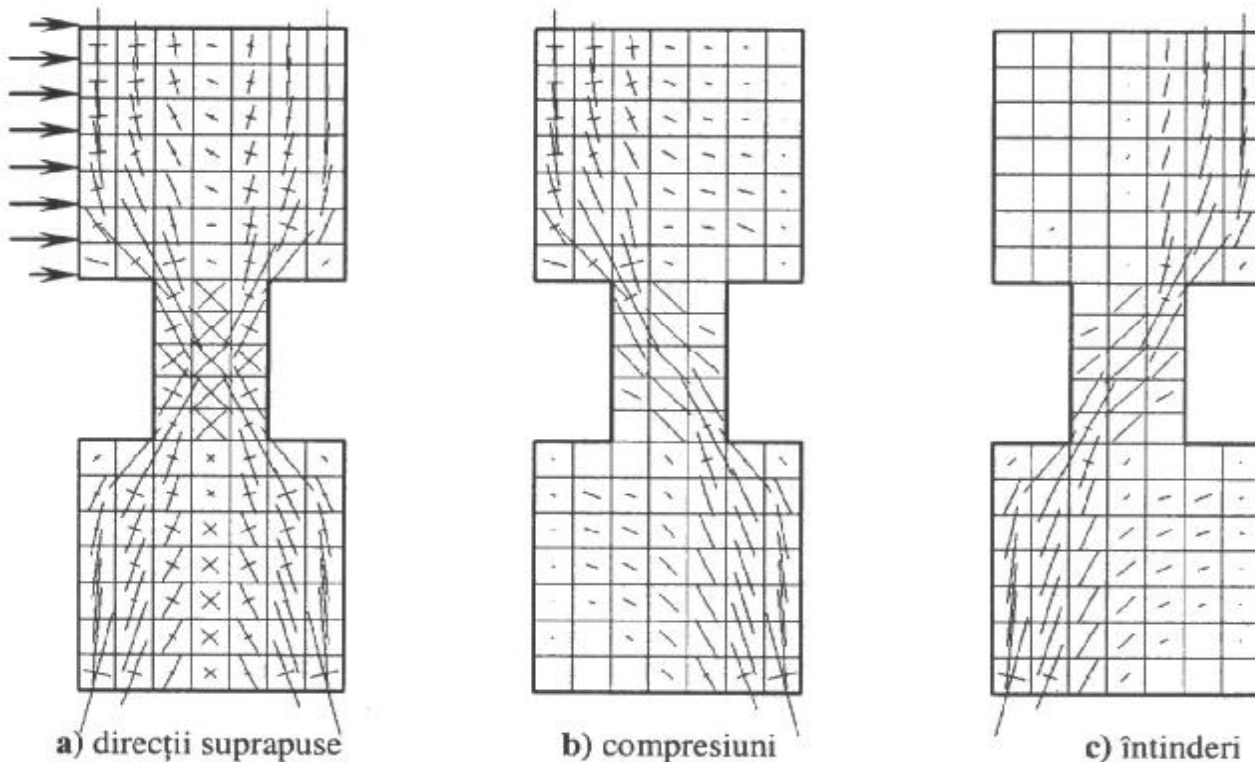


Fig. 7.25. Direcțiile eforturilor unitare principale

Diagonala comprimată a riglei de cuplare este reprezentată de bara 9. Pe baza forței axiale de compresiune se poate determina efortul unitar de compresiune în beton procedând ca și în exemplele anterioare. În cazul acestui element, compresiunile maxime în rigla de cuplare se obțin direct din fișierul de rezultate **RC\_pStress.prn** deoarece direcțiile eforturilor unitare principale s-au obținut cu ajutorul modulului de program **pStress**.

Rigla de cuplare este reprezentată de subdomeniul SD2 și conține elementele finite de la numărul 50 până la numărul 64 (fig. 7.24). Efortul unitar maxim de compresiune este obținut în elementul 50:  $\sigma_{bc} = 113 \text{ daN/cm}^2 = 11,3 \text{ N/mm}^2$ . Deoarece acest element este în starea biaxială de compresiune (fig. 7.25b), rezistența betonului se majorează cu 20% (pct. 5.6.2).

Pentru verificarea compresiunilor se folosește condiția (5.3):

$$\sigma_{bc} = 11,3 < R_{cc} = 1,2 \cdot 17,1 = 20,5 \text{ N/mm}^2$$

Condiția (5.3) este îndeplinită și pentru cei doi montanți ai peretelui, SD1 și SD3, eforturile unitare maxime de compresiune fiind obținute în elementele 6 ( $7,4 \text{ N/mm}^2$ ) și 108 ( $8,5 \text{ N/mm}^2$ ); în ambele elemente finite betonul este în starea biaxială de compresiune.

Armătura corespunzătoare inițierii curgerii armăturii principale încrucișate este:



$$A_a = 87,4 \cdot 10^3 / 405 = 216 \text{ mm}^2$$

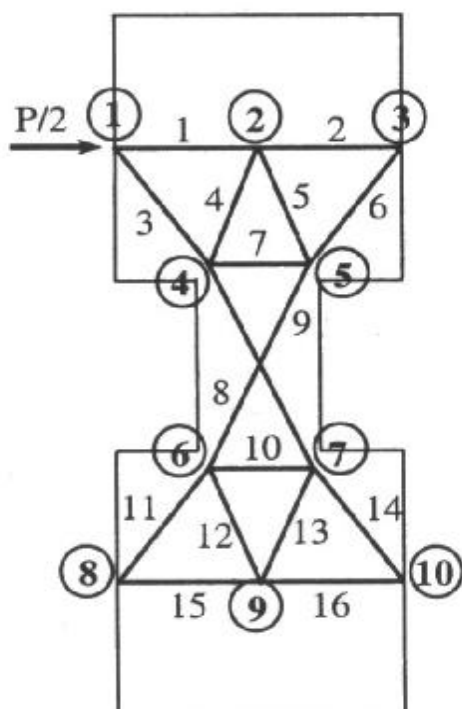


Fig. 7.26. Modelul de bare pentru rigla de cuplare

În element au fost prevăzute  $4\phi 8$  ( $201 \text{ mm}^2$ ) ceea ce înseamnă o diferență acceptabilă de numai 7,5%.

Valorilor teoretice obținute prin utilizarea procedurii modelului de bare sunt în concordanță cu rezultatele experimentale, ca de altfel și în cazul altor încercări [4], [5], [9], [11], [17], ceea ce justifică aplicarea acestui procedeu în cazul elementelor din beton armat cu discontinuități.

## BIBLIOGRAFIE

1. \*\*\* Aspecte actuale privind sporirea eficienței structurilor din beton armat și precomprimat – Sinteza cercetărilor pe plan internațional și național în domeniul calculului elementelor din beton armat prin procedeul modelelor de bare, Grant MI - DGISCSU 5004/96
2. \*\*\* Beton – Kalender, vol II, Ernst & Sohn, Berlin, 1995
3. \*\*\* CEB-FIP MODEL CODE 1990, Bulletin d'Information CEB no. 203
4. \*\*\* Cercetări pentru optimizarea alcătuirii și armării în zone cu discontinuități geometrice și de încărcare la structuri din beton armat, INCERC Timișoara, Contract 1520/92, 1994
5. \*\*\* Cercetări privind alcătuirea și armarea zonelor cu discontinuități geometrice și de încărcare la structurile de beton armat, Contract MLPAT - INCERC Timișoara 19/93
6. \*\*\* Concrete Structures Euro – Design Handbook, Ernst & Sohn, Berlin, 1995
7. \*\*\* EUROPEAN STANDARD EN 1992-1-1:2004; Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings; 2004
8. \*\*\* Istruzioni per il progetto, l'esecuzione ed il controllo delle strutture prefabbricate in calcestruzzo, CNR 10025, Roma, 1998
9. \*\*\* Optimizarea proiectării și alcătuirii construcțiilor civile și industriale din beton armat și cu structură mixtă oțel-beton, Grant MEN 36/98
10. \*\*\* PCI Design Handbook – Precast and Prestressed Concrete, 5th Edition, Chicago, 1999
11. \*\*\* Procedeul modelelor de bare ca alternativă în proiectarea elementelor din beton armat cu discontinuități statice și geometrice, Grant MEC 334977/01
12. \*\*\* Structural Concrete, Bulletin 3, FIB, Sprint – Druck Stuttgart, 1999
13. \*\*\* Structural Concrete, IABSE Colloquium, Stuttgart, 1991
14. \*\*\* STAS 10107/0-90 Construcții civile și industriale, Calculul și alcătuirea elementelor structurale din beton, beton armat și beton precomprimat
15. Cadar I., Clipii T., Tudor A. – Beton armat, Ediția 2, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2004
16. Doetreppe J.C. – Béton armé, Université de Liège, 2004
17. Fekete – Nagy L. – Contribuții la calculul și alcătuirea elementelor și structurilor din beton armat cu discontinuități statice și geometrice, Teză de doctorat, Timișoara, 2002
18. Fuentes A. – Le béton armé après fissuration, Eyrolles, Paris, 1980

- 19 Nilson A., Darwin D., Dolan C. – Design of Concrete Structure, 13th Edition, McGraw-Hill, Boston, 2003
- 20 Petcu V., Svasta C. – Calculul automat al elementelor din beton armat - programe BASIC; Editura Tehnică, București, 1986
- 21 Reineck K.H. – Modelling Structural Concrete with Strut-and-Tie Models Shear in B-Regions, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato, Studi e ricerche no. 14, Italcementi S.p.A., Bergamo-Editore, 1993
- 22 Schlaich J., Schäfer K., Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models – Structural Engineer, Vol. 69, No. 6, 1991
- 23 Schlaich J., Weischede D. – Ein Praktisches Verfahren zum Methodischen Bemessen und Konstruieren in Stahlbetonbau, Bulletin d'Information CEB no.150, Paris, 1982
- 24 Stoian V., Clipii T. – Proiectarea asistată de calculator în construcții, Universitatea Tehnică din Timișoara, 1995
- 25 Stoian V., Clipii T., Ciuhandu Gh., Dan S. – Design of Reinforced Concrete Elements Using the Strut-and-Tie Method, Buletinul Științific și Tehnic al Universității Tehnice Timișoara – Seria Construcții, Tom 39(53), 1994
- 26 Stoian V., Clipii T., Ciuhandu Gh., Dan S., Fekete L. – Researches concerning the strut-and-tie method, Buletinul Științific și Tehnic al Universității Tehnice Timișoara - Seria Construcții, Tom 40, fascicola 1-2, 1995
- 27 Stoian V., Fekete L. – Procedeele modelelor de bare, Calculul structurilor din beton, beton armat și beton precomprimat – Eurocode 2 - Exemple de calcul, Tempus Phare Project, Timișoara, 1997

## ANEXA 1

Rezistențele caracteristice și valorile de bază ale rezistențelor de calcul ale betonului cu masa volumică normală, conform STAS 10107/0-90

Tipul rezistenței	Simbol	Clasa de beton									
		C8/10 Bc10	C12/15 Bc15	C16/20 Bc20	C20/25 Bc25	C25/30 Bc30	C28/35 Bc35	C32/40 Bc40	C40/50 Bc50	C50/60 Bc60	
<b>Rezistențe caracteristice ale betonului, N/mm<sup>2</sup></b>											
Compresiune	$R_{ck}$	8,5	12,5	16,6	20,5	24,3	28,0	31,6	38,5	45,0	
Întindere	$R_{tk}$	0,92	1,19	1,43	1,65	1,86	2,03	2,20	2,51	2,78	
<b>Rezistențe de calcul ale betonului, valori de bază, N/mm<sup>2</sup></b>											
Compresiune	$R_c^*$	6,5	9,5	12,5	15,0	18,0	20,5	(22,5)	(26,5)	(31,5)	
Întindere	$R_t^*$	0,60	0,80	0,95	1,1	1,25	1,35	(1,45)	(1,65)	(1,85)	

Observații:

– pentru clasele fără corespondent Bc, adică C30/37, C35/45, C45/55 și care nu sunt date în tabel, rezistențele caracteristice se obțin din relațiile:

$$R_{ck} \cong f_{ck,cil} = (0,87 - 0,002R_{bk})R_{bk}; R_{tk} = 0,22(R_{ck})^{2/3} \text{ unde } R_{bk} \text{ este rezistența caracteristică pe cub din indicativul C.../}$$

$$R_c^* = R_{ck} / \gamma_{bc}; R_t^* = R_{tk} / \gamma_{bt}, \text{ unde } \gamma_{bc} = 1,35 \text{ și } \gamma_{bt} = 1,5.$$

– clasele C28/35 și C32/40 nu se regăsesc în SR EN 206-1 și rămân valabile numai până la intrarea în vigoare a Romcodului CR2.  
– valorile din paranteze sunt rezultatul multiplicării cu un coeficient suplimentar egal cu 0,95.

## ANEXA 2

Coeficienții condițiilor de lucru pentru beton,  $m_{bc}$  și  $m_{bt}$ 

Poziția de turnare	Dimensiunea cea mai mică a secțiunii mm	$m_{bc} = m_{bt}$
Verticală, cu înălțime de turnare > 1500 mm (stâlpi, diafragme, grinzi-pereți, pereți de recienți etc. din beton armat monolit) sau înclinată, cu cofraj pe toate fețele	< 300	0,75
	≥ 300	0,85
Orizontală sau verticală, cu înălțime de turnare ≤ 1500 mm	< 300	0,85
	≥ 300	1,00
elemente liniare sollicitate la compresiune excentrică (stâlpi prefabricați etc.)	< 200	0,85
	≥ 200	1,00
	oricare	1,00

NOTĂ: Pentru elementele din beton simplu și din beton cu agregate ușoare de clasă C25/30 și C28/35, valorile coeficienților  $m_{bc}$  și  $m_{bt}$  se obțin prin multiplicarea cu 0,9 a valorilor de mai sus.

## ANEXA 3

Modulul de elasticitate al betonului,  $E_b$ 

Clasa de beton	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35	C32/40	C40/50	C50/60
$E_b$ , N/mm <sup>2</sup>	21000	24000	27000	30000	32500	34500	36000	38000	40000

## ANEXA 4

Valoarea de bază a caracteristicii deformației în timp a betonului,  $\varphi_0$ 

Clasa de beton	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35	C32/40	C40/50	C50/60
$\varphi_0$	3,70	3,30	3,00	2,80	2,70	2,65	2,60	2,50	2,45

## ANEXA 5

Valorile coeficienților de corecție  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_c$ 

Criteriul de referință	Valorile de referință	Valorile coeficienților	
Gradul de maturizare al betonului, exprimat prin timpul $t$ (zile), de la turnarea betonului până la aplicarea încărcărilor permanente	$t < 28$ zile;	$k_1$	1,30
	$t = 28$ zile;		1,00
	$t = 60$ zile;		0,70
	$t = 90$ zile;		0,60
	$t = 120$ zile;		0,55
	$t > 180$ zile		0,50
Gradul de solicitare al betonului	$\frac{\sigma_b}{R_b} \leq 0,5$	$k_2$	1,00
	$\frac{\sigma_b}{R_b} > 0,5$		$2,0 \frac{\sigma_b}{R_b}$
Umiditatea relativă a mediului ambiant	$U = 40 \%$	$k_3$	1,3
	$U = 60 \%$		1,0
	$U = 100 \%$		0,5
Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale	$b \geq 300$ mm	$k_4$	1,00
	$b < 300$ mm		$1,3 - 0,001b$
Modul de realizare al elementului	Beton armat	$k_c$	1,00
	Beton precomprimat:		
	- cu arm. preîntinse		0,8
	- cu arm. postîntinse		0,6

NOTĂ:  $R_b$  este rezistența la compresiune a betonului pe cuburi la 28 de zile.

## ANEXA 6

## Rezistențele caracteristice și de calcul ale armăturilor realizate din oțel autohton

Marca de oțel	Diametrul nominal mm	Rezistența caracteristică $R_{ak}$ , N/mm <sup>2</sup>	Rezistența de calcul, valori de bază $R_a^*$ , N/mm <sup>2</sup>
<b>PC60</b>	6...12	420	350
	14...28	405	
	32...40	395	
<b>PC52</b>	6...14	355	300
	16...28	345	300
	32...40	335	290
<b>OB37</b>	6...12	255	210
	14...40	235	
<b>STNB</b>	3...4	490	370
	4,5...7,1	440	370
	8...10	390	325

## ANEXA 7

**Aria secțiunii armăturilor la plăci armate cu plase legate**  
**cm<sup>2</sup>/m**

Distanța între bare cm	Diametrul barelor, mm					
	6	8	10	12	14	16
8,0	3,53	6,28	9,82	13,14	19,24	25,14
8,5	3,33	5,91	9,24	13,31	18,11	23,66
9,0	3,14	5,59	8,73	12,57	17,10	22,34
9,5	2,98	5,29	8,27	11,90	16,20	21,17
10,0	2,83	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11
10,5	2,69	4,79	7,48	10,77	13,66	19,15
11,0	2,57	4,57	7,14	10,28	13,99	18,28
11,5	2,46	4,37	6,83	9,84	13,39	17,49
12,0	2,36	4,19	6,54	9,42	12,83	16,76
12,5	2,26	4,02	6,28	9,05	12,32	16,09
13,0	2,17	3,87	6,04	8,70	11,84	15,47
13,5	2,09	3,72	5,82	8,38	11,40	13,90
14,0	2,02	3,59	5,61	8,08	11,00	13,36
14,5	1,95	3,47	5,42	7,80	10,62	13,87
15,0	1,89	3,35	5,24	7,54	10,26	13,41
15,5	1,82	3,24	5,07	7,30	9,93	12,97
16,0	1,77	3,14	4,91	7,07	9,62	12,57
16,5	1,71	3,05	4,76	6,85	9,33	12,19
17,0	1,66	2,98	4,62	6,65	9,05	11,83
17,5	1,62	2,87	4,49	6,46	8,79	11,49
18,0	1,57	2,79	4,36	6,28	8,55	11,17
18,5	1,53	2,72	4,25	6,11	8,32	10,87
19,0	1,49	2,65	4,13	5,95	8,10	10,58
19,5	1,45	2,58	4,03	5,80	7,89	10,31
20,0	1,41	2,51	3,93	5,65	7,69	10,05



## ANEXA 8

## Ariile secțiunilor transversale și masa armăturilor din bare laminate

Diametrul mm	Aria secțiunii transversale pentru $n$ bare, în $\text{cm}^2$										Masa kg/m
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6	0,283	0,570	0,850	1,130	1,420	1,700	1,980	2,260	2,550	2,830	0,222
8	0,503	1,010	1,510	2,010	2,510	3,020	3,520	4,020	4,530	5,030	0,395
10	0,785	1,570	2,350	3,140	3,920	4,710	5,490	6,280	7,060	7,850	0,617
12	1,130	2,260	3,390	4,520	5,650	6,780	7,910	9,040	10,17	11,30	0,888
14	1,540	3,080	4,620	6,160	7,700	9,240	10,78	12,32	13,86	15,40	1,120
16	2,010	4,020	6,030	8,040	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,10	1,580
18	2,540	5,080	7,620	10,16	12,70	15,24	17,78	20,32	22,86	25,40	1,990
20	3,140	6,280	9,420	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	31,40	2,460
22	3,800	7,600	11,40	15,20	19,00	22,80	26,60	30,40	34,20	38,00	2,980
25	4,910	9,820	14,73	19,64	24,55	29,46	34,37	39,28	44,19	49,10	3,850
28	6,160	12,32	18,48	24,64	30,80	36,96	43,12	49,28	55,44	61,60	4,840
32	8,040	16,08	24,12	32,16	40,20	48,24	56,28	64,32	72,36	80,40	6,310
36	10,20	20,40	30,60	40,80	51,00	61,20	71,40	81,60	91,80	102,00	7,990
40	12,60	25,20	37,80	50,40	63,00	75,60	88,20	100,80	113,40	126,00	9,870

## Caracteristicile plaselor sudate tipizate de serie mare - STNB

Indicativ	Plase cu ochiuri pătrate										Greutate aproximativă kg/m <sup>2</sup> de plasă
	Distanțe (mm) între		Diametre, mm		Aria secțiunii (cm <sup>2</sup> /m), pentru						
	barele longit., $l_l$	barele transv., $l_t$	barele longit., $d_l$	barele transv., $d_t$	barele longit.	barele transv.	barele longit.	barele transv.			
101 GQ 63	200	200	4	4	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,99
102 GQ 71	100	100	3	3	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	1,10
103 GQ 84	150	150	4	4	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	1,32
104 GQ 98	200	200	5	4	0,98	0,98	0,98	0,63	0,63	0,63	1,26
105 GQ 106	150	150	4,5	4,5	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,66
106 GQ 126	100	100	4	4	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,98
107 GQ 131	150	150	5	4	1,31	1,31	1,31	0,84	0,84	0,84	1,69
108 GQ 159	100	100	4,5	4	1,59	1,59	1,59	1,26	1,26	1,26	2,24
109 GQ 159	100	100	4,5	4,5	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	2,50
110 GQ 196	100	100	5	4	1,96	1,96	1,96	1,26	1,26	1,26	2,53
111 GQ 196	100	100	5	5	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	3,08
112 GQ 246	100	100	5,6	4	2,46	2,46	2,46	1,26	1,26	1,26	2,92
113 GQ 246	100	100	5,6	5,6	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	3,86
114 GQ 283	100	100	6	4	2,83	2,83	2,83	1,26	1,26	1,26	3,21
115 GQ 283	100	100	6	5	2,83	2,83	2,83	1,96	1,96	1,96	3,76
116 GQ 283	100	100	6	6	2,83	2,83	2,83	2,83	2,83	2,83	4,44
117 GQ 332	100	100	6,5	4	3,32	3,32	3,32	1,26	1,26	1,26	3,60
118 GQ 332	100	100	6,5	6,5	3,32	3,32	3,32	3,32	3,32	3,32	5,21
119 GQ 348	200	200	10	10	3,93	3,93	3,93	3,93	3,93	3,93	6,16
120 GQ 396	100	100	7,1	4,5	3,96	3,96	3,96	1,59	1,59	1,59	4,36
121 GQ 396	100	100	7,1	7,1	3,96	3,96	3,96	3,96	3,96	3,96	6,22
122 GQ 447	100	100	7,1	8	3,96	3,96	3,96	5,03	5,03	5,03	7,05
Plase cu ochiuri dreptunghiulare											
123 GR 126	100	200	4	4	1,26	1,26	1,26	0,63	0,63	0,63	1,48
124 GR 159	100	200	4,5	4	1,59	1,59	1,59	0,63	0,63	0,63	1,74
125 GR 196	100	200	5	4	1,96	1,96	1,96	0,63	0,63	0,63	2,03
126 GR 246	100	200	5,6	4	2,46	2,46	2,46	0,63	0,63	0,63	2,43
127 GR 283	100	200	6	4	2,83	2,83	2,83	0,63	0,63	0,63	2,72
128 GR 332	100	200	6,5	4	3,32	3,32	3,32	0,63	0,63	0,63	3,13
129 GR 396	100	200	7,1	4,5	3,96	3,96	3,96	0,79	0,79	0,79	3,74
130 GR 447	100	200	8	5	5,03	5,03	5,03	0,98	0,98	0,98	4,72

## ANEXA 10

## Ariile secțiunilor transversale ale barelor plaselor sudate - STNB

Diametrul mm	Aria secțiunii unei bare mm <sup>2</sup>	Aria secțiunii (mm <sup>2</sup> /m) pentru distanța între bare:		
		100 mm	150 mm	200 mm
3,0	7,1	71	47	35
4,0	12,6	126	84	63
4,5	15,9	159	106	79
5,0	19,6	196	131	98
5,6	24,6	246	164	123
6,0	28,3	283	188	141
6,5	33,2	332	221	166
7,1	39,6	396	264	198
8,0	50,3	503	335	251
10,0	78,5	785	524	393

## ANEXA 11

## Lungimea de ancorare a barelor întinse

Condiții severe de solicitare		Condiții defavorabile de aderență		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- armăturile din zonele potențial plastice ale elementelor</li> <li>- armăturile elementelor solicitate la oboseală</li> <li>- armăturile elementelor supuse la forțe concentrate mari, aplicate la o distanță de cel mult 40 diametre față de marginea interioară a reazemelor</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- armăturile situate în partea superioară a elementelor cu înălțimea <math>h \geq 300</math> mm, având poziția orizontală în timpul turnării betonului</li> <li>- armăturile orizontale din elementele structurale verticale (de exemplu, pereții rezervoarelor etc.), cu <math>h</math> mare și grosimea <math>\leq 300</math> mm</li> <li>- armăturile structurilor executate în cofraje glisante</li> </ul>		
Lungimea de ancorare		$l_a = \lambda_a \cdot \phi$		
Coeficientul $\lambda_a$				
Oțel	Beton	aderență bună, condiții normale de solicitare	condiții de aderență defavorabile sau condiții severe de solicitare	condiții de aderență defavorabile și condiții severe de solicitare
PC60	C12/15	35	45	55
PC52	$\geq$ C16/20	30	40	50
OB37	C8/10	40	50	60
	C12/15			
	$\geq$ C16/20	35	45	55

Lucrarea pune la dispoziție modalități de analiză statică și calcul al elementelor din beton armat bazate pe utilizarea calculatorului, fiind utilă studenților constructori și tinerilor ingineri, precum și celor cu experiență în activitatea de proiectare.

Prima parte se referă la aspecte legate de utilizarea unor programe de calcul, scrise în limbaj BASIC. Setul de programe prezentate se referă la rezolvarea problemelor de mecanica construcțiilor așa cum ar fi analiza statică, dinamică sau de stabilitate a structurilor de construcții alcătuite din bare sau plăci plane, precum și la calculul elementelor din beton armat la diferite tipuri de solicitări.

Partea a doua a lucrării tratează procedeul modelului de bare în care elementul de beton armat este înlocuit printr-un sistem de bare articulate, stabilit pe baza reprezentării grafice a stării de tensiuni din elementul real. Forțele axiale din barele întinse servesc la calculul ariilor de armătură. Forțele axiale de compresiune sunt utilizate la detalierea unor zone critice (reazeme, ancoraje etc.). Pentru facilitarea aplicării procedeului se prezintă un program de calcul elaborat de autorii cărții, precum și unele aplicații numerice.

Lucrarea este însoțită de un CD pe care sunt inscripționate programele referitoare la mecanica construcțiilor, calculul secțiunilor și procedeul modelului de bare.

This book deals with static analysis and calculation of reinforced concrete elements, using computer programmes, being useful for civil engineering students, but also for designers.

There are presented BASIC computer programmes for static analysis of various structural systems (frames, trusses, slabs) and for calculation of reinforced concrete elements to bending with axial force, shear and torsion.

The strut-and-tie model, presented in the 2<sup>nd</sup> part of the book, is conceived on elastic stress trajectories in the reinforced concrete element. The struts represent prevailing compressive stress fields; accordingly, the ties represent one or more layers of tensile reinforcements. Using computers, the strut-and-tie method is a fast one due to the numerical analysis of stresses and automatic calculation of the axial forces in the members of the model. The strut-and-tie method was implemented into AutoCAD graphical medium. Some numerical applications are presented, too.

All specified computer programs are saved on the attached compact disc.



192

st

Colecția

științe tehnice

I.S.B.N.: 978-973-638-196-6